

Федеральное государственное учреждение науки Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук (ИППИ РАН)

На правах рукописи

Ингачева Анастасия Сергеевна

**Модели и методы рентгеновской компьютерной
томографии в полихроматическом режиме**

Специальность 05.13.18 —

«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Соболевский Андрей Николаевич

Научный консультант:
кандидат физико-математических наук
Чукалина Марина Валерьевна

Москва — 2020

Оглавление

	Стр.
Введение	6
Глава 1. Рентгеновская компьютерная томография	12
1.1 Постановка задачи томографической реконструкции	12
1.1.1 Модель формирования набора трансмиссионных изображений при зондировании монохроматическим рентгеновским излучением	13
1.1.2 Преобразование изображений для достижения линейной связи зарегистрированной величины с распределением коэффициента поглощения	16
1.1.3 Классические алгоритмы реконструкции	17
1.2 Особенности работы лабораторного томографа	25
1.2.1 Описание функциональных узлов лабораторного томографа	26
1.2.2 Модель формирования трансмиссионных изображений при зондировании полихроматическим рентгеновским излучением	31
1.2.3 Чашевидные искажения профиля показателя ослабления восстановленного изображения	31
1.2.4 Существующие методы подавления чашевидных артефактов	33
1.3 Заключение по главе 1	41
Глава 2. Спектральная модель сигнала лабораторных томографов, использующих полихроматическое зондирующее излучение	44
2.1 Общая модель оптического тракта лабораторного томографа . .	45
2.2 Спектральная плотность силы излучения рентгеновской трубки .	45
2.3 Спектральный коэффициент пропускания фильтром и образцом .	47
2.4 Модель детектора с непрямой регистрацией	48

2.5	Спектральная модель оптического тракта лабораторного томографа	50
2.6	Описание пакета XRayUtil	50
2.7	Оценка адекватности предложенной модели путем сравнения рассчитанных значений с результатами измерений	52
2.8	Связь монохроматических и полихроматических лучевых интегралов	58
2.8.1	Свойства полихроматических лучевых интегралов	58
2.8.2	Аппроксимация полихроматических лучевых интегралов семейством двухпараметрических степенных функций	61
2.9	Функция коррекции	64
2.10	Заключение по главе 2	67
Глава 3. Качественная оценка выраженности чашевидных артефактов		69
3.1	Постановка задачи количественной оценки выраженности чашевидных артефактов	71
3.2	Алгоритм вычисления количественной оценки выраженности чашевидных артефактов	72
3.3	Согласованность показателя СЕ с профилем яркости реконструированного изображения	75
3.4	Заключение по главе 3	81
Глава 4. Подавление чашевидных артефактов на реконструированном изображении, применением попиксельной коррекции к трансмиссионным изображениям, полученным при зондировании полихроматическим излучением		84
4.1	Метод коррекции для задачи двумерной томографии	85
4.2	Определение параметра корректирующей функции при наличии информации об экспериментальных условиях и составе однокомпонентного образца	86
4.3	Определение параметра корректирующей функции в отсутствие информации об экспериментальных условиях и составе образца	87

4.3.1	Инвариант преобразования Радона	88
4.3.2	Алгоритм поиска оптимального значения параметра корректирующей функции	89
4.4	Оценка близости найденных параметров корректирующей функции в случаях наличия и отсутствия априорной информации	90
4.4.1	Оценка способности метода подавлять чашевидные искажения на реконструированных изображениях двухкомпонентных образцов	95
4.5	Расширение применимости метода коррекции для задачи трехмерной томографии	98
4.6	Заключение по главе 4	101
Глава 5.	Комплекс программ численного моделирования, предназначенный для проведения вычислительных экспериментов по рентгеновской томографии в полихроматическом режиме	102
5.1	Общие сведения	104
5.2	Функциональное назначение	105
5.3	Структура комплекса программ	106
5.4	Методы и средства разработки комплекса программ	107
5.5	Операционная система. Вызов и загрузка комплекса программ	108
5.6	Входные и выходные данные	108
5.6.1	Формат входных параметров модуля “имитационное моделирование”	108
5.6.2	Формат выходных параметров модуля “имитационное моделирование”	111
5.6.3	Формат входных параметров модуля “томографическая реконструкция”	112
5.6.4	Формат выходных параметров модуля “томографическая реконструкция”	113
5.6.5	Формат входных параметров модуля “визуализация и оценка чашевидных артефактов”	114
5.6.6	Формат выходных параметров модуля “визуализация и оценка чашевидных артефактов”	115

5.7	Функции модулей комплекса программ	115
5.7.1	Функция модуля “имитационное моделирование”	115
5.7.2	Функция модуля “томографическая реконструкция”	116
5.7.3	Функция модуля “визуализация и количественная оценка выраженнойности чашевидных артефактов”	117
5.8	Описание контрольного примера	118
5.8.1	Пример использования комплекса программ для проведения вычислительного эксперимента	118
5.8.2	Пример использования комплекса программ на экспериментальных данных	120
5.9	Выводы по главе 5	122
Заключение		124
Список сокращений и условных обозначений		125
Список литературы		127
Список рисунков		140
Список таблиц		144

Введение

Актуальность темы. Томографические методы исследования широко используются, когда требуется определить внутреннюю структуру образца без его физического разрушения. Метод рентгеновской компьютерной (вычислительной) томографии (далее – КТ) основан на измерении рентгеновского излучения после его частичного ослабления в образце. Большой вклад в развитие метода в разное время внесли ученые из разных стран. Среди соотечественников следует отметить Б. К. Вайнштейна, Н. Д. Введенскую, И. М. Гельфанд, В. Е. Асадчикова, В. В. Пикалова, А. Н. Тихонова, В. И. Феоктистова. Из зарубежных ученых упомянем С. Качмажа, А. М. Кормака, Ф. Натерера, Г. Н. Хаунсфилда.

Задача КТ заключается в оценке пространственного распределения линейного коэффициента ослабления рентгеновского излучения в исследуемом образце по набору измеренных трансмиссионных изображений. В классической постановке задачи КТ зондирующее излучение считается монохроматическим. Модель формирования изображений (связь между распределением коэффициента ослабления и количеством зарегистрированных квантов) при этом нелинейна, однако известно преобразование измеренных значений, сводящее модель к линейной. Это позволяет решать задачу реконструкции, используя свойство обратимости преобразования Радона, что и реализуют классические аналитические алгоритмы КТ, такие как алгоритм обратного проецирования с фильтрацией и алгоритм Фурье-синтеза.

К сожалению, применение классических подходов КТ к реконструкции данных, полученных с использованием излучения с широкополосным спектром, приводит к появлению на восстановленном изображении характерных чашевидных искажений профиля показателя ослабления и полос заниженного показателя ослабления между сильно поглощающими включениями. При этом зондирование широкополосным спектром типично для медицинских и промышленных томографов, поэтому разработка методов для подавления перечисленных выше артефактов весьма актуальна.

Степень разработанности темы. Уже в первом томографе с лабораторным источником рентгеновского излучения, сконструированном в 1969 году Г. Н. Хаунсфилдом, наличие упомянутых выше артефактов стало проблемой.

Первое их описание было опубликовано Р. А. Бруксом и Г. Ди Чиро в 1976 году. С тех пор неоднократно были предприняты попытки их устранения или хотя бы ослабления.

На данный момент можно выделить четыре группы методов подавления артефактов полихроматической моды: аппаратные методы изменения спектрального состава излучения, методы предварительной обработки томографических изображений, методы реконструкции, которые используют модель с явным учетом полихроматичности излучения, а также методы пост-обработки уже восстановленного изображения. К аппаратным относятся методы монохроматизации или фильтрации излучения. Для разработки и изготовления монохроматоров в лаборатории рефлектрометрии и малоуглового рассеяния ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН исследуются отражающие способности кристаллов. Например, в лаборатории используются монохроматоры из монокристалла кремния и пиролитического графита. Исследования Р. Д. Дженнингса показали, что для фильтрации рентгеновского излучения можно использовать тонкие металлические пластины, например, алюминиевые или медные. Несмотря на то, что аппаратная фильтрация уменьшает чашевидные артефакты на восстановленном изображении, она также уменьшает количество фотонов рентгеновского излучения, что ведет к ухудшению отношения сигнал/-шум, либо к увеличению времени эксперимента.

Методы реконструкции, которые используют модель с явным учетом полихроматичности излучения, в разное время разрабатывали К. Дж. Батенбург, Дж. Сайберс, Цзян Се, Р. К. Молтен, Р. Х. Джонсон и др. В этой группе методов задача томографической реконструкции рассматривается в виде системы алгебраических уравнений (САУ). Наличие таких проблем, как полихроматичность излучения и ненулевая площадь элемента детектора, ведет к большому числу параметров модели. Возникают следующие математическим сложности: несовместность и недоопределенность САУ, её принципиальная нелинейность, и всё это в условиях большой размерности. Поиск решения САУ в этом случае выполняется путем численной оптимизации. Однако часто решение САУ является неустойчивым к параметрам. Другой недостаток названных методов заключается в чрезвычайно большой трудоемкости.

Другой подход к подавлению чашевидных артефактов – обработка уже восстановленных изображений. Многие методы этой группы основаны на теории цифровой обработки и анализа изображений. Например, метод, предложен-

ный Х. Шипенгом и соавторами, основан на алгоритме слепой деконволюции, а Р. Паувельс и соавторы для определения и устранения артефактов предложили метод, основанный на использовании свёрточных нейронных сетей. Методы обработки восстановленного изображения используют в случае, когда по каким-либо причинам нет доступа к измеренным данным. Однако такие методы никак не учитывают особенности формирования измеренных данных и могут существенно искажать структуру образца, поскольку не существует надежных способов визуально отличить артефакты от морфологически подобных им элементов структуры.

Метод предварительной обработки зарегистрированных томографических изображений, предложенный Г. Т. Германом 1979 году, заключается в независимой коррекции измеренных значений перед применением алгоритма реконструкции. В качестве модели коррекции Г. Т. Герман использовал полиномы второй степени. Параметры модели подбирались на основе результатов дополнительных измерений. Таким образом, однажды подобранная функция может быть использована только для коррекции томографических изображений, получаемых в таких же экспериментальных условиях от схожих по составу и размеру образцов. Далее было предложено множество модификаций этого метода. Например, А. Дж. Коулман и М. Синклер предложили в качестве функции коррекции использовать комбинацию двух полиномов, а их параметры подбирать на основе результатов дополнительных калибровочных измерений, полученных с использованием двух трубок, излучение которых различно по спектральному составу. Главный недостаток такого подхода заключается в необходимости дополнительной лучевой нагрузки на образец. Во избежание этого С. Шуллер и соавторы предложили определять параметры корректирующей модели по зарегистрированным и восстановленным изображениям. Однако метод, во-первых, требует двукратного применения алгоритма реконструкции, а во-вторых, включает шаг сегментации изображения, что для компьютерного зрения – отдельная задача. Потому оценить точность реконструкции не представляется возможным, а результат сильно зависит от большого числа разнородных факторов. В рассмотренных статьях с описанием предварительной коррекции изображений не приводится теоретического обоснования использования полиномов в качестве модели коррекции. Таким образом, построение модели предварительной коррекции, который не требует проведения дополн-

нительных измерений, а также разработка метода автоматического поиска параметров модели весьма актуальны.

Целью данной диссертационной работы является создание и исследование методов компьютерной томографии, сочетающих высокую точность и быстродействие, но не требующих монохроматичности источника.

Для достижения этой цели поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Численно исследовать зависимость величины регистрируемого сигнала от толщины однокомпонентного образца при зондировании полихроматическим рентгеновским излучением.
2. Оценить точность монохроматической модели, а также предлагаемой однопараметрической модели учета полихроматичности.
3. По результатам численных и натурных экспериментов оценить влияние параметра модели на степень выраженности артефактов.
4. Разработать алгоритм количественной оценки выраженности чашевидных артефактов на реконструированном изображении.
5. Разработать алгоритм автоматического выбора параметра модели, основанный на инварианте преобразования Радона.
6. Исследовать точность предложенного алгоритма с помощью численного моделирования в зависимости от геометрии образца и параметров регистрации сигнала.
7. Разработать комплекс программ численного моделирования, позволяющий проводить вычислительные эксперименты получения данных рентгеновской томографии в полихроматическом режиме и оценивать разработанные для нее математические методы и алгоритмы, а также обрабатывать данные реальных экспериментов.

Методология и методы исследования. В диссертационной работе использовались методы цифровой обработки и анализа изображений, методы численного моделирования, методы нелинейной оптимизации.

Научная новизна: впервые исследована спектральная модель оптического тракта рентгеновского томографа. Сравнение результатов моделирования с экспериментальными измерениями показало, что отклик рентгеновского томографа хорошо описывается спектральной моделью.

Впервые доказано, что функции, описывающие лучевые полихроматические интегралы – положительные выпуклые строго возрастающие функции. Впервые исследована точность однокомпонентной модели учета полихроматиче-

ского зондирования при известных спектре излучения источника, чувствительности детектора и составе образца. Предложен метод автоматического поиска параметра модели при неизвестных параметрах регистрации сигнала и составе образца.

Теоретическая и практическая значимость. Теоретическая значимость работы заключается в существенном расширении границ применимости классических алгоритмов реконструкции. С помощью доказанных свойств функций полихроматических лучевых интегралов становится возможен переход от модели, описывающей процесс регистрации сигнала в полихроматической mode, к модели, описывающей входные данные классических алгоритмов реконструкции.

Практическая значимость работы заключается в разработке комплекса программ, который позволяет проводить вычислительные эксперименты по рентгеновской томографии в полихроматическом режиме, а также тестировать различные вычислительные методы реконструкции. Разработанный комплекс программ может работать как с экспериментальными данными, так и с данными, полученными численным моделированием.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Показано, что исследованная спектральная модель оптического тракта рентгеновского томографа хорошо описывает отклик рентгеновского томографа.
2. Доказано, что функции, описывающие лучевые полихроматические интегралы – положительные, выпуклые, строго возрастающие. Показано, что для аппроксимации этих интегралов целесообразно применять семейство степенных функций.
3. Предложен алгоритм количественной оценки выраженности чашевидных артефактов. Показано, что результат применения разработанного метода согласуется с профилем восстановленного изображения.
4. Предложен алгоритм автоматического определения параметра корректирующей функции при неизвестном составе образца и спектре излучения. Показано, что найденный этим алгоритмом параметр позволяет получить восстановленное изображение с подавленными чашевидными артефактами.

5. Реализован комплекс программ численного моделирования для проведения вычислительных экспериментов по рентгеновской томографии в полихроматическом режиме.

Достоверность полученных результатов обоснована аналитическими расчетами и подтверждена данными численных экспериментов, полученных с помощью разработанных алгоритмов и комплекса программ. Достоверность результатов также подтверждается их соответствием общепризнанным теоретическим и практическим данным, опубликованным в литературе. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на российских и зарубежных конференциях:

1. 1st International Conference on Robotics and Machine Vision (ICRMV 2016).
2. Рентгеновская оптика – 2016.
3. Первый Российский кристаллографический конгресс 2016.
4. 31st European Conference on Modelling and Simulation (ECMS 2017).
5. Synchrotron and Free electron laser Radiation: generation and application (SFR 2018).
6. 12th International Conference on Machine Vision (ICMV 2019).

Личный вклад. Все результаты диссертации, вынесенные на защиту, получены автором самостоятельно. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась автором как самостоятельно, так и в соавторстве, причем вклад докторанта был определяющим. Постановка задач и обсуждение результатов проводилось совместно с научным руководителем и консультантом. Многие аспекты исследований в разное время обсуждались с Д.П. Николаевым.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 11 печатных изданиях, 5 из работ изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 3 – в изданиях, индексируемых в Web of Science и Scopus, 3 – в тезисах докладов. Также получено свидетельство о регистрации программы для электронных вычислительных машин (ЭВМ).

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 144 страницы, включая 41 рисунок и 5 таблиц. Список литературы содержит 128 наименований.

Глава 1. Рентгеновская компьютерная томография

Рентгеновская компьютерная томография – неразрушающий метод определения внутренней структуры изучаемого образца по набору трансмиссионных (“на просвет”) изображений в рентгеновском диапазоне. К настоящему времени метод КТ стал одним из основных неинвазивных диагностических методов в медицинских, научных и промышленных исследованиях. Рентгеновская КТ в медицине служит средством 3D визуализации для обнаружения патологий, контроля за течением болезней и динамикой лечения [1; 2]. В промышленности КТ применяют для контроля качества продукции или для помощи при создании новых технологий [3; 4]. В передовых научных исследованиях КТ используют для решения таких задач, как, например, изучение структуры компонент, удерживающих давление на атомных электростанциях [5], в биологических исследованиях для 3D визуализации внутренних органов млекопитающих [6] и во многих других областях.

Метод КТ можно разделить на два этапа. Первый этап заключается в сборе трансмиссионных изображений на томографической установке. Второй этап состоит в обработке измеренных изображений с целью восстановления пространственной внутренней структуры путем применения алгоритмов реконструкции. Рассмотрим формализацию постановки задачи томографической реконструкции и введем необходимые обозначения.

1.1 Постановка задачи томографической реконструкции

Для получения набора трансмиссионных изображений образец зондируется монохроматическим рентгеновским излучением под разными углами, ослабленное объектом излучение регистрируется позиционно-чувствительной аппаратурой (детектором). Принципиальная схема работы томографа, в которой система “источник-детектор” неподвижна, а образец вращается с заданным угловым шагом, показана на рис. 1.1.

Положение системы “источник-детектор” и угол поворота образца определяют направление зондирования. Для каждого угла поворота прошедшее через

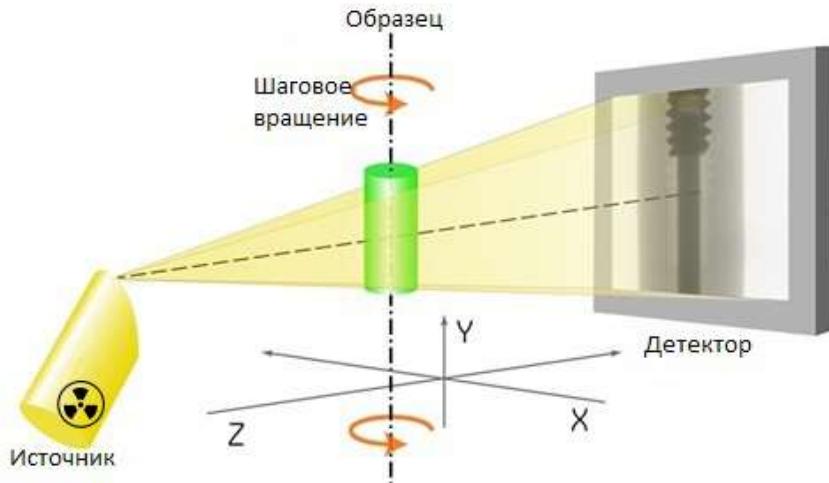


Рисунок 1.1 — Принципиальная схема получения набора трансмиссионных изображений.

образец и ослабленное на своем пути излучение регистрируется позиционно-чувствительным оборудованием, формируя трансмиссионное изображение. После предварительной обработки, набор изображений используют для томографической реконструкции. Для этого нужно восстановить пространственное распределение линейного коэффициента ослабления рентгеновского излучения исследуемым образцом, т.е. получить реконструированное изображение, по набору зарегистрированных трансмиссионных изображений [7].

1.1.1 Модель формирования набора трансмиссионных изображений при зондировании монохроматическим рентгеновским излучением

Рассмотрим взаимодействие монохроматического рентгеновского излучения с веществом. Для его описания в классической постановке задачи томографии используется математическая модель, учитывающая ослабление рентгеновского излучения только за счет поглощения. Остальными процессами, такими как упругое и неупругое рассеяние и пр., в данной модели пренебрегается [8]. Согласно закону Бугера-Ламберта-Бера ослабление монохроматического рентгеновского излучения энергии E однородным веществом с линейным ко-

эффективом поглощения $\mu(E)$ в приближении далекого точечного источника, описывается выражением [9]:

$$\bar{I}(E) = I(E)e^{-\mu(E)t}. \quad (1.1)$$

Здесь $\bar{I}(E)$ – интенсивность рентгеновского излучения, прошедшего слой однородного вещества, $I(E)$ – интенсивность излучения на входе в вещество, t – толщина однородного вещества.

Для трехмерной задачи томографии с круговой схемой сканирования существует две наиболее часто используемые модели распространения рентгеновских лучей: конусная и параллельная. Геометрические схемы эксперимента называются конусная и параллельная, соответственно. В первом случае считается, что источник рентгеновского излучения – точечный, рентгеновское излучение распространяется изотропно. Во втором случае параллельный пучок лучей формируется оптическими элементами, установленными между источником и образцом (рис. 1.2).

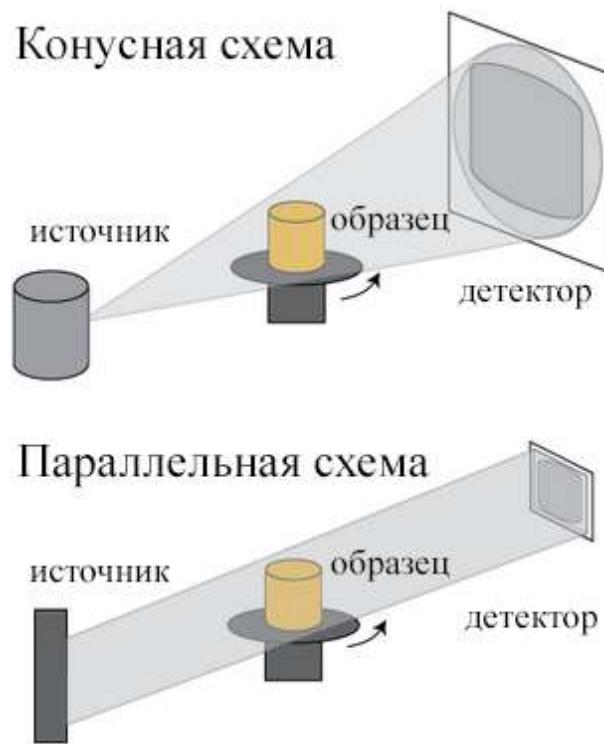


Рисунок 1.2 – Конусная и параллельная геометрические схемы получения набора трансмиссионных изображений в трехмерной задаче томографии.

В трехмерной задаче томографии с параллельным распространением лучей для каждой строки детектора можно рассматривать двумерную задачу

томографической реконструкции, т.е. реконструируемое изображение будет состоять из независимых слоев.

В конусной схеме рассматривать формирование трансмиссионного изображения в двумерном случае можно только для строки детектора, расположенной на высоте источника, так как лучи, формирующие значения ячеек этой строки, проходят перпендикулярно оси вращения образца. Этую строку называют центральной, а геометрическую схему ее формирующую – веерной (рис. 1.3). Для остальных строк детектора угол поворота определяет ту часть образца, которая участвует в формировании значений ячеек.

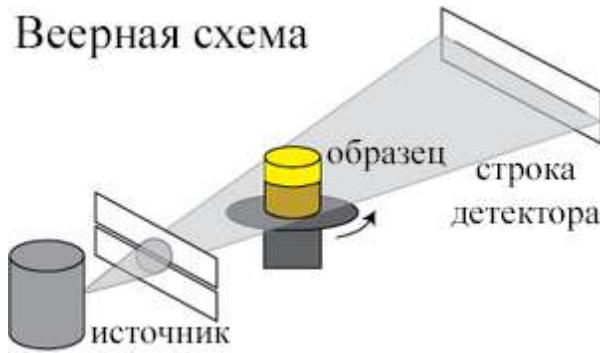


Рисунок 1.3 — Веерная геометрическая схема получения набора изображений в двумерной задаче томографии.

