

ОТЗЫВ НА АВТОРЕФЕРАТ

диссертации С. И. Безродных «Сингулярная задача Римана–Гильберта, гипергеометрическая функция Лауричеллы и приложения к астрофизике», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.03 — «математическая физика».

Диссертация С. И. Безродных посвящена развитию конструктивной теории задачи Римана–Гильберта и функции Лауричеллы $F_D^{(N)}$ — известной обобщенной гипергеометрической функции N комплексных переменных, а также решению с помощью разработанных методов некоторых современных физических задач.

Отметим, что в теории задач линейного сопряжения и Римана–Гильберта для аналитических функций традиционными являются представления решений таких задач через интегралы типа Коши. В обсуждаемой диссертации найдена связь между задачей Римана–Гильберта и гипергеометрической функцией Лауричеллы $F_D^{(N)}$ и на этой основе для решения такой задачи с кусочно-постоянными коэффициентами дано представление нового типа в виде интеграла Кристоффеля–Шварца. Этот интеграл, имеющий вид первообразной от произведения биномов и некоторого полинома $P(\zeta)$, более удобен для вычислений, чем интеграл типа Коши, а кроме того, придает решению задачи Римана–Гильберта ясный геометрический смысл, показывая, что оно осуществляет (как и любой интеграл Кристоффеля–Шварца) конформное отображение исходной области на некоторый многоугольник, который, вообще говоря, имеет внутренние точки ветвления, благодаря наличию полинома $P(\zeta)$ в подынтегральном выражении. Такое представление найдено в главе III диссертации на основе результатов глав I и II.

Глава I посвящена задаче Римана–Гильберта с кусочно-гёльдеровыми данными и дополнительными условиями роста решения в точках их разрыва. Рассматриваемая постановка задачи допускает неинтегрируемый рост искомой функции в этих точках. Исследована разрешимость этой задачи и получены представления для ее решения через интегралы типа Коши. Затем в главе III это решение задачи Римана–Гильберта (для случая кусочно-постоянных данных) выражено через функцию Лауричеллы, а затем преобразовано к виду интеграла Кристоффеля–Шварца. Такое преобразование выполнено на основе дифференциальных соотношений типа Якоби, которым удовлетворяет функция Лаури-

челлы. Эти соотношения, найденные в главе II, являются новыми и представляют собой N -мерный аналог тождества Якоби, известного в теории классической гипергеометрической функции Гаусса одного переменного.

Еще одна группа результатов, полученных во второй главе, вносит существенный вклад в решение важной проблемы аналитического продолжения функции Лауричеллы $F_D^{(N)}$ за границу единичного поликруга $\mathbb{U}^N$, в котором она исходно определяется с помощью N -кратного гипергеометрического ряда. Эта проблема заключается в том, чтобы вне $\mathbb{U}^N$ адекватно представить функцию $F_D^{(N)}$ в виде других обобщенных гипергеометрических рядов, сходящихся на множествах, в совокупности покрывающих все $\mathbb{C}^N$. Эти новые ряды, введенные автором, удовлетворяют той же системе уравнений с частными производными, что и сама функция Лауричеллы. Проблеме аналитического продолжения посвящены исследования многих известных авторов (А. Erdelyi, Р. Olson, Н. Exton и др.), но в течение длительного времени она остается нерешенной. Результаты, близкие к окончательным, были получены ранее лишь в случае двух переменных, а для $N \geq 3$ были известны лишь некоторые частные результаты. Автором предложен общий подход, позволивший ему при любом натуральном N построить полную систему формул аналитического продолжения функции Лауричеллы во внешность поликруга $\mathbb{U}^N$. При нахождении этих формул существенную роль играют полученные в работе представления для $F_D^{(N)}$ в виде интегралов типа Барнса. Интегралы Барнса в теории гипергеометрических функций многих переменных применялись и ранее, однако в работе найдены новые представления такого типа, позволившие вывести требуемые формулы продолжения, которые не удавалось получить каким-либо другим способом.

Приведенные формулы аналитического продолжения дают возможность эффективно вычислять функцию Лауричеллы $F_D^{(N)}$ в любых диапазонах изменения ее аргументов. Они играют важную роль для многочисленных приложений, в которых возникает функция $F_D^{(N)}$. В частности, формулы продолжения успешно могут быть применены к решению известной проблемы «кроудинга» параметров Кристоффеля–Шварца, и таким образом, их использование позволяет строить с высокой точностью конформные отображения прямолинейных многоугольников сложной формы. Пример такого построения дан в связи с прикладной задачей о моделировании магнитного пересоединения в главе IV диссертации. Эта глава посвящена решению конкретных важных физических задач, возникающих при моделировании эффекта магнитного пересоединения в солнечной плазме и в магнитосферах нейтронных звезд.

В заключение отметим, что работа относится к актуальной проблематике, в

рамках общего направления «математическая физика». Полученные в ней результаты имеют докторский уровень и представляют интерес для специалистов по математической физике и теории специальных функций.

На основании автореферата считаю, что диссертация С. И. Безродных «Сингулярная задача Римана–Гильберта, гипергеометрическая функция Лауричеллы и приложения к астрофизике» соответствует всем требованиям п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации №842 от 24.09.2013, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор, Безродных Сергей Игоревич, заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по указанной специальности 01.01.03 — «математическая физика».

Профессор кафедры
прикладной математики
МГТУ им. Н. Э. Баумана
доктор физ.-матем. наук

29.08.2017

И. А. Рудаков

Почтовый адрес: 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д.5, стр. 1.

Телефон: (499) 263-63-26

Адрес электронной почты: fn2@bmstu.ru



Подпись заверено

ЗАМ. НАЧАЛЬНИКА
УПРАВЛЕНИЯ КАДРОВ
НАЗАРОВА О. В.
ТЕЛ. 8-499-263-60-48