

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной деятельности
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский)
федеральный университет»
доктор геолого-минералогических
наук, профессор

Д.К. Нургалеев

« 18 »

2017 г.



О Т З Ы В

ведущей организации «Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»» на диссертацию Безродных Сергея Игоревича «Сингулярная задача Римана-Гильберта, гипергеометрическая функция Лауричеллы и приложения к астрофизике», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.03 – математическая физика

Диссертация старшего научного сотрудника отдела прикладной математической физики ФГУ «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук» (ФИЦ ИУ РАН) Сергея Игоревича Безродных посвящена новым приложениям краевой задачи Римана-Гильберта в математической физике и развитию теории данной задачи, необходимость в котором возникает в связи с этими приложениями.

Краевая задача Римана-Гильберта – одна из классических краевых задач для аналитических функций. Её первоначальная постановка связана с именами корифеев XIX и XX веков, упомянутых в названии задачи. Многие фундаментальные исследования в этой области проведены советскими и российскими математиками, в первую очередь Ф.Д. Гаховым и Н.И. Мусхелишвили и их учениками. Ряд результатов в этой области был получен в Казани, где в середине XX века работал Ф.Д. Гахов, и на протяжении долгого времени продолжали работать многие его ученики.

Одной из характерных черт теории краевой задачи Римана-Гильберта является ее ориентация на приложения. В первоначальный период ее развития это были в основном приложения в механике сплошных сред, в первую очередь в теории упругости и гидроаэромеханике. Многие направления этой теории были обусловлены потребностями указанных приложений, в том числе теория задач со свободными границами и обратных краевых задач. В дальнейшем выяснилось, что эта теория имеет и множество других применений.

В основе данной диссертационной работы лежат обнаруженные её автором приложения задачи Римана-Гильберта в астрофизике. Эти приложения

изложены в последней главе работы. В предшествующих ей главах автор развивает теорию краевой задачи Римана–Гильберта и теорию гипергеометрических функций в той мере, в которой этого требуют вышеупомянутые приложения.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, четырех приложений и списка литературы.

Во введении три раздела. В первом разделе дан очень краткий обзор истории вопроса и общая характеристика диссертации. Здесь обосновывается актуальность темы работы, указываются её цели, устанавливается научная новизна, описываются используемые методы, обосновывается достоверность результатов, их теоретическая и практическая значимость, указан вклад диссертанта, перечислены его публикации, конференции и семинары, где результаты автора апробировались. Кроме того, здесь описана структура работы и используемая в ней система нумерации разделов и т. п. Во втором разделе введения вкратце изложено содержание диссертации, а в третьем даны основные определения и обозначения.

Глава I посвящена краевой задаче Римана–Гильберта, решение которой допускает разрывы предписанного порядка в конечном числе точек контура, в которых граничные данные имеют разрывы первого рода (автор называет такие задачи сингулярными). Глава состоит из 6 параграфов. Проблематика и методика этой главы довольно традиционны для теории задачи Римана — Гильберта, однако все утверждения являются, по-видимому, новыми.

В главе II, состоящей из пяти параграфов, получен ряд новых результатов о функции Лауричеллы — одного из обобщений гипергеометрической функции Гаусса. Для неё получены аналоги формул Якоби и Куммера, представлений Эйлера и Барнса и других важных фактов теории гипергеометрических функций, а также формулы аналитического продолжения. Все эти результаты используются в дальнейшем для построения полезных в приложениях представлений решений задачи Римана–Гильберта.

Глава III посвящен только что упомянутым представлениям. В её двух параграфах строятся интегральные представления решений задачи Римана–Гильберта с кусочно-постоянными коэффициентами в форме интегралов Кристоффеля–Шварца. Связь задачи Римана–Гильберта с интегралом Кристоффеля–Шварца известна, но в данной работе при построении таких представлений используется функция Лауричеллы, что делает результаты главы новыми. Возможно, однако, что эти результаты могут быть получены и более простым путем.

Состоящая из 7 параграфов четвертая глава посвящена приложениям всех вышеупомянутых результатов в астрофизике. Нам представляется, что изложенные в ней результаты являются основным и наиболее важным достижением диссертанта. Здесь решены три задачи, возникающие при математическом моделировании процесса магнитного пересоединения в космической и солнечной плазме. В математическом плане первые две из них являются задачами Римана–Гильберта в областях сложной формы. Они моделируют магнитное поле в окрестностях конфигураций, состоящих из

токовых слоев и ударных волн. Первая из этих задач соответствует фазе накопления энергии в активной области короны, а вторая — фазе распада токового слоя. Третья из рассматриваемых задач — это задача со свободной границей. Она моделирует магнитосферу нейтронной звезды под действием ударной волны взрыва сверхновой.

Приложения представляют собой вынесенные за пределы основного текста доказательства ряда утверждений о свойствах интеграла типа Коши и связанных с ним выражений. Некоторые из этих утверждений известны, на что указано в диссертации.

В списке литературы 246 названий.

Перейдем непосредственно к оценке данной диссертационной работы.

Актуальность. В диссертации дан ряд новых приложений классической краевой задачи комплексного анализа в современной математической физике. Конкретно речь идет о магнитном пересоединении — высокоэнергетическом процессе, протекающем, согласно современным воззрениям, в космической плазме. Математическое исследование ведется всесторонне и затрагивает все аспекты решаемых проблем, начиная от возникающих естественным образом новаций в постановке и решения соответствующих краевых задач и кончая приближенными вычислениями. Все это делает тему работы весьма актуальной. Эта тема полностью соответствует научной специальности 01.01.03 — математическая физика.