Таким образом для трехмерной задачи томографии в параллельной схеме и для центральной строки в конусной схеме (веерная схема) можно рассматривать двумерную модель формирования регистрируемого изображения. Перейдем к ее рассмотрению.

Введем декартову систему координат XOY (рис. 1.4), на которой определена $f(x,y)$ финитная функция двух действительных переменных, описывающая распределение линейного коэффициента поглощения.

Воспользуемся приближениями геометрической оптики. Рассмотрим бесконечно тонкий рентгеновский луч, который распространяется вдоль прямой L , проходящей через источник излучения и i -тую ячейку линейного детектора ($i = 1, \dots, N$) с бесконечно малой площадью. Положение прямой L однозначно определяется углом α_j ($j = 1, \dots, M$), который задает угол вращения системы “источник-детектор” вокруг неподвижного образца, что с математической точки зрения равнозначно вращению образца с точностью до знака при неподвижной системе “источник-детектор”. Зондирование в таком случае будет происходить вдоль прямой L , перпендикулярной вектору $\bar{n} = (\cos \alpha_j, \sin \alpha_j)$.

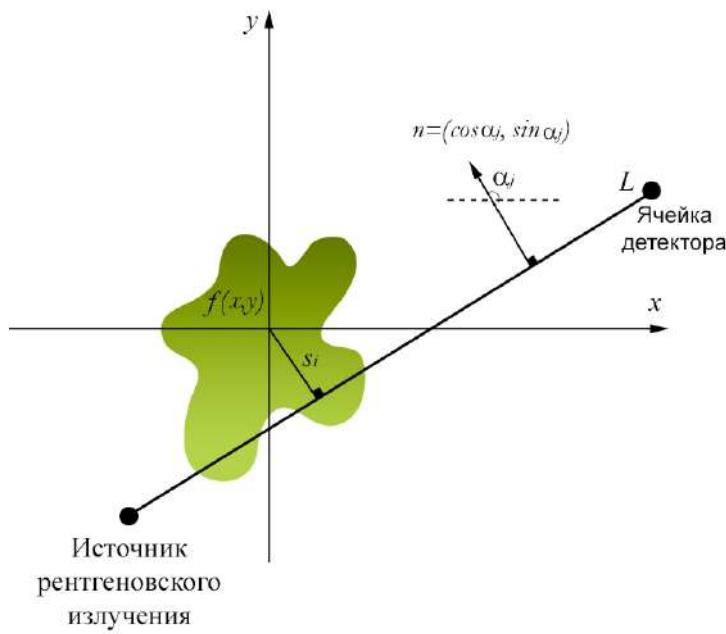


Рисунок 1.4 — Геометрическая схема формирования сигнала, регистрируемого одной ячейкой детектора, иллюстрирующая связь источник-образец-детектор.

Пусть спектральная плотность облученности $I(E) = \text{const}$ одинакова для всех ячеек детектора и для всех углов поворота образца. Тогда регистрируемая i -той ячейкой детектора величина при угле поворота α_j , согласно закону Бугера-Ламберта-Бера (1.1), описывается выражением:

$$d_{ij} = I(E) e^{-\int_L f(s_i \cos \alpha_j - l \sin \alpha_j, s_i \sin \alpha_j - l \cos \alpha_j) dl}. \quad (1.2)$$

Прямая L (направление зондирования) однозначно определяется углом поворота образца α_j и расстоянием s_i от начала координат до i -ой ячейки детектора.

1.1.2 Преобразование изображений для достижения линейной связи зарегистрированной величины с распределением коэффициента поглощения

Элементарными математическими операциями зарегистрированные величины можно преобразовать так, чтобы их связь с распределением коэффициента поглощения стала линейной. Для этого величину d_{ij} надо разделить на

спектральную плотность облученности $I(E)$ и взять отрицательный логарифм от полученного значения:

$$\hat{d}_{ij} = \log\left(\frac{d_{ij}}{I(E)}\right), \forall i \in N, j \in M. \quad (1.3)$$

Таким образом, мы пришли к выражению, которое описывает интегрирование функции $f(x,y)$ вдоль прямой, перпендикулярной вектору $\bar{n} = (\cos \alpha_j, \sin \alpha_j)$ и проходящей на расстоянии s_i от начала координат:

$$R(\alpha_j, s_i) = \int_L f(s_i \cos \alpha_j - l \sin \alpha_j, s_i \sin \alpha_j - l \cos \alpha_j) dl. \quad (1.4)$$

$R(\alpha_j, s_i)$ – интегральное линейное преобразование функции f (т.н. преобразование Радона) [10]. Множество величин $R(\alpha_j, s_i)$ объединяют в матрицу $P = (p_{ij})$ размерности $N \times M$. Номер строки матрицы отвечает за угол поворота, номер столбца – за ячейку детектора. Матрицу P называют синограммой. Преобразование Радона ряда небольших объектов графически выглядит как ряд размытых синусоид с различными амплитудами и фазами.

Совокупность $R(\alpha_j, s_i)$ всех преобразованных зарегистрированных значений d_{ij} , $\forall i \in N, j \in M$ представляет из себя правые части системы линейных интегральных уравнений. Решение системы относительно неизвестного распределения линейного коэффициента поглощения $f(x,y)$ и есть задача томографической реконструкции. Она сформулируется следующим образом: по конечному числу величин $R(\alpha_j, s_i), i \in N, j \in M$, измеренных под разными углами, требуется восстановить значение функции $f(x,y)$.

1.1.3 Классические алгоритмы реконструкции

Математическим фундаментом для решения задачи томографической реконструкции является интегральная геометрия, основы которой были заложены в статье И. Радона в 1917 г. [11].

Пусть функция $f(x,y)$ удовлетворяет условиям регулярности. Интегрирование функции $f(x,y)$ на плоскости вдоль произвольной прямой L – линейное функциональное преобразование, результат интегрирования является $b(L)$ линейной функцией. Задача, решаемая в работе, заключается в обращении этого

линейного функционального преобразования. Для этого И. Радон ответил на следующие вопросы: любая ли линейная функция, которая удовлетворяет условиям регулярности, может быть получена описанным процессом? Если это так, то является ли точечная функция f однозначно определяемой b , и как ее можно найти? Ниже приведены основные результаты его работы.

Условия регулярности.

Пусть $f(x,y)$ – действительная функция, определенная для всех действительных точек $c = [x,y]$, которая удовлетворяет следующим условиям регулярности:

1. $f(x,y)$ непрерывна.
2. Следующий двойной интеграл, который берется по всей плоскости, сходится:

$$\int \int \frac{|f(x,y)|}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy. \quad (1.5)$$

3. Для произвольной точки $c = [x,y]$ и любого $C \geq 0$ пусть

$$\bar{f}_c(C) = f(x + C \cos \gamma, y + C \sin \gamma) d\gamma, \quad (1.6)$$

для каждой точки c ,

$$\lim_{C \rightarrow \infty} \bar{f}_c(C) = 0. \quad (1.7)$$

Тогда справедливы следующие теоремы.

Теорема 1. Интеграл от функции f , взятый вдоль прямой L , удовлетворяющей уравнению $x \cos \gamma + y \sin \gamma = \xi$, который задается выражением

$$b(\xi, \gamma) = b(-\xi, \gamma + \pi) = \int_0^{2\pi} f(\xi \cos \gamma - \eta \sin \gamma, \xi \sin \gamma + \eta \cos \gamma) d\eta, \quad (1.8)$$

“в целом” хорошо определен. Это означает, что для любого круга точки, принадлежащие касательным линиям, для которых не существует b , образуют множество нулевой линейной меры.

Теорема 2. Если среднее значение $b(\xi, \gamma)$ сформировано для касательных линий круга с центром $c = [x,y]$ и радиусом C :

$$\bar{b}_c(C) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} b(x \cos \gamma + y \sin \gamma + C, \gamma) d\gamma, \quad (1.9)$$

то тогда этот интеграл абсолютно сходится для всех $c = [x,y]$ и C .

Теорема 3. Значение $f(x,y)$ полностью определяется b и может быть вычислено следующим образом:

$$f(C) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\bar{b}_c(C)}{C}. \quad (1.10)$$

Таким образом И. Радон доказал, что интегральное функциональное преобразование обратимо, а значит, задача томографии разрешима в непрерывном виде и может быть решена точно при наличии значений, зарегистрированных под всевозможными углами в бесконечном числе элементов линейного детектора.

Однако работа И. Радона долгое время была известна только узкому кругу математиков, что привело к появлению целого ряда работ, в которых были предложены алгоритмы реконструкции, лишь косвенно связанные с формулой обращения. На данный момент можно выделить два подхода к решению задачи томографии – интегральный и алгебраический [12; 13]. В интегральном все рассмотрение происходит в непрерывной форме, а дискретизация выполняется на конечном этапе – численной реализации алгоритма реконструкции. В алгебраическом подходе напротив рассматривают задачу томографии в виде системы алгебраических уравнений, для решения которой используют методы численной оптимизации. Ниже приводится обзор наиболее популярных классических алгоритмов реконструкции.

Интегральные алгоритмы реконструкции

Алгоритм обратного проецирования (Backprojection, BP).

Самым простым и понятным является алгоритм обратного проецирования [14]. Идея алгоритма состоит в том, что оценку распределения линейного коэффициента поглощения, т.е. функцию $f(x,y)$, в любой точке с координатами (x,y) находят путем взвешенного суммирования значений синограммы, собранных вдоль прямых проходящих через эту точку.

Это реализуется следующим образом. Для текущего угла α значения синограммы $R(\alpha, s_i), \forall i \in N$ представляют собой одномерную функцию от переменной s . Эту функцию преобразуют в двумерную растянув (выполнив операцию обратного проецирования) по всей плоскости в соответствии с выражением

$$\bar{R}_\alpha(x,y) = R(\alpha, x \cos \alpha + y \sin \alpha). \quad (1.11)$$

Просуммировав обратные проекции $\bar{R}_\alpha(x,y)$ для всех углов $\alpha = \alpha_j, \forall j \in M$ и обозначив расстояние между соседними углами за $\Delta\alpha_j$, получают отношение

$$\tilde{f}(x,y) = \sum_{j=1}^M \bar{R}_{\alpha_j}(x,y) \Delta\alpha_j. \quad (1.12)$$

Алгоритм обратного проецирования был независимо открыт Б. К. Вайнштейном [15] и Р. Гордоном [16].

Результат восстановления алгоритмом ВР получается размытым, так как яркие пиксели размазываются по соответствующим направлениям. Поэтому на сегодняшний день используется алгоритм обратного проецирования с фильтрацией, основное преимущество которого – способность подавлять эффект размытия.

Алгоритм обратного проецирования с фильтрацией (Filtered BackProjection, FBP).

В алгоритме обратного проецирования с фильтрацией [14] добавлен шаг фильтрации перед выполнением обратного проецирования

$$G(\alpha_j, s) = R_{\alpha_j}(s) \otimes K(s). \quad (1.13)$$

Здесь $G(\alpha_j, s)$ – результат применения операции свертки функций $R_{\alpha_j}(s)$ и $K(s)$. $K(s)$ – ядро свертки. Фильтрация выполняется высокочастотным фильтром. Таким образом, низкочастотный спектр сигнала обрезается, что помогает бороться с эффектом размытия восстановленного изображения.

Приведем выражение, которое описывает алгоритм обратного проецирования с фильтрацией с учетом конечного числа проекций:

$$\bar{f}(x,y) = \sum_{j=1}^M \bar{G}_{\alpha_j}(x,y) \Delta\alpha_j, \quad (1.14)$$

где $\bar{G}_\alpha(x,y) = G(\alpha, x \cos \alpha + y \sin \alpha)$ – результат обратного проецирования функции $G(\alpha_j, s)$.

Операция свертки вычислительно затратная, но существует теорема о свертке, которая утверждает, что Фурье-образ свертки функций равен произведению Фурье-образов этих функций [17]. Таким образом, для ускорения алгоритма, сначала применяют одномерное преобразование Фурье, затем



Рисунок 1.5 — Сравнение работы алгоритмов реконструкции “обратного проецирования” и “обратного проецирования с фильтрацией”.

результат фильтруют высокочастотным фильтром, и применяют обратное преобразование Фурье к результату фильтрации. В такой схеме свертка заменяется операцией умножения.

Для этих целей часто используется рамп-фильтр, функция для которого в частотной области задается выражением

$$K(\nu) = |\nu|, \quad (1.15)$$

где ν – частота [18].

На сегодня для фильтрации проекций используют разнообразные виды фильтров. Некоторые фильтры помогают подавить шум на восстановленном изображении, другие уменьшают размытие изображения [19].

На рис. 1.5 представлено сравнение результатов работы алгоритмов реконструкции “обратного проецирования” и “обратного проецирования с фильтрацией”. В примере использовался рамп-фильтр.

Алгоритм Фурье-синтеза (Discrete Fourier Reconstructions, DFR).

Основой алгоритма Фурье-синтеза является теорема Фурье о центральном сечении. Она устанавливает связь между преобразованием Радона и преобразованием Фурье [20].

Теорема 4. *Теорема Фурье о центральном сечении. Если $R(\alpha, s)$ – результат преобразования Радона $\mathcal{R}_f(\alpha, s)$ функции $f(x, y)$ вдоль прямой L , перпендикулярной вектору $\bar{n} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ и проходящей на расстоянии s (измеренного вдоль \bar{n} с соответствующим знаком) от начала координат*

$$R(\alpha, s) = \int_L f(s \cos \alpha - l \sin \alpha, s \sin \alpha + l \cos \alpha) dl. \quad (1.16)$$

Тогда одномерное преобразование Фурье \mathcal{F}^1 результата преобразования Радона $R(\alpha, s)$ по координате s , последовательно выполненному для всех углов $\alpha = [0, 180]$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^1\{R(\alpha, s)\}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} R(\alpha, s) \exp(-ist) ds = \\ &= \int \int f(x, y) \exp(-i(x \cos \alpha + y \sin \alpha)s) dx dy\end{aligned}\tag{1.17}$$

эквивалентно двумерному преобразованию Фурье \mathcal{F}^2 функции $f(x, y)$, выраженной через полярные координаты

$$\begin{aligned}&\int \int f(x, y) \exp(-i(x \cos \alpha + y \sin \alpha)s) dx dy = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp(-ixs \cos \alpha) \exp(-iys \sin \alpha) dx dy = \\ &= \mathcal{F}^2\{f(s \cos \alpha, s \sin \alpha)\}(x, y).\end{aligned}\tag{1.18}$$

Из теоремы следует, что для восстановления неизвестной функции $f(x, y)$ достаточно выполнить алгоритм из трех шагов:

1. Вычислить одномерное преобразование Фурье \mathcal{F}^1 величин $R(\alpha_j, s_i)$, $\forall j \in M$, как от функций переменной s_i .
2. Перейти от полярной к декартовой системе координат, к якобиану перехода иногда добавляют высокочастотный фильтр, также как и в алгоритме обратного проецирования с фильтрацией.
3. Вычислить обратное двумерное преобразование Фурье $\hat{\mathcal{F}}^2$, получив тем самым оценку неизвестной функции $f(x, y)$.

Алгебраические алгоритмы реконструкции

В алгебраическом подходе к реконструкции восстанавливаемая область покрывается сеткой пикселей. Число пикселей по горизонтали равно числу пикселей по вертикали и равно числу ячеек детектора N . Общее число элементов сетки N^2 . Чтобы в каждом пикселе восстановить значение линейного коэффициента поглощения $\vec{v} = \{v_j, j = 1 \dots N^2\}$, решается система алгебраических уравнений:

$$W\vec{v} = \vec{P},\tag{1.19}$$

где вектор \vec{P} описывает синограмму, его размерность NM , W – проекционная матрица размером $NM \times N^2$, определяющая вклад пикселя в сумму (например, как показано на рис. 1.6).

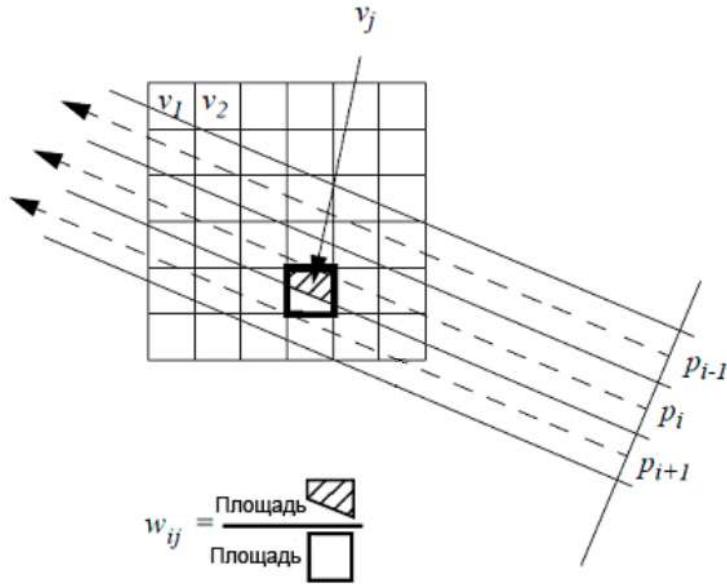


Рисунок 1.6 — Схема подсчета весовых коэффициентов в алгебраическом алгоритме томографической реконструкции (взято из [21]).

В современных детекторах количество ячеек измеряется тысячами, и уже при линейных размерах $N = 1024$ получается система с более чем $N \times N \times N$ – миллиардом неизвестных. Соответственно, прямые методы решения, основанные на вычислении обратной матрицы, неприменимы. Для решения системы (1.19) были разработаны специальные алгоритмы. Рассмотрим наиболее распространенные алгоритмы этой группы.

Техника алгебраической реконструкции (Algebraic Reconstruction Technique, ART).

Алгоритм решения системы (1.19) был предложен Качмажем в 1937 году [22]. Повторно, но уже специально для задачи томографии, этот же алгоритм был перепредложен Р. Бендером и Г. Германом в 1970 году [23].

Суть алгоритма заключается в обновлении значения вектора неизвестных значений при учете одного измеренного значения. Тогда при учете i -го зарегистрированного значения, на k -ом шаге итерации обновление j -го значения вектора текущего решения выглядит следующим образом:

$$v_j^{(k+1)} = v_j^{(k)} + \lambda w_{ij} \frac{p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} v_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^{N^2} w_{in}^2}, \forall j \in N^2, \quad (1.20)$$

где λ – релаксационный параметр, который обычно выбирают из интервала $(0,1)$. В работе [21] показано, что для реконструкции этим методом необходимо примерно в 2.3 раза меньше проекций, чем для метода обратного проецирования с фильтрацией сверткой.

Техника одновременной итерационной реконструкции (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique, SIRT).

Алгоритм SIRT был разработан П. Гильбертом в 1972 году [24]. Отличие этого алгоритма от ART заключается в том, что обновление вектора неизвестных значений происходит по всем зарегистрированным значениям одновременно, т.е. для каждой координаты вектора происходит учет всех зарегистрированных значений, участвующих в его формировании.

Пусть W^T – транспонированная матрица W . Она описывает обратное проецирование зарегистрированных значений на плоскость неизвестного вектора. Уравнение коррекции текущего решения на каждой итерации в матричном виде записывается следующим образом:

$$v^{(k+1)} = v^{(k)} + BW^T Q(b - Wv^{(k)}), \quad (1.21)$$

где матрицы B размерности $N^2 \times N^2$ и Q размерности $NM \times NM$ диагональные. Их элементы вычисляются следующим образом

$$\begin{aligned} b_{ii} &= 1 / \sum_j w_{ij} \\ q_{jj} &= 1 / \sum_i w_{ij}. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Матрицы B и Q компенсируют вклад зарегистрированного значения в неизвестный вектор.

Техника одновременной алгебраической реконструкции (Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique, SART).

Алгоритм SART разработали Андерсон и Как в 1984 году [25], как альтернативу алгоритму ART. Особенность этого метода заключается в том, что обновление всех координат вектора решения происходит путем учета зарегистрированных значений для определенного угла поворота одновременно.

Разобьем вектор элементов синограммы P на M векторов $\bar{p}_i, \in \{1 \dots M\}$, каждый из которых содержит значения всех ячеек детектора для определенного угла $\bar{p}_i = \{\bar{p}_i^j, j = 1, \dots, N\}$. Множество векторов \bar{p}_i примем за \mathbf{P} . Тогда на k -ой

итерации обновление j -го значения вектора текущего решения вычисляется по следующей формуле:

$$v_j^{(k+1)} = v_j^{(k)} + \lambda \frac{\sum_{z \in \bar{p}_i} \left[w_{ji} \frac{\bar{p}_i^z - \sum_{n=i(N-1)}^{N(i+1)-1} w_{in} v_n^{(k)}}{\sum_n w_{in}} \right]}{\sum_{\bar{p}_i} w_{ij}}, \forall \bar{p}_i \in \mathcal{P}. \quad (1.23)$$

Наряду с рассмотренными алгоритмами в настоящее время разрабатываются много новых проблемно-ориентированных, которые основаны на той же модели. Например, алгоритмы, справляющиеся с задачей малоракурсной томографии [26], или позволяющие обрабатывать проекции, собранные от образцов, содержащих сильно поглощающие включения [27]. Ведутся исследования, цель которых повысить скорость сходимости итерационных методов, т.е. создаются так называемые быстрые алгоритмы [28; 29], а также алгоритмы, работающие с очень малым числом проекций [30].

1.2 Особенности работы лабораторного томографа

Задача рентгеновского лабораторного томографа – сбор трансмиссионных изображений. Основу прибора составляют три основных узла – источник рентгеновского излучения, гониометр и детектор. Задача первого узла – сформировать зондирующее рентгеновское излучение и довести его до объекта. Второй узел отвечает за организацию сканирования – закрепление образца и его точный поворот во время эксперимента. Третий узел – измерительный, его задачей является регистрация пространственного распределения ослабленного образцом рентгеновского излучения. Так как экспериментальные результаты диссертационной работы получены на микро-томографе созданном и функционирующем в ФНИЦ “Кристаллография и Фотоника” РАН [31; 32], то описание узлов и их участие в сборе проекций рассмотрим на его примере. Внешний вид микро-томографа показан на рис.1.7.

Идеологию создания и тестирования прибора можно найти в диссертационной работе [33]. На созданной установке исследовались пространственные структуры различных биологических объектов: эпифиз головного мозга человека (исследование болезни Альцгеймера) [34]; костный аппарат геккона

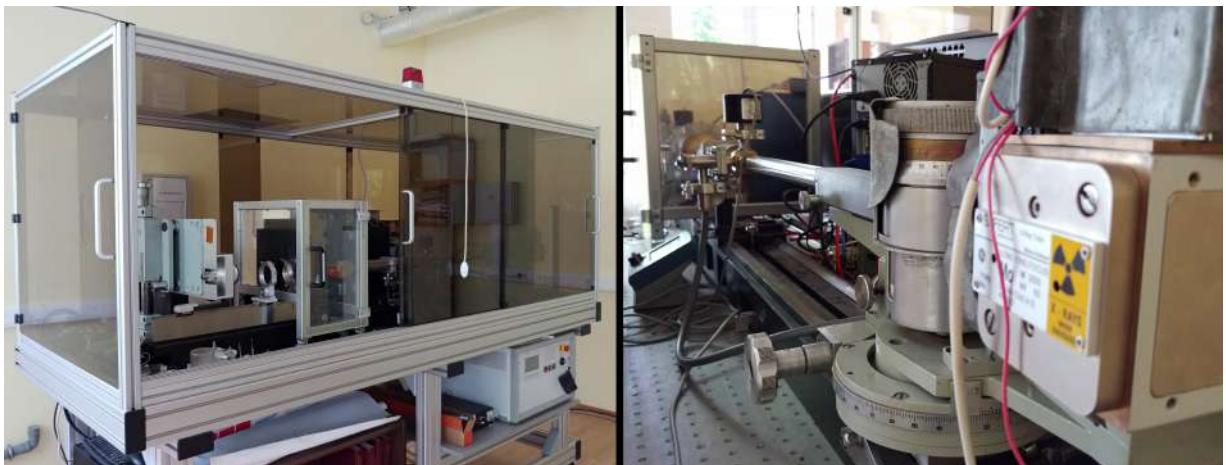


Рисунок 1.7 — Фотография внешнего (слева) и внутреннего (справа) вида томографа, собранного и функционирующего в ФНИЦ “Кристаллография и Фотоника” РАН.

Pachydactylus bibronii (для изучения влияния условий обитания на структуру частей опорно-двигательного аппарата) [35]; кисти рук эмбрионов человека 11–21-й недель развития [36]; зерна ячменя (для исследования изменений морфологии зерна в процессе солодорощения)[37] и др.

1.2.1 Описание функциональных узлов лабораторного томографа

Рентгеновская трубка

Источником рентгеновского излучения в лабораторных томографах служит рентгеновская трубка, основными конструктивными элементами которой являются катод и анод. Схема рентгеновской трубы представлена на рис.(1.8)а. В качестве анода, в основном, используют вольфрамовую нить. Для изготовления катода используют какой-либо металл, в зависимости от ожидаемого рентгеновского спектра. В настоящее время при производстве рентгеновских трубок используют такие металлы как медь *Cu*, молибден *Mo*, серебро *Ag* и др. В России, например, в г. Зеленограде, под научным руководством проф. МФТИ М. Таубина в рамках федеральной целевой программы “Развитие фармацевтической и медицинской промышленности до 2020 года” ведется разработка моделей отечественных рентгеновских трубок для медицинских целей с вольфрамовым анодом [38; 39]. Внешний вид рентгеновской трубы показан на рис.1.8.

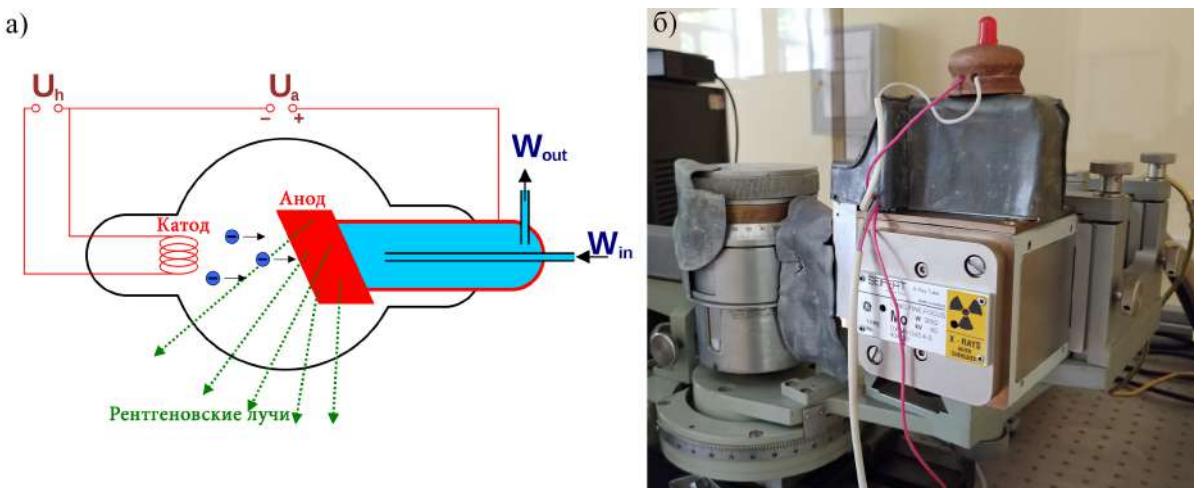


Рисунок 1.8 — Рентгеновская трубка: а) – схема трубы с водяным охлаждением; б) – фотография трубы с *Mo* анодом.

Рентгеновское излучение в рентгеновских трубках возникает как результат двух независимых процессов: резкого торможения при ударе об анод электронов, испускаемых катодом (т.н. тормозное излучение), и высокоэнергетических переходов в электронных оболочках атомов материала анода, под взаимодействием электронов (т.н. характеристическое излучение). На катод подводят высокое напряжение накала U_h , что обеспечивает вылет электронов между катодом и анодом. Для ускорения электронов к трубке подводят напряжение U_a . Полученный ускоренный пучок электронов попадает на положительно заряженный анод, по достижению которого электроны испытывают резкое торможение, при котором они моментально теряют большую часть приобретенной энергии. При торможении на аноде лишь около 1% энергии идет на формирование рентгеновского излучения, а 99% энергии превращается в тепло. Обычно для предотвращения перегрева анода в рентгеновских трубках применяют системы водяного охлаждения, W_{in} – подача охлажденного вещества, W_{out} – отвод потока нагретого вещества [40].

Рентгеновское излучение, спектральный состав которого зависит от материала анода и режима питания трубы в энергетическом диапазоне от 0 до eU_h , где e – элементарный электрический заряд, изотропно. Для формирования монохроматического параллельного пучка используется дополнительные оптические элементы.

Дополнительные узлы, изменяющие спектральный состав рентгеновского излучения

Дополнительно в оптический тракт томографа могут быть добавлены такие узлы, как фильтр рентгеновского излучения или кристалл-монохроматор. Они используются для уменьшения энергетического диапазона излучения рентгеновской трубки.

Для монохроматизации рентгеновского излучения, генерируемого рентгеновской трубкой, может использоваться кристалл графита, кварца или др. Кристалл-монохроматор избирательно отражает узкий участок спектра рентгеновского излучения. Для разработки и изготовления монохроматоров в лаборатории рефлектрометрии и малоуглового рассеяния ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН, руководителем которой в настоящее время является В.Е. Асадчиков, проводятся работы по изучению отражающей способности кристаллов. Например, пиролитического графита [41; 42].

Для частичного или полного ослабления низкоэнергетической части спектрального распределения рентгеновского излучения могут быть использованы фильтры. Исследования Р. Д. Дженнингса показали, что для фильтрации излучения можно использовать тонкие металлические пластины, например, алюминиевые или медные [43]. Такие пластины помещаются в оптический тракт между источником и образцом. Таким образом, на пути от источника до образца низкоэнергетическая часть спектрального распределения излучения, проходя через фильтр, сильно ослабляется.

Гониометр с держателем образца

Гониометр – устройство, основная функция которого заключается в точном повороте образца при сборе трансмиссионных изображений. Гониометр с держателем также предназначен для закрепления образца на нужных высоте и расстоянии между источником и детектором. Устройство состоит из подвижного столика или тонкого стержня для крепления образца и систему двигателей для вращения столика, вертикального и горизонтального позиционирования образца. Изображение гониометра показано на рис. 1.9.

Таким образом, перед началом эксперимента образец устанавливается так, чтобы при любом повороте вся исследуемая часть не выходила за край поля вида детектора. В гониометре, показанном на рис. 1.9, смещение образца в горизонтальном и вертикальном направлениях полуавтоматическое, т.е. экспериментатор может задать только положение образца. После того как экспериментатор установил образец и задал угловой шаг начинается сканирование.

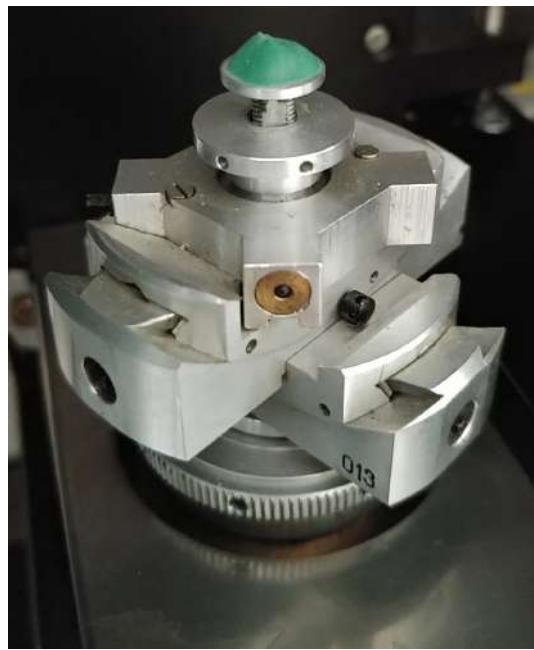


Рисунок 1.9 — Фотография гониометра.

В модели формирования трансмиссионных изображений гониометр рассматривается как центр координатной системы “источник-детектор”.

Детектор рентгеновского излучения

Рассмотрим двумерные детекторы для количественной регистрации рентгеновского излучения, они бывают с прямой и непрямой регистрацией квантов рентгеновского излучения. Детектор на базе ПЗС-матрицы (ПЗС – прибор с обратной зарядной связью) – пример детектора с прямой регистрацией. ПЗС-матрица представляет собой сформированную в полупроводнике двумерную структуру потенциальных ям или ячеек, которые накапливают в себе электроны, образующиеся в результате поглощения рентгеновского фотона веществом. Электроны попадают на элементы матрицы и преобразуются в электрический заряд, величина которого будет тем выше, чем больше облученность детектора. ПЗС-матрицы обеспечивают хорошую чувствительность к рентгеновскому излучению, однако энергия квантов рентгеновского излучения для таких детекторов не должна превышать 10 КэВ [44; 45].

Непрямая регистрация рентгеновского излучения осуществляется с помощью сцинтиллятора. В этом случае детектор представляет из себя сенсор (КМОП- или ПЗС-матрица) и сцинтиллятор, соединенные оптоволоконной связью. Сцинтилляторы используют способность некоторых материалов излучать свет при поглощении рентгеновского излучения. Свет, излученный при сцинтилляции, собирается на фотоприемнике, преобразуется в импульс, усиливается

и записывается регистрирующей системой [46]. Существует два типа сцинтилляторов – органические и неорганические. Неорганические сцинтилляторы производятся из кристаллов солей или керамических материалов, органические – из органических кристаллов или жидких сцинтилляционных материалов. Неорганические сцинтилляторы как правило имеют больший световой выход, чем органические. Однако время высвечивания неорганических имеет порядок микросекунд, а органических – десятков наносекунд [47; 48].

В микро-томографе ФНИЦ “Кристаллография и Фотоника” РАН используются оба типа, детектор Ximea XRay11 представлен на рис.1.10. Камера этого детектора обеспечивает получение 14-битных изображений. Максимальная рабочая область обработки изображений – 36×24 мм, частота обновления в режиме полного разрешения составляет 3,6 кадра в секунду, со временем экспозиции от 12 мкс до 500 секунд [49].



Рисунок 1.10 — Фотография детектора модели XIMEA xiRay 11 MPix.

Кроме рассмотренных одноканальных в КТ применяются многоканальные детекторы с конструкцией “сэндвич”. Они содержат несколько различных по чувствительности детекторов и фильтров между ними, что позволяет одновременно регистрировать излучение с разным спектральным составом. В диссертационной работе многоканальные детекторы не рассматривается.

1.2.2 Модель формирования трансмиссионных изображений при зондировании полихроматическим рентгеновским излучением

В то время как классическая постановка задачи томографии дается для монохроматического рентгеновского излучения, набор изображений, зарегистрированный на лабораторном томографе в схеме без применения монохроматора (именно она используется в промышленных и медицинских томографах), получается полихроматическим. Соответственно, необходима другая модель, описывающая процесс формирования проекций при зондировании полихроматическим рентгеновским излучением.

Пусть E_m – максимальная энергия, ограничивающая спектр излучения рентгеновской трубки. Тогда регистрируемую i -той ячейкой детектора величину при угле поворота α_j можно описать следующим выражением:

$$v_{ij} = \int_0^{E_m} I(E) e^{-\int_L f(s_i \cos \alpha_j - l \sin \alpha_j, s_i \sin \alpha_j - l \cos \alpha_j) dl} dE, \quad (1.24)$$

где E – текущее значение энергии, $I(E)$ – спектральная плотность облученности, прямая L описывает направление зондирования, которое однозначно определяется углом поворота образца α_j и расстоянием s_i .

Выражение (1.24) позволяет рассчитать отклик одноканального рентгеновского прибора при полихроматическом зондировании.

1.2.3 Чашевидные искажения профиля показателя ослабления восстановленного изображения

В первом томографе, сконструированном в 1969 году Г.Н. Хаунсфилдом [50], использовалась рентгеновская трубка без монохроматора. К сожалению, применение классических подходов КТ к данным, полученным с использованием излучения с широкополосным спектром, приводит к появлению на восстановленном изображении искажений, т.н. артефактов. Первое описание таких артефактов было опубликовано Р.А. Бруксом и Г. Ди Чиро в 1976 году [51]. Позже в мировой литературе все чаще стали появляться работы, посвященные

их описанию и исследованию [52–54]. Наиболее характерными артефактами являются чашевидные искажения профиля показателя ослабления [51; 55]. Они проявляются в виде завышенного показателя ослабления на краях сильно поглощающих объектов, по сравнению с его центром. На рис. 1.11 показано сравнение результата реконструкции по набору изображений, полученных при использовании в вычислительном эксперименте монохроматического излучения (рис. 1.11а), и по набору, полученному при использовании полихроматического излучения (рис. 1.11б). Для реконструкции использовался метод FBP. Видно, что на реконструкции полихроматических данных по краю объекта появился ореол в виде завышенного показателя ослабления. На рис. 1.11в приведены профили яркости восстановленных изображений по указанным на рис. 1.11а и 1.11б линиям.

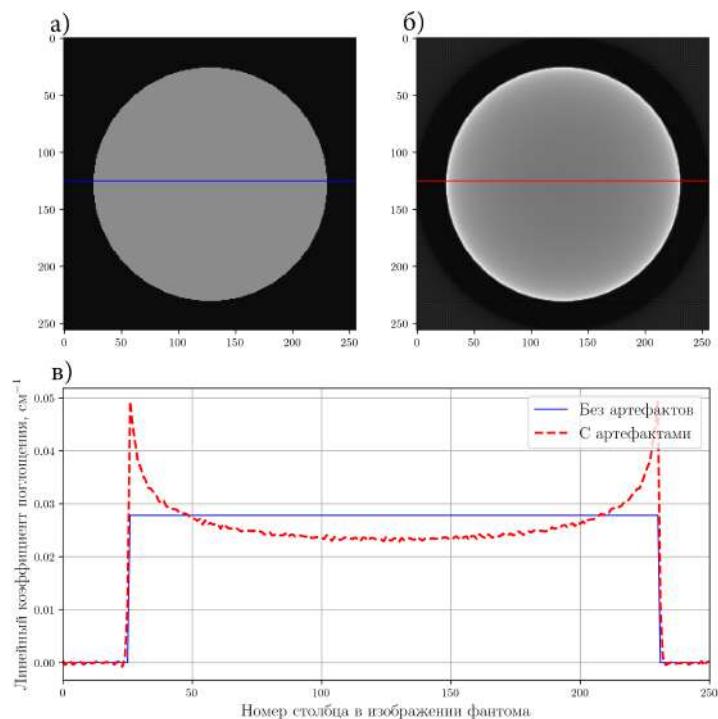


Рисунок 1.11 — Иллюстрация чашевидных искажений: а) реконструкция фантома по изображению, зарегистрированному с помощью монохроматического излучения, методом FBP; б) – полихроматического излучения; в) – профили яркости по указанным на а – б линиям.

1.2.4 Существующие методы подавления чашевидных артефактов

Подавление артефактов, возникающих вследствие использования полихроматического рентгеновского излучения, десятилетиями было предметом исследований, что привело к появлению разнообразных методов их подавления. На данный момент можно выделить основные четыре группы: аппаратные методы изменения спектрального состава излучения, методы обработки изображений перед применением к ним алгоритмов реконструкции (предварительная обработка), методы реконструкции, которые используют модель с явным учетом полихроматичности излучения, а также методы пост-обработки восстановленного изображения.

Аппаратные методы изменения спектрального состава излучения.

К аппаратным относятся методы фильтрации или монохроматизации излучения за счет включения дополнительных узлов в лабораторный томограф.

Р. А. Бруксом и Г. Ди Чиро в работе [51] было опубликовано исследование, связанное с подавлением артефактов путем добавления в оптический тракт медицинских томографов различных фильтров. Авторами показано, что при исследовании мягких тканей человека применение водяных фильтров помогает полностью подавить “эффект чаши” на восстановленном изображении, однако при исследовании костной ткани чашевидные артефакты остаются. В работе также показано, что даже при использовании фильтров нелинейность на восстановленных изображениях может превышать 10% от среднего значения, что существенно ограничивает использование КТ в приложениях с количественным анализом восстановленных изображений. В работе [56] опубликованы результаты исследования влияния ввода в оптический тракт томографа различных фильтров и увеличения мощности рентгеновского излучения при решении задач промышленной томографии. Авторами показано, что физическая фильтрация в промышленной томографии тоже только частично подавляет чашевидные артефакты. Оставшиеся после применения фильтров к спектру чашевидные артефакты на восстановленном изображении авторы связывают с рассеянием рентгеновского излучения, однако дополнительного исследования не приводят.

Одна из причин возникновения чашевидных артефактов – эффект полного поглощения низко энергетической части зондирующего полихроматического

излучения сильно поглощающими образцами, т.н. эффект “ужесточения пучка” или beam hardening (BH). Меганк и соавторы [57] с помощью фантома, имитирующего костную ткань, провели исследование влияние этого эффекта на возникновение чашевидных артефактов и на возникновения шума “соль/перец” на восстановленном изображении. В этом исследовании авторы показали, что “ужесточение пучка” может быть минимизировано путем добавления в оптический тракт томографа дополнительного поглощающего материала с низкой плотностью (например, акрил), описанного ими как “выравниватель луча”. Показано, что фильтрация с применением медного или алюминиевого фильтра толщины 0,25 мм вместе с “выравнивателем луча”, способна удалить чашевидные артефакты. Один медный фильтр рассмотренной толщины не позволяет получить контрастные проекции при исследовании других образцов, например, костной или мягкой ткани млекопитающих.

В работе [58] авторами была предложена методика, позволяющая количественно оценить влияние эффекта “ужесточения пучка” на точность восстановления параметров образца по калибровочным измерениям специально изготовленного физического фантома. Эта методика использовалась авторами для определения минимальных параметров питания рентгеновского источника, при которых возможно получить достоверную информацию о составе проб железной руды при заданном максимальном размере пробы.

В работе [59] авторы исследовали влияние ввода фильтров в оптический тракт томографа, изменения режима питания трубки и изменение времени экспозиции одного кадра на контрастность изображения и среднюю поглощенную пациентом дозу. Показано, что фильтрация рентгеновского излучения при применении алюминиевого фильтра толщиной более 0,4 мм ведет к повышению уровня шума на проекциях, и, соответственно, появлению на восстановленных изображениях артефактов типа “соль/перец”. Фильтры меньшей толщины не влияют на уровень шума, и не до конца подавляют чашевидные артефакты.

Таким образом из рассмотренных работ можно сделать вывод, что использование фильтров весьма трудозатратная процедура поскольку выбор материала и толщины фильтра зависит от свойств изучаемой среды (например, в медицине это костная и мягкая ткани). Если изучаются две среды одновременно, то сложность оптимизационной задачи возрастает более чем в два раза. Наряду с этим, применение неоптимального фильтра в оптическом тракте ведет к появ-

лению шума на проекциях. Это обуславливает попытки устраниить проблему алгебраически.

Методы реконструкции, которые используют модель с явным учетом полихроматичности излучения.

Методы этой группы основаны на решении задачи томографической реконструкции в полихроматической моде с использованием модели, в которую включена априорная информация о спектральном составе излучения и/или составе образца. Эти методы могут быть разделены на две группы: статистические и алгебраические. Статистические методы реконструкции в разное время были предложены и исследованы в работах [60–64]. В них рассматривают распределение зарегистрированных фотонов рентгеновского излучения как вероятностный процесс, распределение которого описывается законом Пуассона. Идея этих методов состоит в том, чтобы найти распределение усредненного коэффициента ослабления рентгеновского излучения путем максимизации математического ожидания функции максимального правдоподобия для известного распределения измеренных значений и распределения рассчитанных значений ожидаемых показаний детектора (ML-EM алгоритм). Итеративный алгоритм заключается в обновлении скрытых параметров модели (усредненных коэффициентов ослабления) в ходе каждой итерации с учетом взвешенной невязки между зарегистрированными величинами и рассчитанными из текущего решения ожидаемыми показаниями детектора. В работах [60; 61; 64] накладывают ограничения на количество компонент в составе изучаемого образца. Тогда каждый пиксель описывается линейной комбинацией фракций этих веществ, для которых заранее рассчитываются зависимости коэффициентов ослабления от энергии. Статистические методы очень гибки к добавлению априорной информации, учету в модели статистики шума и т. д. Однако они, во-первых, требуют априорной информации о составе образца и/или спектра излучения, во-вторых, вычислительно затратные.

Алгебраические методы реконструкции данных, полученных с использованием полихроматического излучения, заключаются в решении системы алгебраических уравнений методами численной оптимизации. В некоторых методах [65–67] в качестве априорной информации предполагают наличие в образце небольшого числа веществ (два или три) с сильно отличающимися свойствами ослабления рентгеновского излучения. Таким образом, задача томографической реконструкции сводится к задаче вычисления распределения

концентраций заранее ограниченного набора веществ, входящих в состав исследуемого образца [65; 66]. В работе [67] задача решается для двух веществ с концентрациями c и $1 - c$ алгебраическим методом с использованием концепции эффективной энергии. В работе [68] задача реконструкции для определения концентраций двух веществ решается относительно некоторой аппроксимации результата измерения. Точная модель результата измерения заменена полихроматической аппроксимацией таким образом, чтобы использовать оператор обратного проецирования. Зная спектральное распределение интенсивности рентгеновского излучения, авторы предлагают итеративно искать распределение концентрации компонент в образце. Следует отметить, что в работе нет ни теоретической, ни эмпирической оценки точности аппроксимации.

Принципиально другой подход к подавлению чашевидных артефактов – итеративная коррекция зарегистрированных данных. Основная идея метода, описанного в работах [69–72], заключается в итеративной коррекции набора трансмиссионных изображений с использованием функции, параметры которой подбираются на каждой итерации. В качестве корректирующей функции в этих работах рассматривали класс полиномиальных функций. Метод основан на предположении, что различные вещества могут быть разделены по их оптической плотности. Каждая итерация состоит из 3 шагов: первый заключается в реконструкции образца методом FBP, 2 – в сегментации результата реконструкции, 3 – в полиномиальной коррекции частей получения данных, рассчитанных для сегментов восстановленного изображения. Поскольку корректирующий полином и маска сегментации текущего восстановления оцениваются во время процесса реконструкции, то дополнительная информация о веществах или спектре излучения не требуется, и корректирующая функция автоматически адаптируется к набору трансмиссионных изображений. Различия в реализации метода заключаются в ограничении на разное количество веществ в образце, применении различных алгоритмов сегментации изображения и различной степенью корректирующих полиномов. В работе [73] предложено подбирать параметры корректирующей функции по заданному пользователем участку восстановленного изображения. Если в составе исследуемого объекта присутствует несколько материалов, то единой оптимальной коррекции не существует. В предложенном авторами подходе найденные параметры функций зависят от участка реконструкции, который указал пользователь, поэтому решение варьируется в

зависимости от того, какого типа артефакты изображения пользователь хочет минимизировать.