Цели работы. Конкретными целями работы является решение следующих задач:

- математическое моделирование магнитных явлений в короне Солнца и в магнитосфере нейтронных звезд;
- решение возникающих при этом краевых задач комплексного анализа, в первую очередь краевой задачи Римана–Гильберта с особенностями в конечном числе точек границы и краевой задачи для аналитических функций со свободной границей;
- вывод формул аналитического продолжения и других связанных с ними соотношений для функции Лауричеллы;
- построение представлений решений краевой задачи Римана–Гильберта с кусочно-постоянными коэффициентами, удобных для использования в упомянутых выше задачах астрофизики.

Все полученные результаты соответствуют этим целям, т. е. эти цели в диссертации достигнуты.

Обоснованность и достоверность. Все полученные научные положения, выводы и заключения доказаны с полной мерой математической строгости.

Новизна и значимость. Математическое исследование эффекта магнитного пересоединения в космической плазме предпринято впервые. Все полученные автором результаты являются новыми и имеют высокую значимость для математической физики. Автором установлена тесная связь между исследованными им задачами астрофизики и теорией краевой задачи Римана–Гильберта. Возникающая при этом версия этой краевой задачи отличается от классической, и, хотя она допускает решение традиционными

методами, полученные автором результаты также являются новыми. Для представления решений данной задачи С.И. Безродных предлагает использовать функцию Лауричеллы и в этой связи получает ряд новых утверждений, касающихся этого обобщения гипергеометрической функции Гаусса. Эти результаты имеют и самостоятельный интерес.

Публикации и апробации. Основные результаты диссертации С.И. Безродных опубликованы в 18 статьях, 15 из них вышли в журналах, рекомендованных ВАК и индексируемых базами Scopus и WoS. Научные положения, выносимые на защиту, достаточно полно отражены в опубликованных работах. Результаты апробированы автором в его выступлениях на 40 семинарах и конференциях.

Аннотация диссертации верно и полностью раскрывает ее содержание.

К числу *недостатков* работы можно отнести следующее. Как уже отмечалось, методы решения краевой задачи Римана–Гильберта с особенностями предписанного порядка в конечном числе точек контура в данной диссертации носят в целом традиционный характер. В связи с этим отметим, что введение некоторых новых терминов (например, модифицированный интеграл Коши) представляет собою нарушение известного принципа Оккама («не следует вводить новых сущностей сверх необходимого»). Вероятно, и представления решений задачи Римана–Гильберта с кусочно-постоянными коэффициентами в третьей главе могут быть получены несколько проще, чем это сделано диссертантом. Но эти недостатки не снижают общей высокой оценки диссертации.

Диссертация написана С.И. Безродных единолично. Она содержит совокупность новых научных результатов и положений, выдвигаемых автором для публичной защиты, имеет внутреннее единство и свидетельствует о личном вкладе автора в науку. Работа представляет собою завершенное научное исследование, она хорошо оформлена. Она и ее автор С.И. Безродных соответствуют критериям, установленным Положением о порядке присуждения ученых степеней, утвержденном Постановлением Правительства Российской Федерации от 30 января 2002 г. № 74 (в редакции постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842).

Научные выводы данной диссертации могут быть использованы во всех университетах и научных центрах, где ведутся исследования в области краевых задач для аналитических функций, а также астрофизики, например, в Математическом институте РАН им. В.А. Стеклова, Институте проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского, Южном федеральном университете, Казанском (Приволжском) федеральном университете, Белгородском государственном национальном исследовательском университете и многих других научных центрах.

В диссертационной работе С.И. Безродных разработаны следующие теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как новое крупное научное достижение:

– установлено, что ряд задач математического моделирования процессов,

протекающих в космической и солнечной плазме, сводится к некоторым версиям краевой задачи Римана — Гильберта для аналитических функций;

– эти краевые задачи исследованы, причем для их решений получены новые представления, связанные с функцией Лауричеллы;

– обоснован ряд новых результатов о функции Лауричеллы, используемых при выводе вышеуказанных представлений.

Язык и стиль диссертации и автореферата находятся на достаточно высоком уровне и позволяют соискателю структурно-содержательно оформить его результаты.

Считаем, что диссертационная работа «Сингулярная задача Римана-Гильберта, гипергеометрическая функция Лауричеллы и приложения к астрофизике» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.03. – математическая физика, а ее автор Безродных Сергей Игоревич заслуживает присуждения ему этой ученой степени.

Отзыв утвержден на расширенном заседании кафедры математического анализа Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет» 26 июня 2017 года, протокол № 6.

18 июля 2017г.

Заведующий кафедрой математического анализа ИММ КФУ, д. ф.-м. н., профессор

Насыров Семен Рафаилович
Тел. +7(843)233-73-73,
e-mail: snasyrov@kpfu.ru,

Профессор кафедры математического анализа ИММ КФУ, д. ф.-м.н., профессор

Кац Борис Александрович
Тел. +7(843)233-72-77,
e-mail: katsboris877@gmail.com

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет».

Почтовый адрес: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, д. 18

Тел.: +7(843)233-74-00, +7(843)292-69-77

E-mail: public.mail@kpfu.ru

Сайт: <http://kpfu.ru>