В методе, описанном в работе [74], спектральное распределение плотности потока рентгеновского излучения рассматривается как трехкомпонентное, соответственно, задача реконструкции сводится к восстановлению спектрального набора реконструкций и компонент спектра излучения. Таким образом решается система с $3 \times N \times N + 3$ переменными, где N – линейный размер изображения. В работе [75] предложено подавлять чашевидные артефакты по следующей схеме. На первом шаге алгоритма зарегистрированные данные реконструируются алгоритмом FBP. Для выделение оптически плотных объектов, на втором шаге алгоритма результат реконструкции сегментируется. Далее решается оптимизационная задача, в которой минимизируется невязка между значениями, соответствующими лучам, прошедшим через оптически плотные объекты, и значениями, рассчитанными с использованием смоделированных спектров излучения рентгеновской трубки. Для моделирования спектральной плотности излучения использовался метод Монте-Карло. Для получения реконструкции с подавленными чашевидными артефактами перед применением алгоритма реконструкции необходимо из трансмиссионных изображений вычесть разницу между результатом расчета получения данных в монохроматической mode и в полихроматической для оптически плотных объектов. Можно сделать вывод, что качество работы рассмотренных методов сильно зависит от количества дополнительных параметров модели формирования сигнала в полихроматической mode. Чем точнее описана модель полихроматического излучения, тем точнее должна быть реконструкция. Соответственно, все приведенные методы требуют детальной априорной информации о составе спектра и/или объекта, т.е. большого числа дополнительных измерений.

Методы пост-обработки восстановленного изображения.

Другой подход к подавлению чашевидных артефактов – обработка уже восстановленного изображения. Широкое разнообразие таких методов объясняется тем, что для этого можно использовать методы, разрабатываемые в других областях, – например, методы, разработанные для анализа фотографий и видеопоследовательностей.

Самые простые методы этой группы основаны на коррекции восстановленного изображения с помощью функции, параметры которой определяются с помощью восстановленного изображения или проекционных данных [76–79].

Например, в работе [79] по гистограмме реконструированного изображения, содержащего результаты исследования молочной железы, методом наименьших квадратов определяли параметры корректирующей функции, с помощью которой затем корректировали реконструированное изображение. Для подавления чашевидных артефактов на изображениях цилиндрических образцов параметры функции предлагаются определять по кривой радиального профиля [80]. Радиальный профиль представляет собой функцию радиального среднего значения ослабления излучения (восстановленного) от расстояния до центра образца. Для получения такой кривой необходимо нарисовать концентрические круги (равномерно увеличивая радиус) и рассчитать для каждого круга среднее значение ослабления внутри круга. По полученной кривой определяются параметры корректирующей функции с использованием логистической регрессии. Однако, такие методы разрабатываются для конкретных экспериментальных параметров и материалов образца. Без детального исследования и изменения они не могут быть применены к реконструкциям, содержащим результаты томографирования образцов другого типа.

Существуют также методы, которые сравнивают чашевидные артефакты с существующими искажениями в обработке сигналов. Например, метод подавления чашевидных артефактов Х. Шипенга и соавторов основан на алгоритме слепой деконволюции, который применяется для уменьшения размытия изображения [81], а метод С. Саркара и соавторов [82] для оценки искаженных данных, в следствии ужесточения пучка, использует дискретное косинусное преобразование и сглаживающий фильтр, сохраняющий края.

Новое направление – использование нейронных сетей для подавления чашевидных артефактов. Например, в работе [83] для подавления артефактов используют сверточную нейронную сеть. Минусы использования такого подхода – нейронные сети очень чувствительны к входным изображениям и требуют большой выборки, которая покрывает все случаи артефактов. Другая сложность этого подхода – применимость обученной сети только к похожим изображениям, т.е. необходимо уметь определять на каких изображениях сеть сможет работать, а на каких нет.

Когда нет доступа к проекциям, используют методы пост-обработки восстановленного изображения. Однако они никак не учитывают модель формирования измеренных данных и могут существенно искажать структуру образца,

поскольку не существует надежных способов отличить артефакты от морфологически подобных им элементов структуры.

Методы предварительной обработки зарегистрированных изображений

Впервые метод предварительной обработки зарегистрированных изображений был предложен Г. Т. Германом в 1979 году в работе [84]. Автор ввел понятие полихроматических лучевых интегралов, для обозначения логарифма отношения интегральной суммы интенсивности излучения вдоль луча зондирования в отсутствие образца к интенсивности излучения прошедшего через образец. Предложенный им метод заключается в коррекции лучевых интегралов перед применением алгоритма реконструкции. В качестве модели функции коррекции Т. Г. Герман использовал полиномы второй степени. Параметры функции подбирались с помощью априорной информации, полученной по дополнительным измерениям. Таким образом подобранные параметры функции коррекции использовались для подавления чашевидных артефактов при исследовании схожих по составу и размеру образцов при тех же экспериментальных параметрах. В работе [85] А. Дж. Коулман и М. Синклер предложили в качестве функции коррекции использовать комбинацию двух полиномов, параметры которых подбирались по калибровочным измерениям. Калибровочные измерения авторы получали с использованием двух трубок, излучение которых различно по спектральному составу. Данный метод авторы применяли в медицинском томографе модели EMI CT5005.

В работе [86] исследовалась функция коррекции для применения к данным, зарегистрированным на промышленном томографе. В качестве модели корректирующей функции авторы использовали полиномы. С помощью разработанного инструмента моделирования полихроматических данных показано, что для применения полиномиальной функции коррекции в задачах промышленной томографии необходимо использование полиномов 8 степени и выше. Авторами также показано, что данный метод применим только для однокомпонентных образцов.

Для образцов, состоящих из более чем двух компонентов, полиномиальный метод предварительной коррекции часто используется в сочетании с сегментацией и коррекцией только значений данных, которые соответствуют лучам, проходящим через оптически плотный материал. Оригинальные значение зарегистрированных данных заменяют скорректированными и проводят

финальную реконструкцию [87–90]. Данный метод был исследован на применимость в индустриальной томографии [91]. Показано, что метод в значительной мере устраняет и чашевидные артефакты, и полосы заниженного показателя ослабления на восстановленных изображениях образцов, изготовленных из алюминия и титана, коэффициенты ослабления которых значительно отличаются. На момент выхода работы [91] этот метод требуют ручной настройки – шаг, который, как считают авторы, может быть автоматизирован с использованием априорных знаний и математических методов численной оптимизации.

В работах [92; 93] авторы предложили определять необходимую информацию для расчета параметров формулы коррекции. Для этого сначала образец восстанавливался одним из методов реконструкции, восстановление сегментировалось пороговым методом. Затем результат сегментации использовался для расчета толщины вещества в образце при зондировании под различными углами. По найденным значениям строилась кривая зависимости коэффициента ослабления от толщины вещества, полученные точки интерполировались, полученная таким способом информация использовалась для определения параметров корректирующей функции. Другой метод был предложен в работе [94]. Авторы предложили вместо сегментации восстановленного изображения строить и анализировать его гистограмму. А именно, на гистограмме искать место резкого возрастания восстановленных значений – порог для коррекции изображения. Значения восстановленного изображения корректировались нелинейной функции вида $x - (x - b)^2$, где x – значение восстановленного изображения, а b – найденный порог. Минимизацией энтропии между линейной комбинации исходных данных и рассчитанных от скорректированного восстановления выполнялось построение проекции для получения финального восстановленного изображения.

В работах [55; 95; 96] изучалась динамика подавления чашевидных артефактов методом предварительной коррекции полиномиальной функцией для приложений КТ-мерной метрологии. Авторами показано, что с одной стороны, применение процедуры коррекции ведет к улучшению качества изображения, т.е. получить более схожие значения для однородных объектов образца на восстановленном изображении. С другой стороны, показано, что применение процедуры коррекции ведет к получению погрешности, зависящую от окружающего материала, что увеличивает неопределенность измерения. В работе [97] провели исследование подавления чашевидных артефактов с помощью аппарат-

ной фильтрации и полиномиального метода. Авторами показано, что для задач микро-томографии хорошо подходят алюминиевые фильтры толщиной 0.5 мм для биологических объектов и толщиной 2 мм для неорганических. Представлена зависимость толщины фильтра от режима питания трубы и предложены параметры, подходящие для задач микро-томографии. Найденные авторами параметры подходят для напряжения 40-80 кВ. Для коррекции чашевидных артефактов при исследовании биологических объектов использовался полином второй степени, параметры которого выставлялись экспертом. Для неорганических объектов использовался полином 4 степени. Показано, что при правильной настройке метода коррекции и применения фильтров можно полностью подавить артефакты.

Стоит отметить, что хотя предложенный метод подавления артефактов полихроматического излучения позволяет реконструировать образец с подавленными чашевидными артефактами без изменения вычислительной сложности алгоритма, он требует априорной информации о составе образца. Эту информацию можно получить, например, из рентгеноструктурного анализа, которая сама по себе является дорогостоящей процедурой. Существуют и другие дорогостоящие способы. Поэтому хотелось бы построить метода предварительной коррекции, который не требует проведения дополнительных измерений, так чтобы параметры модели определялись бы автоматически.

1.3 Заключение по главе 1

В данной главе дана классическая постановка задачи томографии. Она формулируется следующим образом: восстановить пространственное распределение линейного коэффициента ослабления рентгеновского излучения в исследуемом образце по набору зарегистрированных томографических трансмиссионных изображений (раздел 1.1.1). При описании взаимодействия рентгеновского излучения с веществом в данной постановке учитывается только процесс поглощения, а эффектами второго порядка пренебрегается. Зондирующее рентгеновское излучение считается монохроматическим. В такой постановке задача томографии может быть сведена к задаче обращения

преобразования Радона (раздел 1.1.2). Описание и теоретическое обоснование подходов для ее решения дано в разделе 1.1.3.

В разделе 1.2.1 рассмотрены основные узлы лабораторного томографа, участвующие в формировании проекции. В качестве источника рентгеновского излучения в томографе используется рентгеновская трубка, спектральный состав которой задается материалом анода и режимом питания. Применение классических алгоритмов реконструкции к таким данным приводит к тому, что на восстановленных изображениях появляются чашевидные искажения (раздел 1.2.3). Для подавления указанных артефактов сегодня используют множество методов, обзор которых приведен в разделе 1.2.4. Выделены четыре основные группы: аппаратные методы изменения спектрального состава излучения; методы обработки зарегистрированных трансмиссионных изображений перед применением алгоритма реконструкции (предварительная обработка); методы реконструкции, которые используют модель с явным учетом полихроматичности излучения; методы пост-обработки восстановленного изображения. В этом же разделе показано, что среди методов предварительной обработки есть как минимум один, который позволяет применять классические алгоритмы для реконструкции объекта без возникновения указанных артефактов. В последнем и состоит главное его преимущество. Однако, во-первых, метод требует априорной информации о составе образца, а, во-вторых, даже теоретически он применим только к узкому классу образцов. Развитию данного метода предварительной обработки посвящена диссертационная работа. Метод заключается в независимой коррекции каждого измеренного значения перед применением алгоритма реконструкции. Во второй главе будут приведено доказательства свойств, которыми должна обладать корректирующая функция, и выбран класс функций, подходящий для ее описания. Поскольку такая предварительная обработка должна гарантировать слабое присутствие или даже отсутствие чашевидных артефактов на восстановленном изображении, то для оценки их выраженности в третьей главе будет описан предложенный критерий. Построенная параметрическая модель, используемая в методе предварительной обработки, будет описана в 4 главе, там же будет описан предложенный алгоритм автоматического определения значения параметра.

Для проведения вычислительных экспериментов по рентгеновской томографии в полихроматическом режиме и тестирования методов подавления

артефактов был разработан комплекс программ, описание которого будет приведено в заключительной главе.

Глава 2. Спектральная модель сигнала лабораторных томографов, использующих полихроматическое зондирующее излучение

При решении задачи томографии в полихроматической моде для подавления чашевидных артефактов на реконструированных изображениях используют метод предварительной обработки зарегистрированных данных с помощью корректирующей функции. Для поиска параметров корректирующей модели обычно проводят дополнительные калибровочные измерения в таких же экспериментальных условиях схожего по составу образца. Калибровочные кривые – функции интегрального ослабления полихроматического сигнала от оптической плотности образца используют для расчета параметров коррекции. Когда же дополнительная лучевая нагрузка на образец нежелательна, а использование имитатора образца технически затруднено, предпочтительным способом определения недостающих параметров является численное моделирование оптического тракта томографа.

Как было рассмотрено в разделе 1.2 главы 1, лабораторный рентгеновский томограф состоит из следующих узлов: источник, фильтр или система фильтров, образец, регистрирующее оборудование. В данной главе исследована модель оптического тракта томографа, состоящего из перечисленных узлов, и приведены экспериментальные данные, подтверждающие адекватность модели. Модель реализована в виде программного пакета на языке Python. На базе разработанного программного пакета для нескольких наборов параметров томографа и различных по химическому составу образцов были рассчитаны значения откликов лабораторного томографа. Показано, что рассчитанные значения при характерных для микротомографии экспериментальных параметрах описываются семейством двух параметрических степенных функций. Показано, что модель коррекции может быть выражена семейством однопараметрических степенных функций.

2.1 Общая модель оптического тракта лабораторного томографа

Пусть E_m – максимальная энергия, ограничивающая спектр излучения рентгеновской трубы. Тогда отклик v рентгеновского томографа в некоторой точке детектора в некоторый момент времени в приближении далекого точечного источника описывается следующим выражением:

$$v = \int_0^{E_m} I(E)F(E)O(E)S(E)dE, \quad (2.1)$$

где E – энергия кванта рентгеновского излучения, $I(E)$ – спектральная плотность облученности (энергетической освещенности), создаваемой источником в рассматриваемой точке детектора в отсутствие фильтра и объекта, $F(E)$ – спектральный коэффициент пропускания фильтра (системы фильтров), $O(E)$ – спектральный коэффициент пропускания зондируемого образца на прямой, соединяющей источник и рассматриваемую точку детектора, а $S(E)$ – спектральная чувствительность детектора. Выражение 2.1 позволяет рассчитывать отклик одноканального рентгеновского прибора. В многоканальном случае от канала к каналу обычно различаются функции чувствительности каналов детектора. Реже встречается ситуация, когда различаются спектры излучения (например, при использовании нескольких трубок) [98].

Ниже каждый элемент модели будет рассмотрен отдельно.

2.2 Спектральная плотность силы излучения рентгеновской трубы

Рентгеновское излучение в рентгеновских трубках возникает как результат двух независимых процессов: резкого торможения при ударе об анод электронов, испускаемых катодом (т.н. тормозное излучение, будем обозначать его силу $I_b(E)$), и высокоэнергетических переходов в электронных оболочках атомов, вызванных взаимодействием электронов с материалом анода (т.н. характеристическое излучение, будем обозначать его силу $I_h(E)$). Таким образом,

облученность незатененного детектора можно выразить через эти две величины:

$$I(E) = \frac{\cos \theta}{r^2} (I_b(E) + I_h(E)), \quad (2.2)$$

где θ – угол, который нормаль к поверхности детектора образует с направлением на источник, а r – расстояние от источника до рассматриваемой точки детектора.

Сила тормозного излучения определяет плотность непрерывного потока рентгеновского излучения в энергетическом диапазоне от 0 до E_m . Максимальное значение энергии E_m определяется величиной подаваемого напряжения на трубку и рассчитывается как $E_m = eU$, где e – элементарный электрический заряд, U – ускоряющее напряжение, подаваемое на трубку. Приближенная эмпирическая формула для расчета силы тормозного излучения была найдена Крамерсом [99] и представима в виде:

$$I_b(E) = CiZE^2(E_m - E), \quad (2.3)$$

где C – эмпирический коэффициент, определяемый для каждого вида рентгеновских трубок, i – ток трубы, Z – атомный номер элемента, из которого сделан материал анода.

Спектральное распределение силы характеристического излучения – линейчатое, положение и форма каждого его пика (т.н. характеристическая линия) зависит от материала анода. В состав I_h входят все характеристические линии, потенциал которых не превышает ускоряющего напряжения на трубке. Ширина пика отдельной линии в наибольшей степени определяется эффектом Доплера. Длина волны характеристической линии определяется законом Мозли и включена, например, в химический справочник [100]. Представим силу характеристического излучения в виде суммы дисперсионных контуров характеристических линий:

$$I_h(E) = \sum_{j=1}^n I_j(Z) \frac{\left(\frac{\Delta \lambda_j}{2}\right)^2}{\left(\frac{12.398}{E} - \lambda_j\right)^2 + \left(\frac{\Delta \lambda_j}{2}\right)^2}, \quad (2.4)$$

где $I_j(Z)$ – сила излучения в центре j -й линии элемента Z , λ_j – длина волны соответствующей линии, связь длины волны λ с величиной энергии

E вытекает из формулы Планка $\lambda = \frac{12.398}{E}$, $\Delta\lambda_j$ – полуширина линии, n – общее количество характеристических линий. Сила j -ой линии определяется формулой:

$$I_j(Z) = \bar{C}_j i \left(U - U_j(Z) \right)^{1.5}, \quad (2.5)$$

где \bar{C}_j – эмпирический коэффициент j -ой линии, определяемый для каждого вида рентгеновских трубок, i – ток трубы, U – ускоряющее напряжение, подаваемое на трубку, $U_j(Z)$ – потенциал возбуждения j -ой линии вещества анода с порядковым номером Z [101]. Полуширины характеристических линий определены эмпирическим путем для многих элементов, и их значения можно найти, например, в справочниках [102–104].

Таким образом, для моделирования спектральной плотности силы излучения $I(E)$ рентгеновской трубы, необходимо задать материал анода M_a , величину тока i и ускоряющего напряжения U , подаваемые на трубку:

$$I(E) = I(E, M_a, i, U). \quad (2.6)$$

2.3 Спектральный коэффициент пропускания фильтром и образцом

Для описания взаимодействия рентгеновского излучения с веществом будем использовать математическую модель, учитывающую ослабление рентгеновского излучения только за счет поглощения. Эффектами упругого и неупругого рассеяния и другими нелинейно-оптическими эффектами в данной модели пренебрежем, как эффектами второго порядка. Линейный коэффициент поглощения $\mu(Z, E)$ химического элемента зависит от его атомного номера Z и энергии зондирующего рентгеновского излучения E . Значение для разных материалов содержится в рентгеновских базах данных. Библиотека XRAYLIB предоставляет доступ к объединению таких баз данных [105].

Если вещество M состоит из N химических элементов $j = 1 \cdots N$, то суммарный линейный коэффициент поглощения $\mu(M, E)$ рассчитывается как взвешенная сумма линейных коэффициентов поглощения $\mu(Z_j, E)$ химических

элементов, входящих в состав вещества, умноженных на их массовую долю w_j в веществе:

$$\mu(M, Z) = \sum_{j=1}^N \mu(Z_j, E) w_j. \quad (2.7)$$

Спектральное ослабление рентгеновского излучения однородным веществом M с коэффициентом линейного поглощения $\mu(M, E)$, согласно закону Бугера-Ламберта-Бера, описывается формулой:

$$I_o(E) = I(E) e^{-\mu(M, E)t}, \quad (2.8)$$

где $I_o(E)$ – спектральная плотность облученности детектора рентгеновского излучения при наличии слоя однородного образца из вещества M толщины t , $I(E)$ – спектральная плотность облученности в отсутствие образца [106]. Фильтр и исследуемый образец рассмотрены в предлагаемом подходе как однородный слой вещества определенной толщины, т.е. для проведения расчетов согласно выражению 2.8, необходимо задать химическую формулу вещества и толщину. Для расчета спектрального коэффициента пропускания фильтром $F(E)$ рентгеновского излучения энергии E , состоящим из материала M_f толщиной t_f , будем использовать выражение:

$$F(E) = e^{-\mu(M_f, E)t_f}, \quad (2.9)$$

Аналогично описывается спектральный коэффициент пропускания рентгеновского излучения зондируемым образцом $O(E)$:

$$O(E) = e^{-\mu(M_o, E)t_o}, \quad (2.10)$$

где M_o – вещество образца, t_o – толщина образца.

2.4 Модель детектора с непрямой регистрацией

Рассмотрим детекторы с непрямой регистрацией квантов рентгеновского излучения, состоящие из сцинтиллятора, оптоволокна и сенсора [46]. Сформированное рентгеновской трубкой и прошедшее через образец излучение достигает

детектора и поглощается сцинтиллятором. Эффективность процесса поглощения, зависящая от состава и толщины сцинтиллятора, описывается функцией спектральной эффективности поглощения [107]:

$$A(E, M_s, t_s) = 1 - e^{-\mu(M_s, E)t_s}, \quad (2.11)$$

где $\mu(M_s, E)$ – линейный коэффициент поглощения вещества сцинтиллятора M_s , t_s – толщина сцинтиллятора. Сцинтиллятор излучает свет при поглощении рентгеновских квантов, т.е. происходит процесс люминесценции. Сила излучения видимого света пропорциональна общему числу поглотившихся в сцинтилляторе фотонов рентгеновского излучения. Спектральное распределение энергетический светимости $L(\lambda)$ сцинтиллятора, зависит от состава сцинтиллятора и его можно найти в литературе, например, в [108] дана информация о сцинтилляторах состоящих из $Lu_2O_3 : Eu$ и $Gd_2O_2S : Tb$. Свет распространяется изотропно, поэтому для определения положения упавшего кванта рентгеновского излучения часто используют оптоволокно. Так как диаметр каналов намного меньше площади пикселя позиционно-чувствительного детектора, то эффектом попадания светового фотона между пикселями можно пренебречь. Свет достигает сенсора (фотодетектора) и преобразуются в ток. Обозначим относительную спектральную чувствительность сенсора к свету $R(\lambda)$, тогда общее число зарегистрированных квантов света v рассчитывается согласно выражению:

$$v = \int_0^{E_m} I(E) A(E, M_s, t_s) dE \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} L(\lambda) R(\lambda) d\lambda, \quad (2.12)$$

где $I(E)$ – спектральная плотность энергетической освещенности детектора, λ_{min} и λ_{max} минимальная и максимальная длины волн видимого света. Величина $q = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} L(\lambda) R(\lambda) d\lambda$, называемая квантовой эффективностью сенсора, может быть вычислена для используемой модели детектора вне зависимости от силы и спектрального состава рентгеновского излучения. Тогда выражение для функции спектральной чувствительности детектора может быть переписано как:

$$S(E) = S(E, M_s, t_s, q) = q A(E, M_s, t_s). \quad (2.13)$$

2.5 Спектральная модель оптического тракта лабораторного томографа

Модель оптического тракта лабораторного томографа, с учетом введенного описания каждого из узлов, может быть переписана следующим образом:

$$v = \int_0^{E_m} I(E, M_a, i, U) F(E, M_f, t_f) O(E, M_o, t_o) S(E, M_s, t_s, q) dE, \quad (2.14)$$

где v – отклик одноканального рентгеновского томографа, $I(E, M_a, i, U)$ – спектральная плотность силы излучения рентгеновской трубы. Для ее моделирования необходимо задать материал анода M_a , величину тока i и ускоряющего напряжения U , подаваемые на трубку.

$F(E, M_f, t_f)$ – спектральный коэффициент пропускания рентгеновского фильтра. Для его моделирования необходимо задать химический состав фильтра M_f и его толщину t_f .

$O(E, M_o, t_o)$ – спектральный коэффициент пропускания зондируемого образца. Для его моделирования необходимо задать химический состав M_o и толщину t_o образца.

$S(E, M_s, t_s, q)$ – функция спектральной чувствительности детектора. Для ее моделирования необходимо задать состав сцинтиллятора M_s , его толщину t_s и квантовую эффективность сенсора q .

2.6 Описание пакета XRayUtil

Для программной реализации предложенной модели был выбран язык программирования Python. Пакет подключается вызовом команды “`import XRayUtil`”. Подключенный пакет дает возможность работать со спектральным составом рентгеновского излучения и детектором. Спектральный состав излучения возможно изменить путем добавления в оптический тракт томографа фильтра или образца. Для генерации спектральной плотности энергетической светимости рентгеновской трубы необходимо задать ток, напряжение, материал анода и тип излучения: тормозное (название в пакете – ‘BRELUNG’,

характеристическое ('CHARLINES') или оба сразу ('XRAYTUBE') и количество интервалов при разбиении энергетического диапазона. Ниже представлен код, позволяющий рассчитать спектр рентгеновской трубы с параметрами: напряжение – 60 В, ток – 20 мА, материал анода – Молибден (Mo), число точек при разбиении энергии на интервалы – 10000.

```

import XRayUtil

I = 20 # ток в (mA)
U = 60 # напряжение в (В)
M_a = 'Mo' # название вещества анода
SP = 10000 # число точек
spec = XRayUtil.GenerateSpectrum(I, U, M_a, SP, 'XRAYTUBE')

```

В пакете имплементирована возможность рассчитывать спектры анодов из нескольких материалов, наиболее используемых в микро-томографах: хром ('Cr'), медь ('Cu'), молибден ('Mo'), серебро ('Ag') или вольфрам ('W').

Изменение спектрального состава излучения возможно путем добавления фильтра, также в оптический тракт томографа можно добавить образец. Так как описания фильтра и образца одинаковы в реализации, то их добавление объединено в одну функцию AddMatter сущности спектральный состав рентгеновского излучения. Пример кода реализующего добавление образца из хлорида натрия (NaCl) толщиной 0.3 см и плотностью 2.17 г/см³:

```

matter = 'NaCl' # химическое название вещества
density = 2.17 # плотность вещества в г/см^3
thickness = 0.3 # толщина вещества в см
spec.AddMatter(matter, density, thickness)

```

Для создания сущности детектора нужно задать его модель. Ее можно выбрать из следующего списка: Hamamatsu C12849-101U (название в пакете 'HAMTSU_101U'), Hamamatsu C12849-102U ('HAMTSU_102U'), XIMEA xiRay 11 MPix ('XIMEA_11'), Varian 2520Dx ('VARIAN_2520DX'). Модели детекторов выбраны из описания различных существующих микро-томографов. Величину отклика рентгеновского прибора можно получить с помощью вызова функции пакета GetRegisteredValue. Входными параметрами для нее являются

две сущности: заранее созданные спектральный состав рентгеновского излучения и детектор. Пример кода для расчета отклика прибора на базе детектора XIMEA xiRay 11 MPix и описанного выше спектра spec:

```
name = 'XIMEA_11' # Название модели детектора
det = XRayUtil.CreateDetector(name)
value = GetRegisteredValue(spec, det)
```

2.7 Оценка адекватности предложенной модели путем сравнения рассчитанных значений с результатами измерений

Оценка адекватности модели оптического тракта рентгеновского лабораторного томографа проводилась путём сравнения данных, полученных с использованием программной реализации предложенной модели, и результатов измерений, проведенных на микро-томографе, собранном и функционирующем во ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН [31; 32]. Экспериментальные параметры установки: рентгеновская трубка с молибденовым (*Mo*) анодом, напряжение – 60 кВ, ток – 20 мА, детектор – XiRay 11 MPix, время экспозиции 1 сек, рентгеновский фильтр не использовался. В качестве исследуемого объекта был взят алюминиевый образец, его фотография представлена на рис. 2.1. Линейные размеры образца: длина 12.3 см, высота треугольников 3.3 см, 4.2 см, толщина 1 см.

Прямоугольником отмечена область, выбранная для получения экспериментальных значений. Образец закреплялся вертикально, острым концом треугольника вниз, узкая часть параллельна плоскости детектора. Схема закрепления показана на рис. 2.2. На томографе было зарегистрировано 10 кадров “темнового тока” – кадров с выключенной рентгеновской трубкой и в отсутствие образца, 50 кадров с установленным образцом и включенной рентгеновской трубкой. Полученные при наличии объекта кадры были усреднены между собой, затем из результата вычиталось усредненное значение кадров “темнового тока”, результат показан на рис. 2.3. Под образцом на изображении можно видеть столик-держатель.

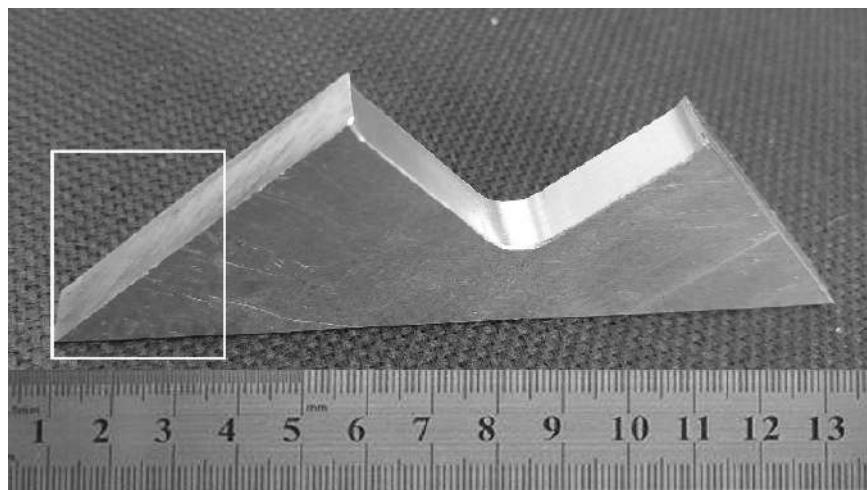


Рисунок 2.1 — Алюминиевый образец, использованный в эксперименте.
Белым цветом выделена область, участвующая в эксперименте.

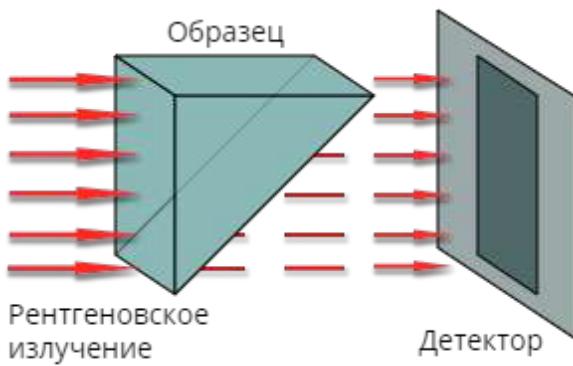


Рисунок 2.2 — Принципиальная схема закрепления образца.

На полученном изображении было выбрано 50 равномерно распределенных по всей длине образца точек. Каждая точка обрамлялась прямоугольником 7 на 100 пикселей, внутри каждой области рассчитывалось среднее значение. Выбранные прямоугольники показаны на 2.3. Узкая часть алюминиевого куска (параллельная плоскости детектора) равна 1 см. Она занимает 1100 пикселей в строке матрицы детектора. По этому соотношению и подобию треугольников была вычислена толщина образца на выбранной высоте. Таким образом вычисленные средние значения помещены на график в виде точек (рис. 2.4).

С помощью разработанного пакета XRayUtil были рассчитаны значения отклика рентгеновского детектора для таких же экспериментальных параметров. На рис. 2.5 сплошной линией показана спектральная плотность светимости излучения рентгеновской трубки с молибденовым (*Mo*) анодом (напряжение – 60 кВ, ток – 20 мА) без объекта, пунктирной линией светимость излучения после взаимодействия с алюминиевым образцом толщиной 0.1 см. Сформированное

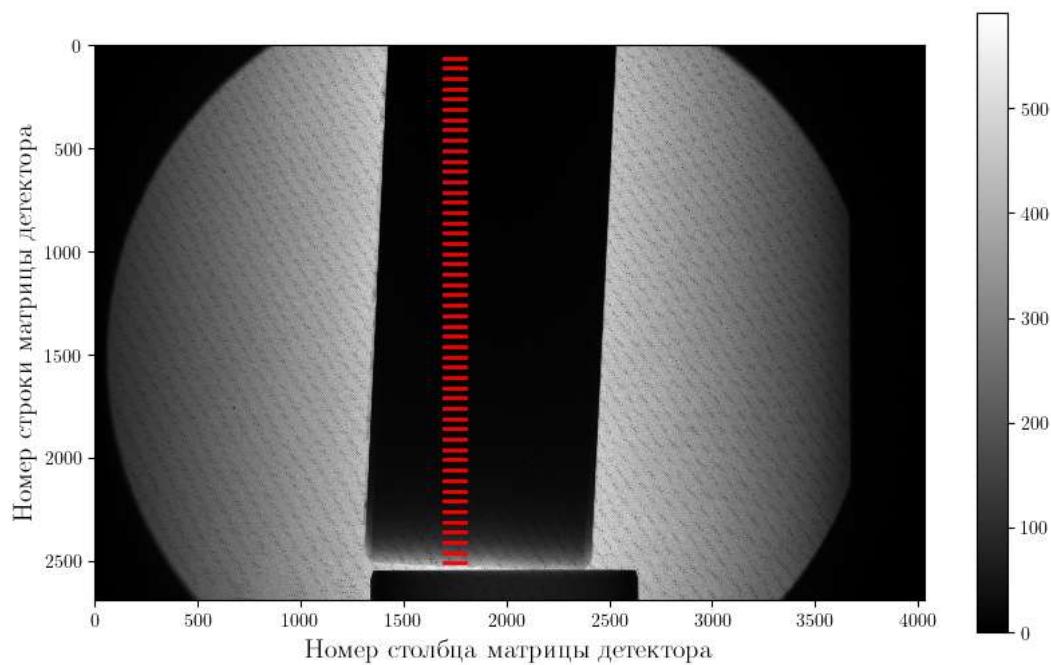


Рисунок 2.3 — Сформированное детектором XiRay 11 MPix изображение алюминиевого образца. Красными линиями показаны области, использованные для оценки уровня сигнала при определенной толщине образца.

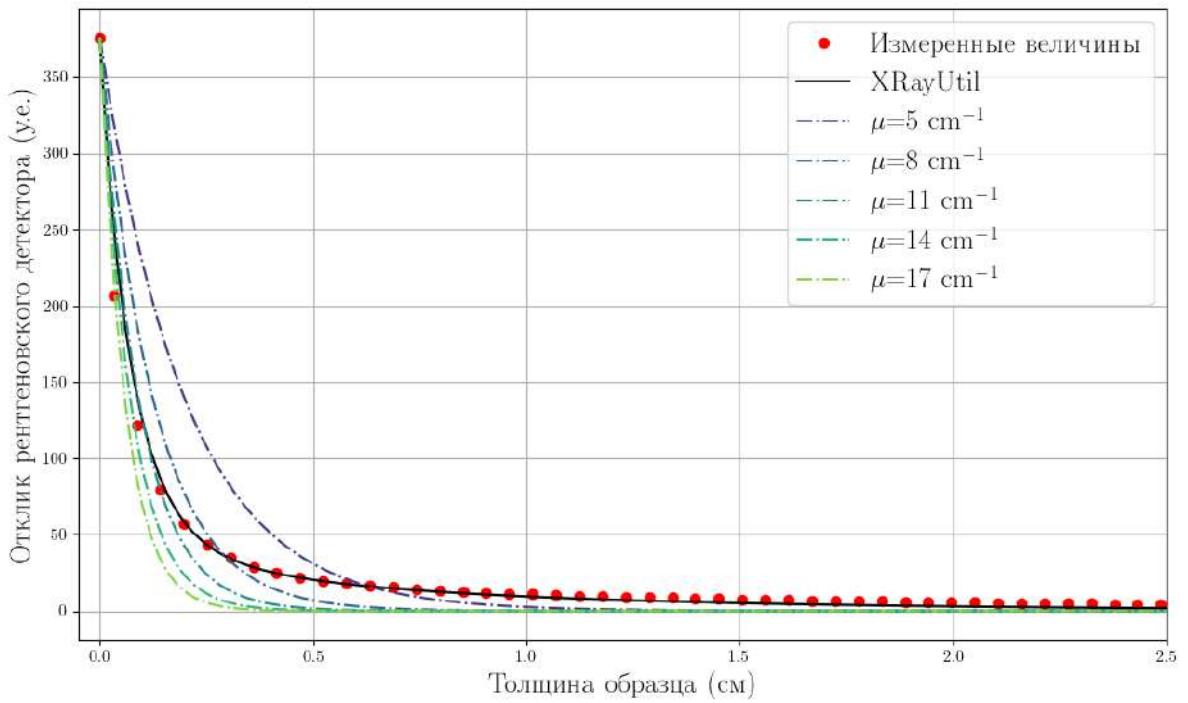


Рисунок 2.4 — Сравнение результатов моделирования отклика рентгеновского лабораторного микротомографа при зондировании алюминиевого образца в предложенной и монохроматической моделях.

рентгеновской трубкой и прошедшее через образец излучение достигает детектора и поглощается сцинтиллятором. Сцинтиллятор в детекторе модели Ximea XiRay 11 MPix представляет из себя слой вещества $Gd_2O_2S : Tb$ толщиной 22 нм. Зависимость поглощения рентгеновского излучения данным сцинтиллятором показана штрихпунктирной линией на рис. 2.5.

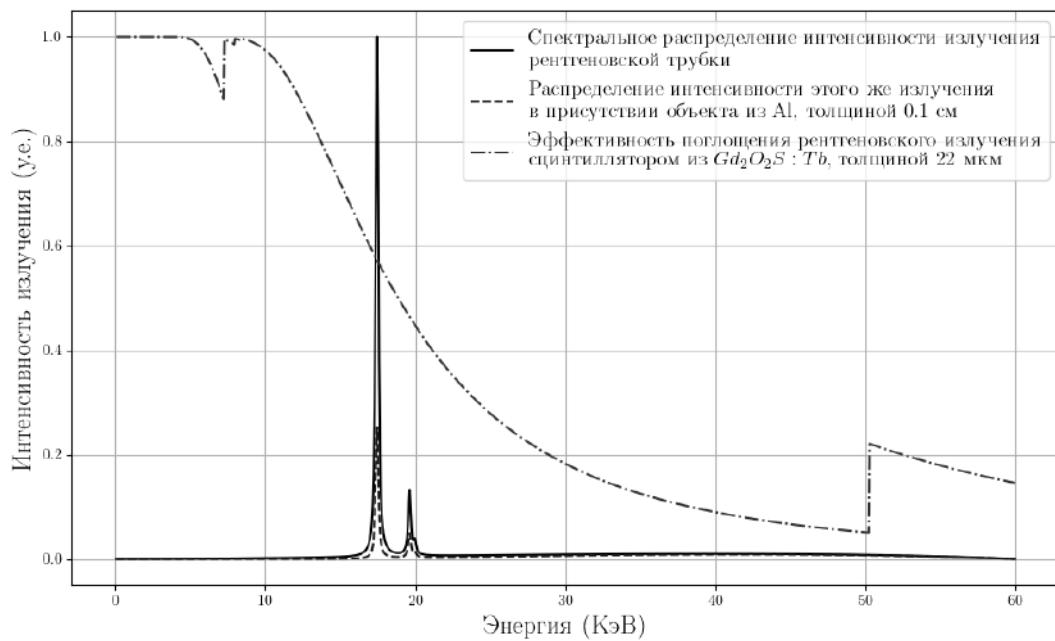


Рисунок 2.5 — Спектральное распределение светимости излучения молибденовой рентгеновской трубы и эффективность поглощения рентгеновского излучения сцинтиллятором из $Gd_2O_2S : Tb$.

Спектральное распределение света, сформированного в процессе люминесценции сцинтиллятором, показано сплошной линией на рис. 2.6. Сформированный свет регистрируется на матрице встроенного в детектор сенсора модели KAI-11002-D с эффективностью поглощения, показанной на рис. 2.6.

Зависимость отклика одноканального рентгеновского томографа в некоторой точке детектора от толщины образца будем называть функцией интегрального ослабления полихроматического излучения. Сплошной линией на рис. 2.4 показана функция интегрального ослабления полихроматического излучения для алюминиевого образца. Значения функции рассчитаны с помощью разработанного пакета XRayUtil. Пунктирными линиями показаны функции ослабления монохроматического зондирующего излучения по закону Бугера-Ламберта-Бера для разных длин волн. Соответствующие коэффициенты поглощения от 5 см^{-1} до 17 см^{-1} взяты с шагом 3 см^{-1} .

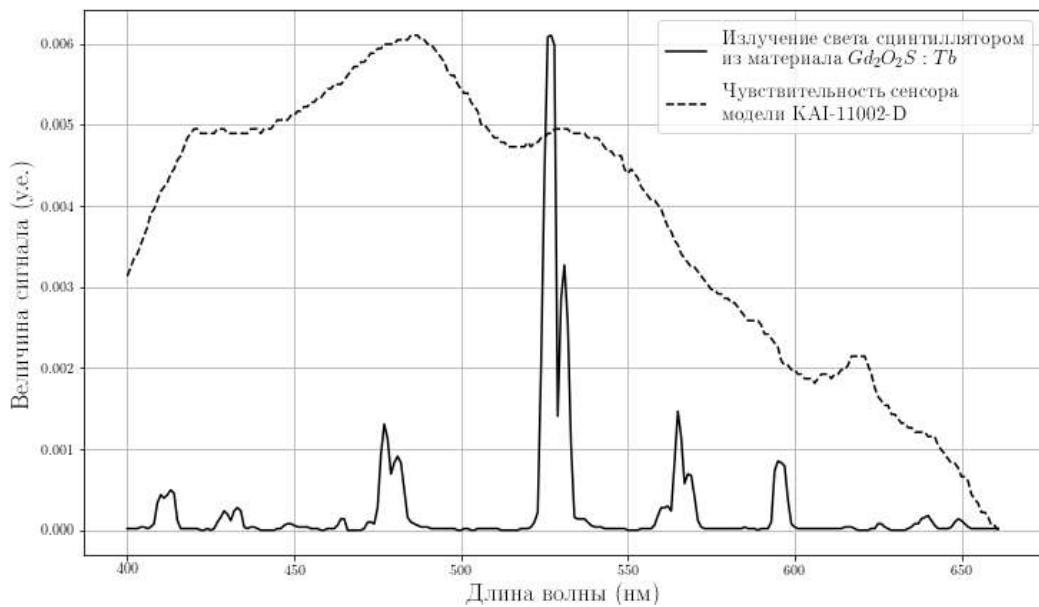


Рисунок 2.6 — Спектральное распределение облученности сцинтиллятора из $Gd_2O_2S : Tb$ и эффективность регистрации света сенсором модели KAI-11002-D.

Для численной оценки предложенной модели было рассчитано среднеквадратическое отклонение измеренных значений от данных, полученных с помощью разработанного пакета. Такие же величины были вычислены для функций ослабления монохроматического излучения. Данные приведены в таблице 1. Значение среднеквадратического отклонения для рассчитанных с помощью XRayUtil значений составило 7.0 у.е., а минимальное значение среднеквадратического отклонения для монохроматического излучения составило 9.88 у.е., коэффициенты поглощения при этом равны 13.5 см^{-1} и 14.0 см^{-1} . Построенный график и рассчитанное среднеквадратическое отклонение позволяет сделать следующие выводы. С одной стороны разработанная модель хорошо описывает отклик одноканального рентгеновского томографа. С другой стороны отклик рентгеновского томографа не может быть адекватно приближен никакой монохроматической моделью поглощения.

Таблица 1 — Среднеквадратическое отклонение экспериментальных значений от значений, рассчитанных согласно закону Бугера-Ламберта-Бера для различных показателей поглощения.

Показатель поглощения (см^{-1})	Среднеквадратическое отклонение (y.e.)
4.5	35.97
5.0	32.38
5.5	29.22
6.0	26.43
6.5	23.96
7.0	21.77
7.5	19.82
8.0	18.09
8.5	16.56
9.0	15.22
9.5	14.04
10.0	13.03
10.5	12.18
11.0	11.47
11.5	10.91
12.0	10.47
12.5	10.17
13.0	9.97
13.5	9.88
14.0	9.88
14.5	9.96
15.0	10.10
15.5	10.29
16.0	10.52
16.5	10.79
17.0	11.08
17.5	11.39
18.0	11.71

2.8 Связь монохроматических и полихроматических лучевых интегралов

2.8.1 Свойства полихроматических лучевых интегралов

Рассмотрим отклик v одноканального рентгеновского томографа в некоторой точке детектора в некоторый момент времени. Образец состоит из одного вещества.

Определение 1. Будем называть лучевой плотностью функцию $Q(L)$ следующего вида:

$$Q(L) = \int_L w(l)dl,$$

где $w(l)$ – содержание вещества образца на участке луча l , dl – приращение луча L . $w(l) \in [0; 1]$, равенство нулю означает отсутствие образца на участке луча, равенство единице – присутствие образца на всем участке луча.

Функция $Q(L) \geq 0, \forall L$. Переменную L будем опускать, так как она не влияет на ход дальнейших рассуждений, т.е. $Q = Q(L)$.

Определение 2. Функцию зависимости величины отклика рентгеновского томографа $v(Q)$ от лучевой плотности Q будем называть функцией интегрального ослабления полихроматического излучения. Она выражается формулой:

$$v(Q) = \int_0^{E_m} I(E)F(E)e^{-\mu(E)Q}S(E)dE. \quad (2.15)$$

Функция $v(Q)$ определена на положительной полуоси, на которой является положительной, т.е. $v(Q) \geq 0, \forall Q \geq 0$.

Заметим, что функции $I(E) > 0$, $F(E) > 0$, $S(E) > 0$ положительны на всей области интегрирования и не зависят от лучевой плотности Q . Тогда выражение 2.15 может быть переписано в виде:

$$v(Q) = \int_0^{E_m} e^{-\mu(E)Q+h(E)}dE, \quad (2.16)$$

где $h(E) = \ln(I(E)F(E)S(E))$ положительная на всей области интегрирования функция.

Определение 3. Полихроматическим лучевым интегралом будем называть функцию, определяемую выражением

$$p(Q) = \ln\left(\int_0^{E_m} e^{h(E)} dE\right) - \ln(v(Q)),$$

где $\int_0^{E_m} e^{h(E)} dE$ – отклик детектора в отсутствие образца.

Исследуем свойства функции $p(Q)$.

Утверждение 1. Функция $p(Q) > 0, \forall Q > 0$, и $p(Q) = 0$, если $Q = 0$.

Доказательство. Случай $Q = 0$. Запишем отклик томографа при прохождении луча через образец с нулевой массовой долей вещества:

$$v(0) = \int_0^{E_m} e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE = \int_0^{E_m} e^{h(E)} dE.$$

Из этого выражения следует, что $p(0) = 0$.

В случае $Q > 0$, так как спектральное распределение коэффициента поглощения $\mu(E)$ положительная функция,

$$\int_0^{E_m} e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE < \int_0^{E_m} e^{h(E)} dE,$$

т.е. $p(Q) > 0, \forall Q > 0$. □

Утверждение 2. Производная функции $p(Q)$ всегда положительна, т.е. $p'(Q) > 0, \forall Q \geq 0$.

Доказательство. Запишем выражение для первой производной:

$$p'(Q) = (-\ln(v(Q)))' = -\frac{v'(Q)}{v(Q)},$$

$$v'(Q) = -\int_0^{E_m} \mu(E)e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE.$$

Тогда выражение можно переписать следующим образом:

$$p'(Q) = \frac{\int_0^{E_m} \mu(E)e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE}{\int_0^{E_m} e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE}.$$

В числителе и в знаменателе интегралы от положительных функций, отсюда следует, что

$$p'(Q) > 0, \forall Q \geq 0.$$
□

Теорема 5. Вторая производная функции $p(Q)$ отрицательна, т.е. $p''(Q) < 0, \forall Q \geq 0$.

Доказательство. Запишем выражение второй производной:

$$p''(Q) = (p'(Q))' = \left(\frac{\int_0^{E_m} \mu(E) e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE}{\int_0^{E_m} e^{-\mu(E)Q+h(E)}} \right)'.$$

Вычислим ее, раскрыв скобки:

$$\begin{aligned} p''(Q) &= \frac{-\int_0^{E_m} \mu^2(E) e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE \int_0^{E_m} e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE}{\left(\int_0^{E_m} e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE \right)^2} + \\ &+ \frac{\left(\int_0^{E_m} \mu(E) e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE \right)^2}{\left(\int_0^{E_m} e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE \right)^2}. \end{aligned}$$

Заметим, что в знаменателе обоих слагаемых стоит положительная величина, которая не влияет на знак второй производной. Для определения знака числителя воспользуемся неравенством Коши-Буняковского-Шварца для квадратично интегрируемых функций $L^2(X, \mathcal{F}, \xi)$ [109]:

$$\left(\int_X f(x)g(x)\xi(dx) \right)^2 \leq \left(\int_X f^2(x)\xi(dx) \right) \left(\int_X g^2(x)\xi(dx) \right).$$

Обозначим $f(x) = e^{(-\mu(E)Q+h(E))/2}$ и

$$g(x) = \mu(E)e^{(-\mu(E)Q+h(E))/2},$$

тогда на множестве интегрирования $X = [0, E_m]$ с единичной мерой интегрирования $\xi = 1$, получим

$$\begin{aligned} &\left(\int_0^{E_m} \mu(E) e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE \right)^2 \leq \\ &\leq \left(\int_0^{E_m} \mu^2(E) e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE \right) \left(\int_0^{E_m} e^{-\mu(E)Q+h(E)} dE \right). \end{aligned}$$

т.е. $p''(Q) \leq 0, \forall Q \geq 0$.

Равенство нулю достигается при единичной функции спектрального распределения коэффициента поглощения $\mu(E)$, так как спектральное распределение линейного коэффициента ослабления различается для всех элементов и ни для одного элемента не представлено единичной функцией, то $p''(Q) < 0, \forall Q \geq 0$. \square

Из утверждений 1, 2 и теоремы 5 следует, что функции полихроматических лучевых интегралов являются положительными, строго возрастающими и выпуклыми вверх функциями.

2.8.2 Аппроксимация полихроматических лучевых интегралов семейством двухпараметрических степенных функций

Из доказанных свойств полихроматических лучевых интегралов следует, что функция $p^*(Q)$, аппроксимирующая полихроматический лучевой интеграл $p(Q)$ должна удовлетворять следующим условиям:

1. $p^*(Q) > 0, \forall Q > 0, p^*(Q) = 0, Q = 0;$
2. $p^{*'}(Q) > 0, \forall Q \geq 0;$
3. $p^{**}(Q) < 0, \forall Q \geq 0.$

В качестве функции $p^*(t)$ рассмотрим удовлетворяющий всем перечисленным условиям класс двухпараметрический степенных функций вида: $y = ax^b$, при $a \in (0,1)$ и $b \in (0, 1)$.

С помощью разработанного пакета XRayUtil найдем вид аппроксимирующие функции полихроматических лучевых интегралов. Для вычисления полихроматических лучевых интегралов были взяты характерные для томографических измерений параметры [31; 32]:

- Спектральная плотность облученности.
 - Материал анода M_a – медь (Cu), молибден (Mo), серебро (Ag).
 - Ток i изменяется в интервале от 20 до 50 мА (с шагом 5 мА).
 - Ускоряющее напряжение U изменяется в интервале от 20 до 60 кВ (с шагом 10 кВ).
- Спектральный коэффициент пропускания рентгеновского фильтра.
 - Материал фильтра M_f – алюминий Al (13), медь Cu (29).
 - Толщина фильтра t_f 0, 0.5 мм.
- Спектральный коэффициент пропускания образца исследования.
 - Материал образца M_o . Были взяты 15 химических элементов с жидким и твердым агрегатным состоянием простого вещества. Символы химических элементов: Li (3), Be (4), C (6), Al (13), Si (14), S (16), Ca (20), Ti (22), Fe (26), Cu (29), Ag (47), In (49), Sn (50), Gd (64) и Ra (88).
 - Толщина образца t_o изменяется в интервале от 0.1 до 2 см.
- Функция спектральной чувствительности детектора. Использовались параметры для детектора модели XIMEA xiRay 11 MPix.

Для всех выбранных параметров с помощью разработанного пакета XRayUtil были рассчитаны полихроматические лучевые интегралы. На рис. 2.7 точками показаны значения полихроматических лучевых интегралов (цвет точки отвечает за химический элемент). Параметры пакета XRayUtil: молибденовый (*Mo*) анод, напряжение 60 кВ, ток 20 мА, фильтр не использовался, детектор модели Ximea XiRay 11MPix. Прямыми линиями показаны аппроксимирующие кривые, выраженные двухпараметрическими степенными функциями. Найденные параметры аппроксимирующих функций для химических элементов, выбранных для моделирования образца, приведены в таблице 2.

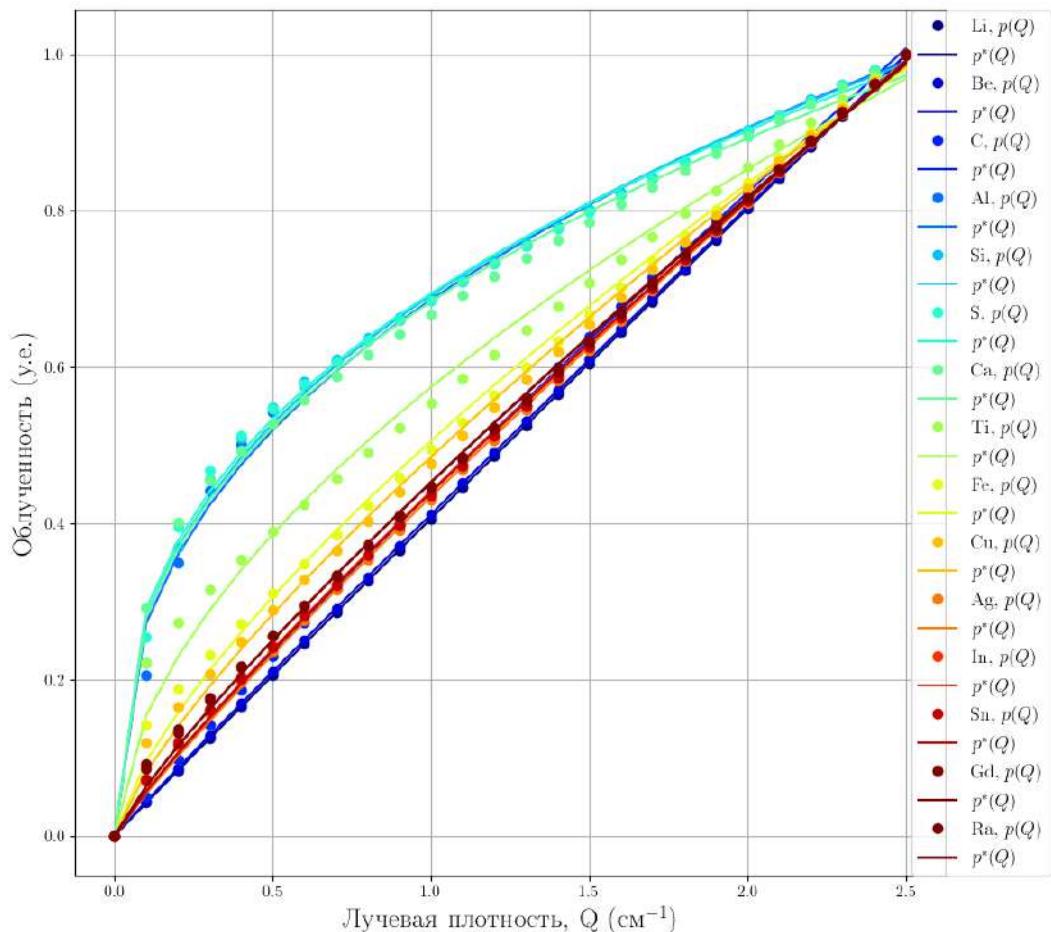


Рисунок 2.7 — Полихроматические лучевые интегралы, вычисленные с помощью пакета XRayUtil, и их аппроксимация классом степенных функций. Значения параметров: молибденовый анод, ток 20 мА, напряжение 60 кВ, фильтр не установлен, детектор модели Ximea XiRay 11MPix.

Аппроксимирующие кривые были посчитаны для всех указанных параметров. Показатели степени a для всех аппроксимирующих функций лежат в интервале от 0.41 до 0.70. Значения найденных коэффициентов b лежат в интервале от 0.36 до 0.98. Для численной оценки аппроксимации было рассчитано

Таблица 2 — Найденные параметры аппроксимирующей степенной функции. Полихроматические лучевые интегралы получены с помощью пакета XRayUtil. Значения параметров: молибденовый анод, ток 20 мА, напряжение 30 кВ, фильтр не установлен, детектор модели Ximea XiRay 11MPix

Химический элемент	a	b
Li	0.41	0.98
Be	0.41	0.97
C	0.44	0.90
Al	0.69	0.40
Si	0.69	0.39
S	0.69	0.38
Ca	0.68	0.39
Ti	0.57	0.57
Fe	0.51	0.72
Cu	0.49	0.77
Ag	0.43	0.90
In	0.44	0.88
Sn	0.44	0.89
Gd	0.45	0.85
Ra	0.45	0.85

среднеквадратическое отклонение значений интегралов, полученных с помощью пакета XRayUtil, от значений аппроксимирующих функций. Минимальное значение среднеквадратического отклонения составило $7.5 \cdot 10^{-5}$, максимальное 0.04 . Из построенных графиков и посчитанного среднеквадратического отклонения можно сделать вывод, что двухпараметрическое семейство степенных функций вида: $y = ax^b$, при $a \in (0,1)$ и $b \in (0, 1)$ подходит для аппроксимации полихроматических лучевых интегралов.

2.9 Функция коррекции

Определение 4. Монохроматическим лучевым интегралом будем называть функцию, определяемую выражением $m(Q) = \ln(v_0(E)) - \ln(\bar{v}(Q, E))$, где $v_0(E)$ – отклик детектора в отсутствие образца при зондировании монохроматическим рентгеновским излучением энергии E , $\bar{v}(Q, E)$ – величина отклика рентгеновского томографа $v(Q)$ при лучевой плотности Q и зондировании излучением энергии E .

Величина $\bar{v}(Q)$ учитывает ослабление рентгеновского излучения только за счет поглощения, т.е. описывается выражением

$$\bar{v}(Q, E) = v_0(E)e^{-\mu(E)Q}, \quad (2.17)$$

где $\mu(E)$ – линейный коэффициент поглощения вещества образца на энергии E , $w(l)$ – относительное содержание вещества образца на участке луча l , dl – приращение луча L .

Так как линейный коэффициент поглощения $\mu(E)$ не зависит от L , то выражение для монохроматического лучевого интеграла $m(Q)$ можно привести к следующему виду:

$$m(Q) = \int_L \mu(E)w(l)dl = \mu(E)Q. \quad (2.18)$$

Обозначим корректирующую функцию K . Корректирующую функцию K будем применять к полихроматическому лучевому интегралу $p(Q)$ для приближения его значений к значениям монохроматического лучевого интеграла $m(Q)$,

$$K(p(Q)) \simeq m(Q). \quad (2.19)$$

Согласно свойствам обратных функций и выведенным свойствам функции $p(Q)$ в идеальном случае ($K(p(Q)) = m(Q)$) корректирующая функция $K(p(Q))$ должна удовлетворять следующим условиям:

1. $K(p(Q)) > 0, \forall Q > 0, K((p(Q))) = 0, p(Q) = 0;$
2. $K'(p(Q)) > 0, \forall Q \geq 0;$
3. $K''(p(Q)) > 0, \forall Q \geq 0.$

Поскольку после применения корректирующей функции обработка полихроматических интегралов (т.е. применение к ним алгоритма реконструкции) линейна, то в качестве корректирующей функции будем использовать класс однопараметрических степенных функций с зафиксированным масштабирующим параметром. Так в модели будет только один параметр – показатель степени, в качестве которого будем брать обратное значения параметра из найденной степенной аппроксимации соответствующего полихроматического лучевого интеграла.

Сравним предложенную модель корректирующей функции с используемымся на данный момент. В литературе описано применение в качестве функций коррекции полиномов второй и третьей степени [84; 85]. В работе [86] показано, что для задач промышленной томографии необходимо использовать полиномы 8 и выше степени. В этих работах параметры функции коррекции подбирались с помощью априорной информации, полученной по дополнительным измерениям. Решалась следующая оптимизационная задача:

$$\|K(p(Q_i)) - m(Q_i)\|^2 \underset{K}{\rightarrow} \min, \quad (2.20)$$

где Q_i – все возможные значения лучевой плотности в дополнительных измерениях.

Проведем сравнение степенной и полиномиальных (второй и третьей степени) моделей корректирующих функций. Аппроксимации выполнены для данных, собранных в ходе томографического эксперимента во ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН. Описание эксперимента приведено в разделе 2.7. Параметры установки: рентгеновская трубка с молибденовым (Mo) анодом, напряжение – 60 кВ, ток – 20 мА, детектор – XiRay 11 MPix, время экспозиции 1 сек, рентгеновский фильтр не использовался, исследуемый образец – алюминиевый клин. На графике 2.8а красными точками отмечены рассчитанные значения полихроматического лучевого интеграла $p(Q)$ по сформированным детектором изображениям алюминиевого образца. Сплошной синей линией показана найденная аппроксимация лучевого интеграла семейством двухпараметрических степенных функций $p^*(Q) = a(p(Q))^b$, показатель степени равен $b = 0.74$, масштабирующий параметр равен $a = 0.32$. Сплошной черной линией показан идеальный монохроматический лучевой интеграл $m(Q)$, к которому после коррекции сведены измеренные значения полихроматического лучевого интеграла $p(Q)$.

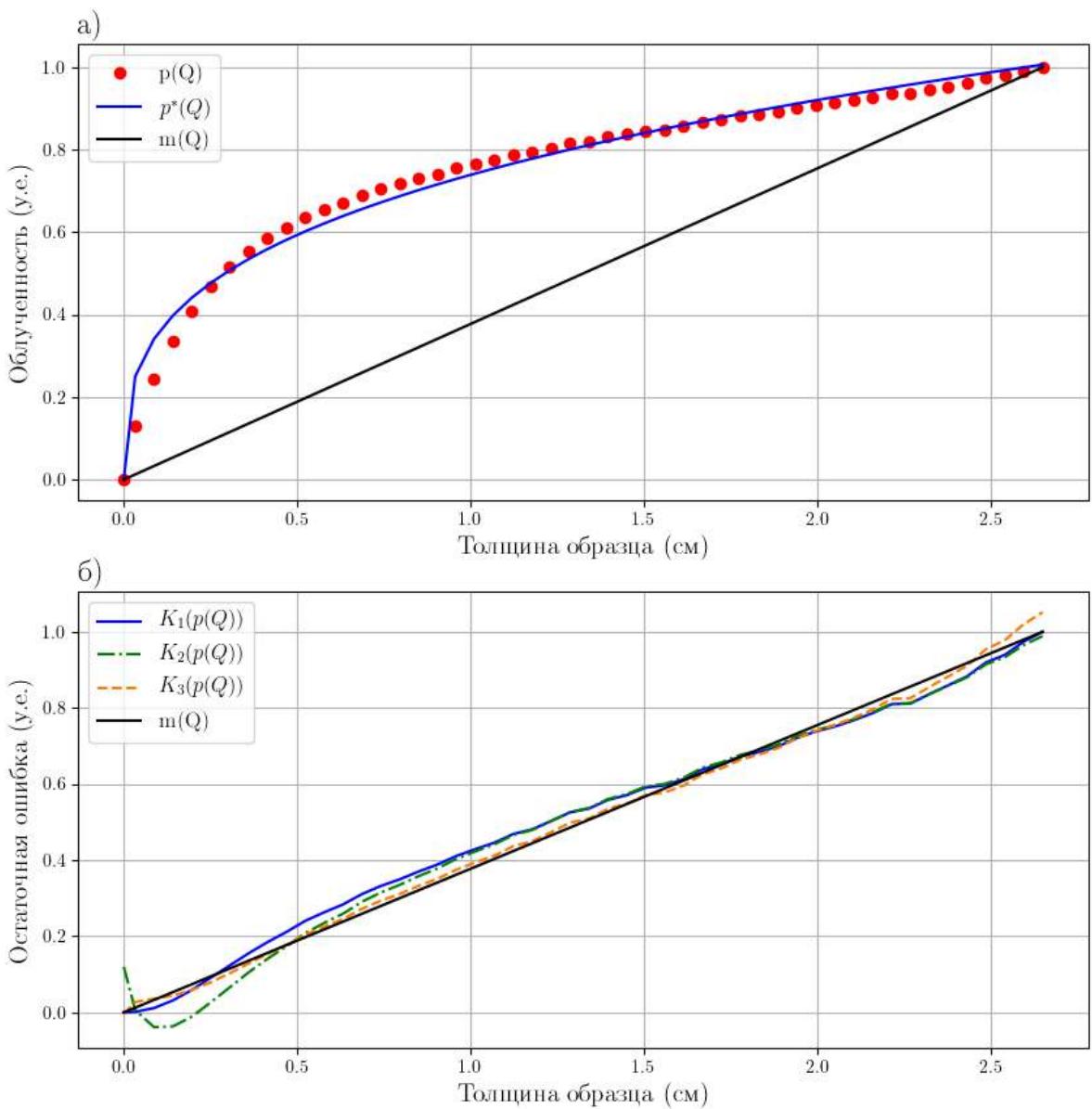


Рисунок 2.8 – Поиск функции коррекции для полихроматического лучевого интеграла полученного при зондировании алюминиевого образца. а) – Полихроматический лучевой интеграл и его аппроксимация двухпараметрической степенной функцией; б) – остаточная ошибка применения функций коррекции к полихроматическому лучевому интегралу.

На графике 2.8б сплошной синей линией показана остаточная ошибка после применения к полихроматическому лучевому интегралу $p(Q)$ функции коррекции, выраженной степенной функцией $K_1(p(Q)) = (p(Q))^{1/b}$. Показатель степени равен обратному значению найденного в аппроксимации. Обозначим функцию коррекции, выраженную полиномом второй степени, за $K_2(p(Q))$, для ее поиска была решена оптимизационная задача 2.20. Обозначим функцию коррекции, выраженную полиномом третьей степени, за $K_3(p(Q))$. Для ее поиска

также была решена оптимизационная задача вида 2.20. На графике 2.8б зеленой штрихпунктирной линией показана остаточная ошибка после применения функции коррекции $K_2(p(Q))$, оранжевой пунктирной линией после применения $K_3(p(Q))$. Среднеквадратическое отклонение (СКО) значений функции коррекции $K_1(p(Q))$ от значений монохроматического лучевого интеграла $m(Q)$ равна 0.03. СКО значений функции коррекции $K_2(p(Q))$ от значений $m(Q)$ равна 0.04, СКО значений функции коррекции $K_3(p(Q))$ от значений $m(Q)$ равна 0.02. Таким образом в модели корректирующей функции количество параметров можно снизить с 3 (полином второй степени) до 1 с улучшением точности приближения, с 4 (полиномы третьей степени) до 1 с незначительной потерей точности приближения.

2.10 Заключение по главе 2

В данной главе диссертационной работы построена и описана спектральная модель оптического тракта рентгеновского трансмиссионного томографа. Тракт включает следующие узлы: источник рентгеновского излучения, фильтр или система фильтров, образец, регистрирующее устройство. В качестве источника рентгеновского излучения рассмотрена рентгеновская трубка, в качестве регистрирующего устройства – одноканальный рентгеновский детектор сцинтиллятором. На основе предложенной модели реализован программный пакет XRayUtil с открытым исходным кодом на языке Python. Разработанный пакет предназначается для расчета величины отклика рентгеновского прибора если известны параметры рентгеновской трубки (ток, напряжение, материал анода), толщина и состав фильтра и образца и модель детектора. Несмотря на то, что в использованной модели тракта рассматривались только эффекты поглощения, результаты моделирования с учетом полихроматичности излучения показали лишь незначительные отклонения от экспериментальных данных (таблица 1). При этом использование монохроматической модели показало существенно меньшую точность аппроксимации.

Дано определение монохроматических и полихроматических лучевых интегралов. Показана их взаимосвязь через функцию коррекции. Аналитически исследованы свойства лучевых полихроматических интегралов. Доказано, что

функции полихроматических лучевых интегралов являются положительными, строго возрастающими и выпуклыми вверх функциями. С помощью разработанного пакета XRayUtil посчитаны значения функций полихроматических лучевых интегралов для 15 различных химических элементов. Для расчетов использовались значения параметров, характерные для томографических измерений. Сами функции были описаны классом двухпараметрических степенных функций. Показано применение найденной аппроксимации в качестве функции коррекции с уменьшением количества параметров до одного.

На основе свойств полихроматических лучевых интегралов сформулированы свойства, которым должен удовлетворять класс функций коррекции. Применение нового класса корректирующих функций (однопараметрического степенного) к измеренным данным показало, что этот класс приближает полихроматические лучевые интегралы к монохроматическим лучше, чем использованные ранее полиномы второй степени. Таким образом, в модели корректирующей функции степени свободы (количество параметров) было снижено с 3 до 1.

Глава 3. Количественная оценка выраженности чашевидных артефактов

Применение широко распространенных алгоритмов реконструкции, таких как алгоритм обратного проецирования с фильтрацией, алгоритм Фурье-синтеза или некоторых алгебраических алгоритмов реконструкции, к трансмиссионным изображениям, полученным с использованием полихроматического излучения, ведет к деградации восстановленного изображения. Рассмотрим реконструкцию образца с несколькими объектами малого размера и с высокой оптической плотностью. На восстановленных изображениях для образцов такого состава артефакты, возникающие вследствие использования полихроматического излучения, особенно заметны. В качестве экспериментального образца была взята пробирка диаметром около 8 мм, заполненная пластилином с несколькими различными минералами. Для сбора трансмиссионных изображений был использован серийный микротомограф SkyScan 1172 microCT [110]. Геометрические параметры эксперимента: конусная геометрическая схема, размер пикселя детектора – 2.8 мкм, расстояние объект-источник – 56.1 мм, расстояние детектор-источник – 225.1 мм. Параметры режима измерения для рентгеновской трубки: напряжение 100 кВ, ток 100 мА. При съемке использовался алюминиевый фильтр, толщина которого составляла 0.5 мм. Всего было сделано 2030 равномерно распределенных кадров, с угловым шагом 0.1° градус. Размер одного кадра 4000×4000 пикселей. На рис. 3.1а показан двухмерный срез трехмерной реконструкции (центральный слой) данного образца. Реконструкция выполнена алгоритмом обратного проецирования с фильтрацией. На рис. 3.1б – 3.1г показаны увеличенные части реконструированного изображения, содержащие оптически плотные включения. Видно, что деградация реконструированного изображения сильнее всего проявляется в этих виде чашевидных искажений профиля восстановленного показателя ослабления рентгеновского излучения.

В литературе подробно описано множество методов подавления таких артефактов, но проблема количественной оценки их выраженности в них не обсуждается и до сих пор не решена. Существующие методы подразумевают либо ручной выбор регионов для сравнения интенсивности, либо наличие эксперта, который визуально оценит результат реконструкции. Например, са-

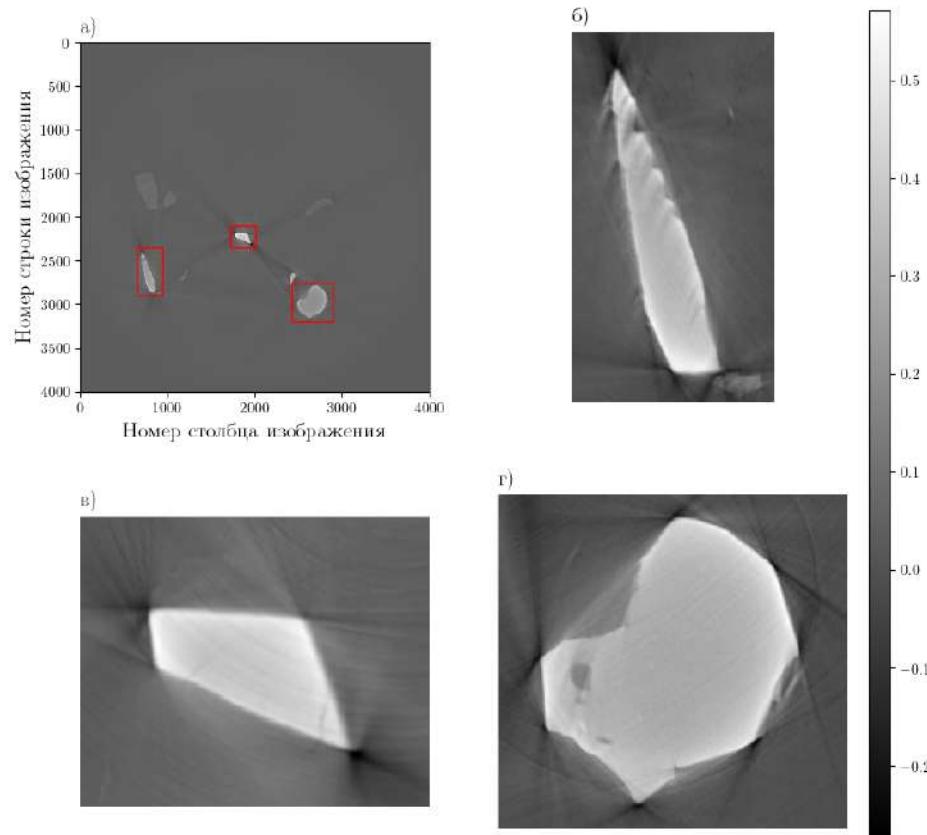


Рисунок 3.1 — Результат реконструкции центрального слоя образца с оптически плотными включениями алгоритмом обратного проецирования с фильтрацией: а) – реконструированное изображение. Красными прямоугольниками показаны области, выбранные для увеличенного изображения на б – г.

мый распространенный визуальный метод заключается в построении профиля сечения реконструированного изображения (как показано на рис. 1.11в) [84]. Существуют и другие способы, такие как оценка артефактов в пространстве трансмиссионных изображений [70] или визуализация остаточной ошибки алгоритма реконструкции [111]. Однако эти методы субъективны, так как требуют экспертной оценки визуального восприятия изображения, а заметить незначительную разницу в изображениях бывает сложно.

Невизуальные методы, которые существуют на данный момент, либо требуют выделения вручную на объекте областей в центре и ближе к краю (для оценки разности средних значений по этим областям) [112; 113], либо оценива-

ют качество изображения в целом, а не выраженность чашевидных искажений. Например, в качестве оценки используются результаты расчетов в разных вариациях отношений математического ожидания и/или дисперсии объекта и фона реконструированного изображения [63; 114; 115]. В работе [115] были рассмотрены и вычислены три вида таких статистик для реконструкций алюминиевого теплообменника и алюминиевой стружки. Авторами показано, что рассчитанные ими статистики отображают качество реконструированных изображений в целом, однако слабо коррелируют с выраженной чашевидных артефактов. Другой недостаток таких методов заключается в том, что результат расчета зависит от шума типа “соль-перец”, который возникает на реконструированных изображениях вследствие неидеальности регистрирующей аппаратуры или слабой интенсивности пучка рентгеновского излучения. Подавление шумов на томографических изображениях является отдельной задачей, которой посвящено множество статей. Так, в работе [116] для подавления шумов и усиления контрастности объектов области интереса разработан и описан специальный гомоморфный фильтр.

Создание метода оценки количественной выраженности чашевидных артефактов имеет не только самостоятельную ценность. Такой метод может быть использован в методе итеративной реконструкции в качестве критерия останова [117; 118], или использован в автоматической постобработке результатов реконструкции, когда необходимо принять решение о качестве реконструированного изображения. Таким образом, разработка метода для расчета количественного показателя чашевидных артефактов является актуальной и значимой задачей.

3.1 Постановка задачи количественной оценки выраженности чашевидных артефактов

Чашевидные искажения выражаются в монотонном уменьшении значений функции яркости объекта при увеличении расстояния до граничных точек. Постоянное значение функции яркости для однородных объектов свидетельствует об отсутствии чашевидных артефактов. Таким образом для каждого объекта O_k возможно количественно оценить степень отклонения значений функции яркости

сти от константной величины и рассчитать показатель чашевидных искажений $CE(R)$ изображения с функцией яркости R .

Тогда задача количественной оценки выраженности чашевидных артефактов формулируется следующим образом: по заданному изображению с функцией яркости R и объектами O_k , $k = 1, \dots, K$, необходимо построить количественный показатель $CE(R)$ оценки выраженности чашевидных искажений изображения R , удовлетворяющий следующим требованиям:

1. оставаться неизменным при умножении функции яркости изображения на натуральное число;
2. оставаться неизменным при сдвиге и повороте координатной плоскости, на котором задана функция яркости изображения;
3. не зависеть от числа объектов;
4. быть отрицательным, если профиль яркости объекта описывается как анти-чаша, т.е. значение функции яркости монотонно убывает от центра к краю области;
5. согласовываться с профилем яркости изображения.

3.2 Алгоритм вычисления количественной оценки выраженности чашевидных артефактов

Разработанный полуавтоматический алгоритм использует маску объектов реконструированного изображения, которая может быть построена путем сегментации изображения на объекты и фон. Основной идеей алгоритма является использование евклидовой карты расстояний объектов, построенной для всех объектов восстановленного изображения, согласно маске. А именно, для каждого объекта вычисляется показатель ce , который показывает отклонение яркости пикселов объекта от среднего значения пикселов центральной части. Для его определения используется карта расстояний. Средневзвешенная сумма показателей всех объектов и будет служить количественной оценкой чашевидных искажений изображения.

Согласно псевдокоду, представленному ниже, входными параметрами алгоритма являются двумерное изображение R и маска M от этого изображения с объектами, для которых рассчитывается выраженность чашевидных арте-

фактов. Результатом алгоритма является рассчитанное значение интегрального количественного показателя выраженности чашевидных артефактов CE . Перейдем к описанию шагов алгоритма. На первом шаге алгоритма входная маска M разбивается на K объектов $O = \{o_i\}_1^K$. Далее для каждого объекта вычисляется показатель CE (строки 9 – 17), а именно вычисляется евклидова карта расстояний $DT(O_i) = \{dt_{xy}\}$ для объекта O_i . Целочисленные элементы карты расстояний $DT(O_i)$ равномерно распределены в диапазоне от 1 до d . Выделяется центральная часть CA объекта. В нее входят те точки, для которых значение в карте расстояний превышает 80% ($p = 0.8$) от максимального d . Рассчитывается базовое значение b , оно равно среднему значению точек центральной части CA ($b = M[CA]$). Далее для каждого значения в карте расстояний от 1 до $p \cdot d - 1$ вычисляется отклонение средней интенсивности изображения от базового значения. Суммарное значение нормируется на базовое значение b и количество учитываемых различных значений в карте расстояний $p \cdot d - 1$. Таким образом получается значение выраженности чашевидных артефактов ce , которое не зависит от значений функции яркости точек объекта. Конечный площадной морфометрический показатель CE для всего изображения равен среднему значению показателей ce , вычисленных для всех объектов изображения. Размер центральной части изображения, является настраиваемым параметром алгоритма, значение по умолчанию – $p = 0.8$.

Выполнение первого (из пяти указанных выше) требования обеспечивает нормировка значения показателя ce каждого объекта на базовое значение b . Второе требование выполняется, так как операция вычисления карты расстояний инвариантна к сдвигу и повороту, а расчет средневзвешенного показателя по всем объектам обеспечивает выполнение третьего требования. Расчет отклонения значений краевых пикселей от базового значения b обеспечивает выполнение четвертого требования. Пятое требование обуславливает появление дополнительной проверки, которая приведена в разделе 3.3.

Ниже представлены результаты пошагового выполнения алгоритма вычисления количественной оценки выраженности чашевидных артефактов – показателя CE . Расчеты проведены для восстановленного изображения образца с оптически плотными включениями (рис. 3.1а). Мaska изображения показана на рис. 3.2. На данной маске было найдено 9 объектов, которые участвовали в вычислении показателя CE . Красным прямоугольником на мас-

Algorithm 1 Evaluate Cupping Effect

```

1: function EVALUATECE( $R, M, p = 0.8$ )
2: Input:  $R$  is image for evaluating, size of image is  $N \times N$ ,
3:            $M$  is mask for input image, size of mask is  $N \times N$ .
4:            $p$  is percent for central area.
5: Output:  $CE$  is “Cupping Effect” evaluating, float number.
6:     Find objects  $O = \{O_i\}_1^K$  in the mask  $M$  ( $O_i \in M, \forall i \in \{1 \dots K\}$ ).
7:      $CE = 0.0$ ;
8:     for All  $O_i \in O$  do
9:       Calculate Euclidean Distance Transform  $DT(O_i) = \{dt_{xy}\}$ ;
10:       $d = \max_{x,y} \{dt_{xy}\}$ ;
11:       $CA = \{R_{xy}, \forall x,y \in \{dt_{xy} \geq p \cdot d\}\}$ 
12:       $b = M[CA]$ ;
13:       $ce = 0.0$ ;
14:      for All  $v \in \{1, \dots, p \cdot d - 1\}$  do
15:         $ce = ce + M[\{R_{xy}, \forall x,y \in \{dt_{xy} = v\}\}] - b$ ;
16:       $CE = CE + \frac{ce}{b(d \cdot p - 1)}$ ;
17:     $CE = \frac{CE}{K}$ .

```

ке изображения показан объект, увеличенное изображение которого показано на рис. 3.3а.

На рис. 3.3б отдельно приведена маска этого объекта, на 3.3в – евклидова карта расстояний. Для вычисления базового значения b , была определена центральная часть объекта CA . Она выделена белым цветом на 3.3г. Серым цветом показана часть объекта, по которой вычислялся показатель ce для данного объекта. Он равен 0.37.

Так же были вычислены показатели выраженности чашевидных артефактов для остальных объектов. Средневзвешенный показатель CE для реконструированного изображения образца с оптически плотными объектами составил 0.26.

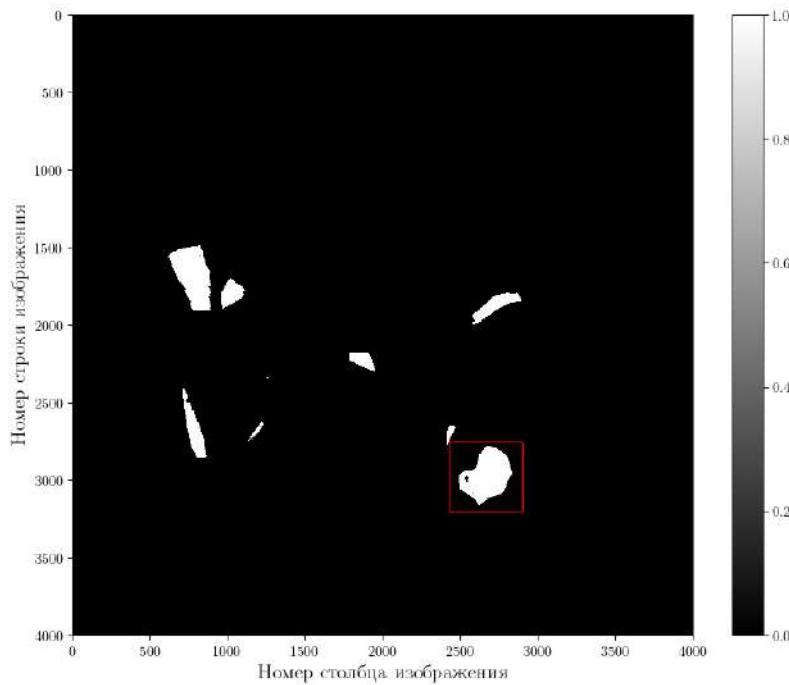


Рисунок 3.2 — Мaska изображения центрального слоя образца с оптически плотными включениями.

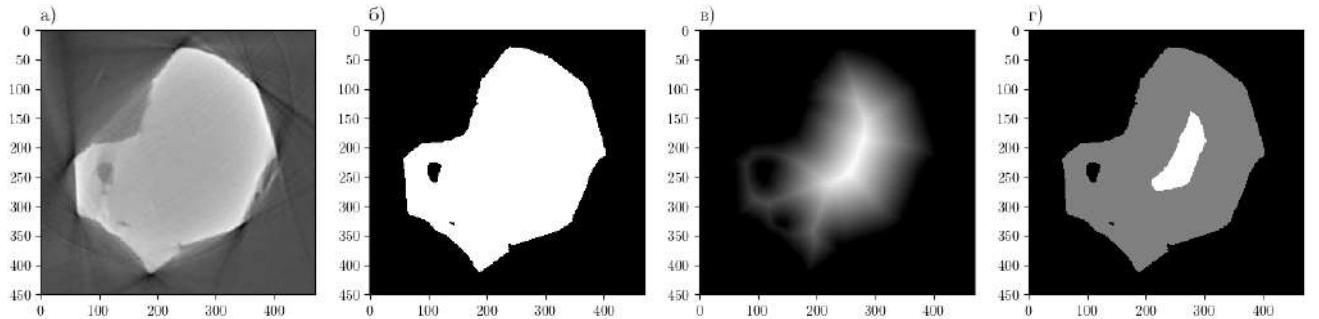


Рисунок 3.3 — Пошаговая работа алгоритма на одном объекте изображения:
а) – часть изображения с объектом; б) – маска объекта; в) – евклидова карта
расстояний; г) – центральная область объекта и область для расчета
показателя количественной выраженности чашевидных артефактов.

3.3 Согласованность показателя СЕ с профилем яркости реконструированного изображения

Проверка пятого требования (согласованности показателя CE с профилем яркости изображения) сделана на данных, полученных численным моделированием. Как было сказано в 1 главе, одним из способов подавления чашевидных артефактов является аппаратная фильтрация зондирующего рентгеновского излучения. В экспериментах по микротомографии в качестве фильтров рентгено-

новского излучения используют алюминиевые и медные пластины. Чем больше толщина пластины, тем меньше выражены чашевидные искажения на реконструированном изображении. Исходя из этого предположения были рассчитаны трансмиссионные изображения в одних и тех же экспериментальных условиях, отличающихся только толщиной фильтра рентгеновского излучения. Для моделирования трансмиссионных изображений была использована разработанная и описанная во 2 главе спектральная модель оптического тракта лабораторного томографа, программная реализация которого оформлена с виде пакета XRayUtil. С помощью пакета XRayUtil были рассчитаны отклики рентгеновского томографа со следующими параметрами:

- Спектральная плотность облученности: материал анода M_a – молибден (Mo), ток $i = 40$ мА, ускоряющее напряжение $U = 60$ кВ.
- Спектральный коэффициент пропускания рентгеновского фильтра: материал фильтра M_f – алюминий Al (13), толщина фильтра t_f равномерно распределена от 0 до 2 мм.
- Спектральный коэффициент пропускания образца исследования. В качестве образцов исследования были взяты тестовые изображения (фантомы) с различной геометрической формой. Геометрическая форма фантомов показана на рис. 3.4а –е. Высота и ширина каждого фантома – 400 пикселей, размер пикселя детектора – 5 мкм. Для удобства пронумеруем все фантомы от 1 до 6, нумерация фантомов соответствует нумерации изображений от а) до е) соответственно. Фантомы состоят из двух химических элементов – кальций Ca (20) и хром Cr (24). Белым цветом на рис. 3.4а –е показан кальций, серым – хром. Толщина образца t_o рассчитывалась исходя из геометрии фантома, она изменялась в интервале от 0 до 2 мм.
- Функция спектральной чувствительности детектора модели XIMEA xiRay 11 MPix.

Для вычисления отклика рентгеновского томографа в условиях отличающихся только толщиной фильтра были взяты 20 значений толщины фильтра, равномерно распределенных от 0 до 2 мм. На рис. 3.5 приведена спектральная плотность для фильтра с наибольшей толщиной и половиной. Сплошной красной линией показана спектральная плотность облученности в точке детектора в отсутствие фильтра и объекта, синей пунктирной линией показана спектральная плотность облученности с фильтром из алюминиевой

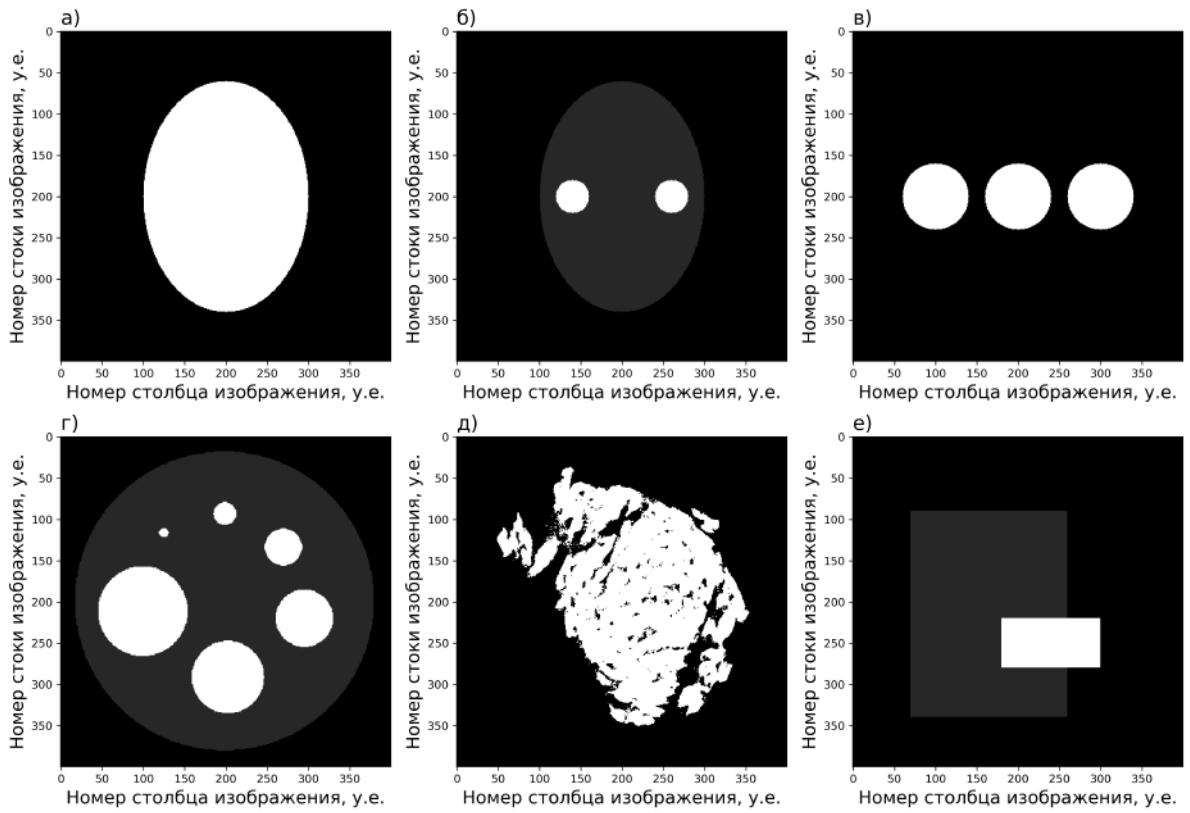


Рисунок 3.4 — Тестовые изображения для моделирования: а) – фантом № 1; б) – фантом № 2; в) – фантом № 3; г) – фантом № 4; д) – фантом № 5; е) – фантом № 6.

пластины, толщина – 1 мм, в отсутствие объекта, зеленой штрихпунктирной линией показана спектральная плотность облученности с алюминиевым фильтром толщиной 2 мм. По рис.3.5 видно, что чем толще фильтр, тем уже и меньше пики характеристического излучения.

Для всех толщин фильтра были рассчитаны трансмиссионные изображения с равномерно распределенными 360 проекционными углами поворота (от 0 до 180 градусов). С помощью пакета XRayUtil рассчитан отклик детектора в каждой точке фантома для каждого угла поворота. Для расчета пути луча, проходящего под определенном углом поворота и в определенной точке детектора использовался пакет Astra Toolbox [119; 120]. Рассчитанные таким образом значения отклика рентгеновского томографа были собраны в синограммы. Синограммы от первого, второго и третьего фантома показаны на рис. 3.6а–в соответственно. В первой колонке показаны синограммы, полученные со спектральной плотностью облученности без фильтра, во второй колонке – с фильтром толщиной 1 мм, в третьей – 2 мм.

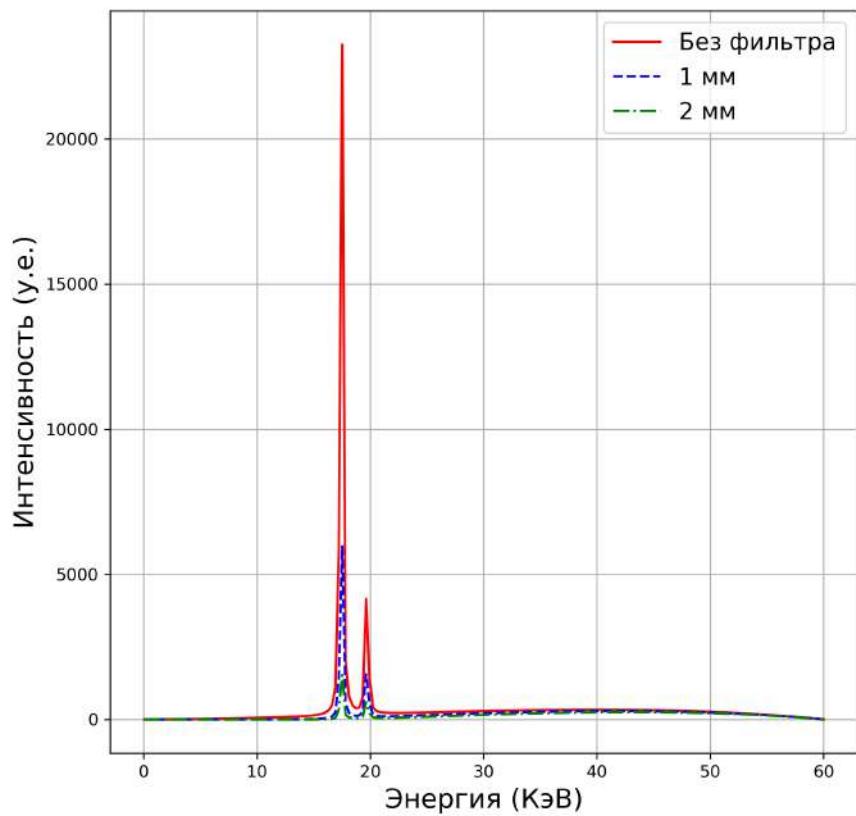


Рисунок 3.5 — Спектральная плотность облученности с различной толщиной алюминиевого фильтра.

Для получения реконструированных изображений с наличием чащевидных артефактов был применен классический алгоритм томографической реконструкции – алгоритм обратного проецирования с фильтрацией, реализация которого взята из пакета Astra Toolbox. Далее для всех полученных реконструкций фантомов были вычислены значения показателя CE .

На рис. 3.7 показан график зависимости показателя показателя CE , рассчитанного для реконструкций всех фантомов от толщины алюминиевого фильтра рентгеновского излучения. Цвет линии указывает на номер фантома. По построенным графикам можно сделать вывод, что чем больше толщина алюминиевого фильтра, тем меньше значение показателя CE для всех фантомов. На рис. 3.8а – 3.8е показаны результаты реконструкций фантомов № 1–6 от синограмм, рассчитанных без использования фильтра, с 1 мм алюминиевым фильтром и с 2 мм алюминиевым фильтром и профили яркости реконструированных изображений. По профилям яркости реконструированных изображений фантомов видно, что чем меньше толщина алюминиевого фильтра, тем сильнее выражен “эффект чаши”.

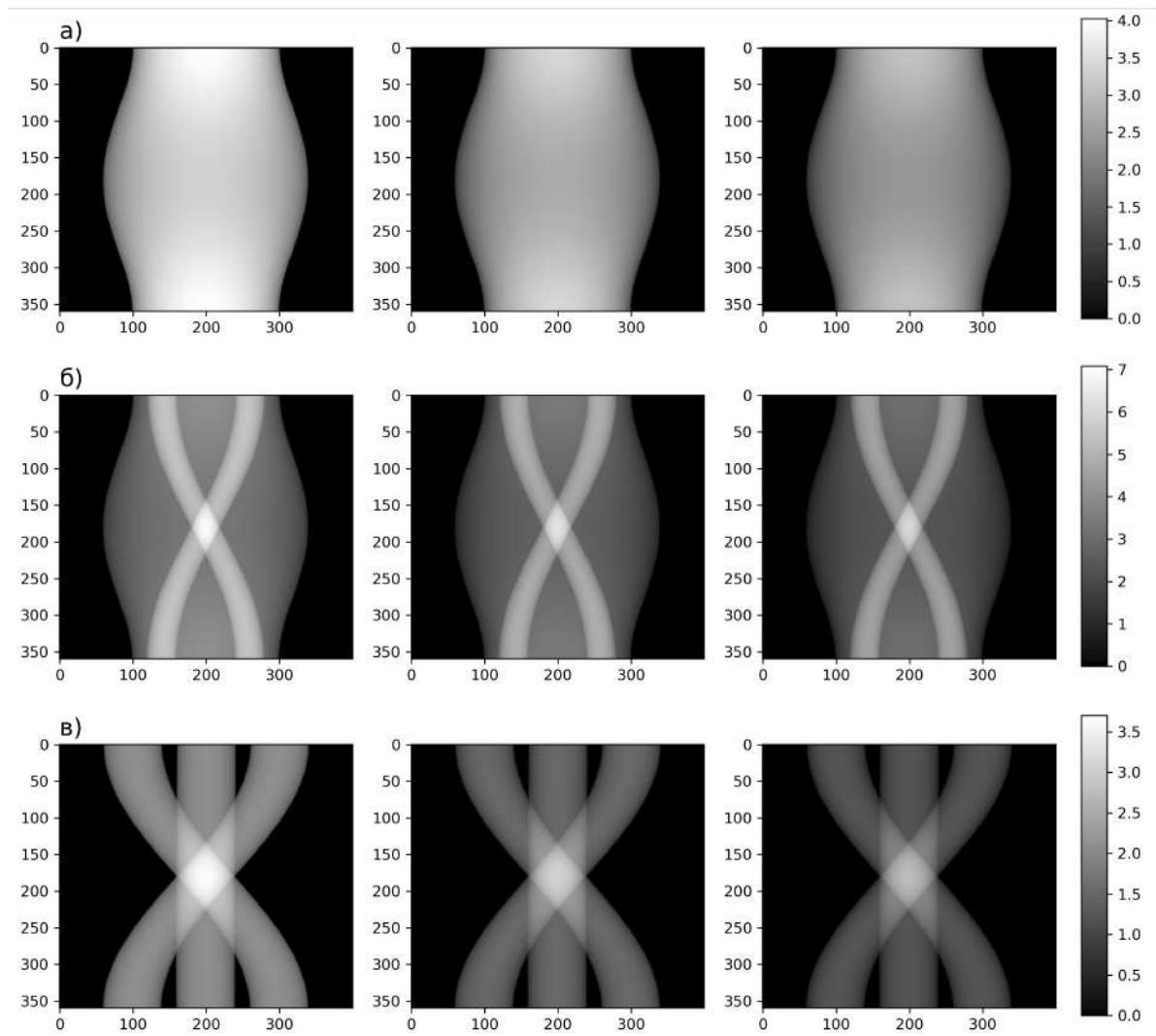


Рисунок 3.6 — Синограммы, полученные численным моделированием, а) – синограммы от фантома № 1; б) – от фантома № 2; в) – от фантома № 3. Для каждого фантома левая синограмма рассчитана без использования фильтра, средняя с фильтром толщиной 1 мм, правая – фильтр толщиной 2 мм. Горизонтальная ось синограммы отвечает за номер точки детектора, вертикальная – за номер проекционного угла.

В таблице 3 приведены значения показателя CE для реконструированных изображений фантомов № 1-6 от синограмм, рассчитанных без использования фильтра, с 1 мм алюминиевым фильтром и с 2 мм алюминиевым фильтром. Так как результат расчета показателя CE полностью согласуется с профилями яркости реконструированных изображений, то пятое требование к показателю выполняется.

Полученные результаты моделирования позволяют сделать вывод, что разработанный показатель CE полностью коррелирует с выраженнойностью чашевидных артефактов, вне зависимости от того, сколько объектов и из каких

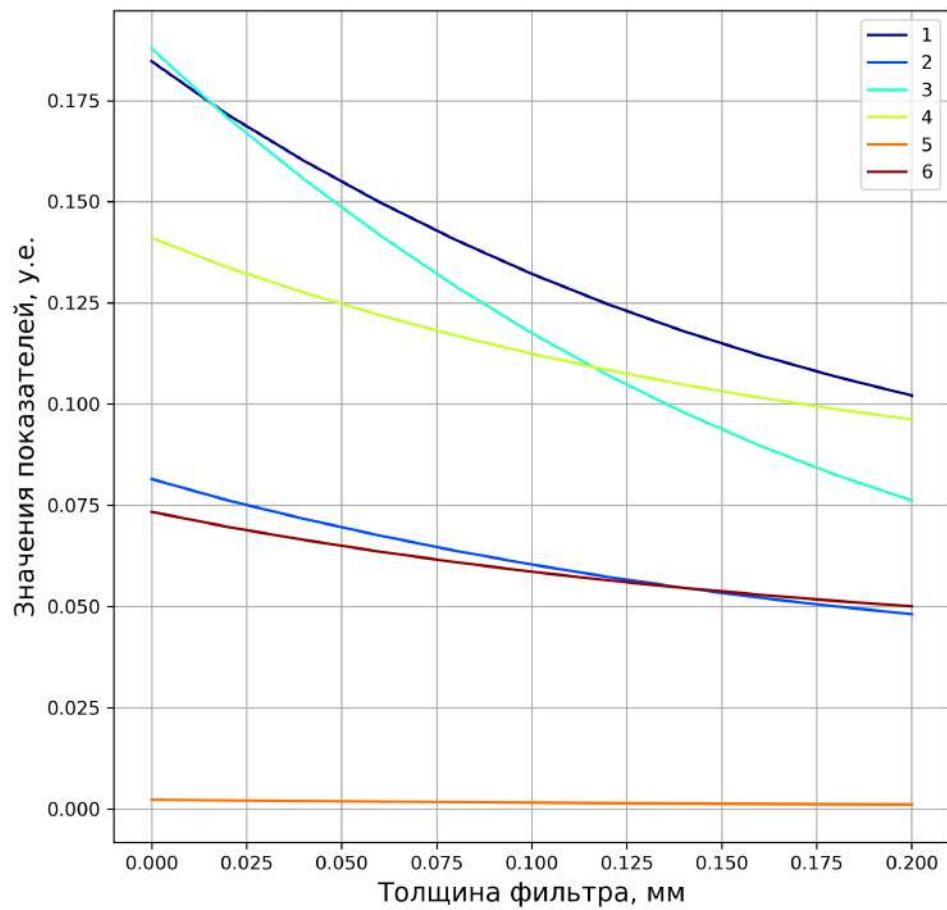


Рисунок 3.7 — График зависимости показателя CE от толщины фильтра рентгеновского излучения для фантомов № 1-6.

Таблица 3 — Показатель CE для реконструкций фантомов № 1-6 от синограмм, рассчитанных вне зависимости от использования и толщины фильтра.

№ фантома	Без фильтра	Фильтр 1 мм	Фильтр 2 мм
1	0.204	0.145	0.126
2	0.089	0.065	0.051
3	0.215	0.137	0.112
4	0.152	0.119	0.099
5	0.003	0.002	0.001
6	0.078	0.062	0.053

материалов содержит реконструированное изображение. Таким образом предложенный метод позволяет рассчитать показатель выраженности чашевидных искажений CE , который удовлетворяет следующим требованиям:

- показатель CE неизменен при умножении функции яркости изображения на натуральное число;

2. показатель CE неизменен при сдвиге и повороте координатной плоскости, на котором задана с функция яркости изображения;
3. показатель CE не зависит от числа объектов;
4. показатель CE отрицателен, если профиль яркости объекта описывается как анти-чаша;
5. показатель CE согласуется с профилем яркости изображения.

3.4 Заключение по главе 3

В данной главе рассмотрена проблема оценки выраженности чашевидных артефактов на реконструированном изображении. Данна постановка задачи количественной оценки выраженности “эффекта чаши”. Разработан полуавтоматический алгоритм вычисления количественной оценки артефактов. Разработанный алгоритм является полуавтоматическим, так как использует маску объектов изображения. Маска может быть построена путем сегментации изображения на объекты и фон. Основной идеей разработанного алгоритма является использование евклидовой карты расстояний для объектов. Рассчитываемая оценка характеризует динамику изменения яркости пикселя объекта. Ее значение положительно при наличии “эффекта чаши”, отрицательно при наличии “эффекта анти-чаши”. Сформулированы свойства, которым удовлетворяет оценка выраженности чашевидных артефактов. Показано применение разработанного алгоритма к изображениям, восстановленных из трансмиссионных, собранных на коммерчески доступном лабораторном томографе.

Работоспособность алгоритма также продемонстрирована на данных, полученных методом численного моделирования. Для вычисления набора томографических изображений в полихроматической моде был использован пакет для моделирования оптического тракта лабораторного томографа – XrayUtil, разработанный во второй главе. Для получения реконструированных изображений с наличием чашевидных артефактов был применен классический алгоритм томографической реконструкции – алгоритм обратного проецирования с фильтрацией. Так как одним из способов подавления “эффекта чаши” является применение фильтров рентгеновского излучения, были вычислены томографические проекции для нескольких толщин алюминиевого фильтра.

Построены графики зависимости показателя CE от толщины фильтра для тестовых изображений с различной геометрической структурой. Для всех изображений изображений построены профили яркости при различных толщинах фильтра. Приведенные зависимости позволили сделать вывод, что показатель CE количественной выраженности чашевидных артефактов согласуется с профилем яркости реконструированного изображения.

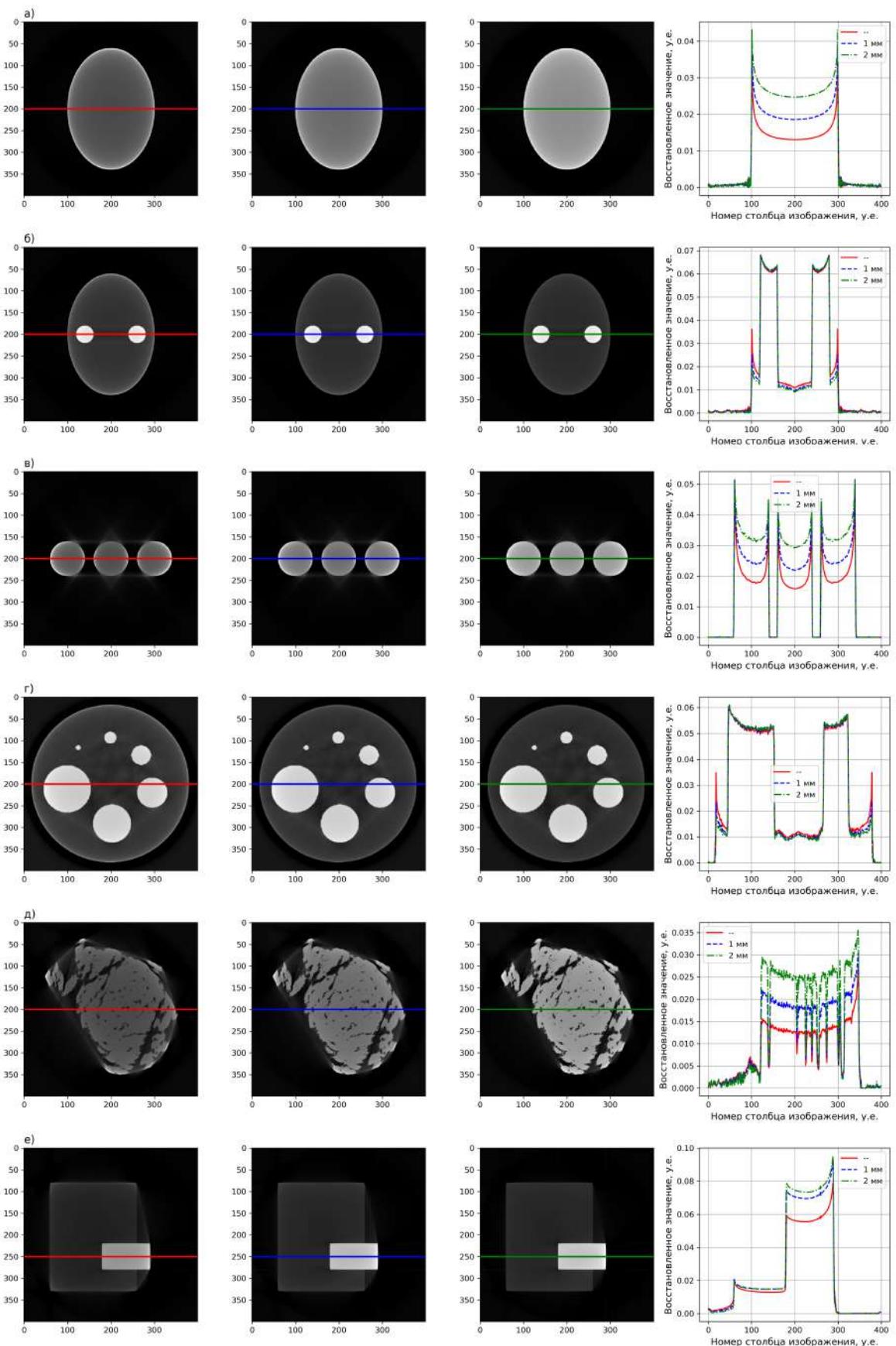


Рисунок 3.8 — Результат реконструкции без фильтра (первое изображение по горизонтали); второе — толщина фильтра 0.5 мм; третье — толщина фильтра 1.0 мм; четвертое — профили яркости изображений по указанным линиям. На а – е результаты для фантома 1 – 6, соответственно.

Глава 4. Подавление чашевидных артефактов на реконструированном изображении, применением попиксельной коррекции к трансмиссионным изображениям, полученным при зондировании полихроматическим излучением

Для уменьшения чашевидных искажений на восстановленных изображениях перед применением алгоритма реконструкции к трансмиссионным изображениям, полученным при зондировании полихроматическим излучением, применяют метод предварительной обработки с помощью корректирующей функции. Обоснование использования функции из класса однопараметрических степенных в качестве корректирующей приведено во 2 главе. Здесь будет пошагово описан автоматический метод коррекции зарегистрированных изображений с использованием однопараметрических степенных функций. Рассматриваются два случая определения параметра функции коррекции: при наличие априорной информации об образце и при ее отсутствии. Первый метод заключается в расчете полихроматических лучевых интегралов с помощью описанного во 2 главе пакета “XRayUtil” и их аппроксимации степенной функцией. Найденное значение параметра является оптимальным, т.е. ошибка между полихроматическим и монохроматическим лучевыми интегралами минимальна.

Второй метод применяется для обработки изображений многокомпонентного образца, если априорная информация отсутствует. Метод основан на использовании свойства сохранения инварианта преобразования Радона при полихроматическом зондировании. Проведено сравнение выраженности чашевидных артефактов при определении параметра корректирующей функции в случаях наличия и отсутствия априорной информации об образце. Модельный эксперимент, проведенный для случая однокомпонентного образца, показал хорошее совпадение найденных значений параметра. Эксперимент далее описан в деталях.

Разработанный метод коррекции проекционных изображений был расширен на случай трехмерной томографии как в конусной, так и параллельной геометрических схемах. Эффективность метода продемонстрирована на данных, полученных методом численного моделирования. Проведенные вычислительные эксперименты позволяют сделать вывод, что применение нового метода

коррекции существенно ослабляет “эффект чаши” при использовании классических алгоритмов томографической реконструкции.

4.1 Метод коррекции для задачи двумерной томографии

В двумерной задаче томографии в параллельной и веерной моделях распространения рентгеновских лучей каждой ячейкой линейного детектора i ($i = 1, \dots, N$, N – количество ячеек) при угле поворота образца j ($j = 1, \dots, M$, M – количество углов) регистрируется величина $D_{i,j}$. После ее нормирования на отклик детектора в отсутствии образца и взятия отрицательного логарифма, полученные величины $\hat{D}_{i,j}$ представляют из себя значения полихроматических лучевых интегралов от лучевой плотности. Во 2 главе показано, что полихроматический лучевой интегралы можно приблизить к монохроматическому с помощью однопараметрической степенной функцией K . Тогда метод предварительной обработки зарегистрированных с использованием полихроматического излучения величин можно разбить на три шага:

1. Получение значений $\hat{D}_{i,j}$, $i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M$ путем деления каждого зарегистрированного значения $D_{i,j}$ на отклик детектора в отсутствии образца (интенсивность пустого пучка) V_0 и взятия отрицательного логарифма от результата: $\hat{D}_{i,j} = -\ln \frac{D_{i,j}}{V_0}$;
2. Определение параметра a функции коррекции K вида (4.1);
3. Независимое применение корректирующей функции K с найденным параметром a к каждому значению $\hat{D}_{i,j}$, $i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M$.

Вид функции коррекции:

$$K(x) = x^a, \quad (4.1)$$

где x обозначает значение полихроматического лучевого интеграла.

После применения описанного метода предварительной обработки становится возможно применение алгоритма реконструкции, разработанного для данных, которые описываются линейной связью зарегистрированного значения с распределением коэффициента поглощения, для получения реконструированного изображения с подавленными артефактами, возникающими из-за

использования полихроматического зондирующего излучения. Таким образом вычислительная сложность алгоритма реконструкции не изменится.

Ниже приведены два метода определения оптимального параметра a функции коррекции K . Первый рекомендуется использовать при наличии информации об экспериментальных условиях и составе однокомпонентного образца. Второй – при отсутствии информации об экспериментальных условиях и составе образца, который может состоять из нескольких компонент.

4.2 Определение параметра корректирующей функции при наличии информации об экспериментальных условиях и составе однокомпонентного образца

Для поиска параметров коррекции обычно проводят дополнительные калибровочные измерения, по которым определяют параметры корректирующей функции. Однако часто дополнительная лучевая нагрузка на образец нежелательна, а использование имитатора образца технически затруднено. Для таких случаев был разработан метод определения недостающих параметров, который описывается последовательностью следующих шагов:

1. С помощью пакета “XRayUtil” рассчитать W значений полихроматических лучевых интегралов для равномерно распределенных толщин образца от 0 мм до максимальной длины отрезка, вписывающегося в образец. Для расчета каждого значения на вход пакету “XRayUtil” указывается информация об экспериментальных условиях:
 - Источник рентгеновского излучения: материал анода рентгеновской трубы, ток в мА, ускоряющее напряжение в кВ.
 - Состав и толщина фильтров рентгеновского излучения в мм (если использовались).
 - Состав и толщина образца в мм.
 - Модель детектора.
2. Сформировать набор пар значений $\{x_i, y_i\}_0^{W-1}$. Первый элемент пары x_i – толщина образца, второй элемент y_i – значение полихроматического лучевого интеграла для этой толщины;

3. Для сформированного набора пар значений $\{x_i, y_i\}_0^{W-1}$ определить наилучшее степенное приближение вида $f(x) = bx^c$, решением оптимизационной задачи (4.2). Искомый параметр функции коррекции a равен обратному найденному показателю степени, т.е. $a = \frac{1}{b}$.

$$\sum_{i=0}^{W-1} (y_i - f(x_i))^2 \underset{b,c}{\rightarrow} \min, \quad (4.2)$$

Так как решение оптимизационной задачи (4.2) обеспечивает минимизацию суммарной разницы между значениями скорректированных полихроматических и монохроматических лучевых интегралов, то найденный параметр функции коррекции будет являться оптимальным, т.е. приближающим полихроматические лучевые интегралы к монохроматическим наилучшим образом, из всех возможных параметров степенной коррекции.

После вычисления параметра функции коррекции можно переходить к третьему шагу метода предварительной обработки – применению корректирующей функции.

4.3 Определение параметра корректирующей функции в отсутствие информации об экспериментальных условиях и составе образца

Часто состав образца и экспериментальные условия неизвестны, что делает невозможным определение неизвестного параметра функции коррекции по калибровочным кривым или описанным методом. Для таких случаев разработан алгоритм автоматического поиска параметра, построенный на требовании выполнения свойств преобразования Радона, которым должны удовлетворять входные данные классического алгоритма реконструкции, т.е. данные собранные при монохроматическом зондировании. Инвариант преобразования Радона – одно из таких свойств.

4.3.1 Инвариант преобразования Радона

Интегральное линейное преобразование Радона \mathcal{R} на плоскости ставит в соответствие некоторой непрерывной финитной функции $f(x,y)$, определенной на \mathbb{R}^2 , множество ее линейных интегралов вдоль всех возможных прямых L :

$$\mathcal{R}[f](L) = \int_L f(x,y)dl. \quad (4.3)$$

Если прямая L задается углом α наклона нормали $\bar{n} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ к оси Ox и расстоянием от начала координат s , то лучевым интегралом будем называть функцию $R(\alpha, s)$, определяемую следующим образом [12]:

$$R(\alpha, s) = \int_L f(s \cos \alpha - l \sin \alpha, s \sin \alpha + l \cos \alpha)dl. \quad (4.4)$$

Определим $U(\alpha)$ следующим образом:

$$U(\alpha) = \int_S R(\alpha, s)ds. \quad (4.5)$$

Утверждение 3. Для любого угла α $U(\alpha)$ сохраняет свое значение:

$$U(\alpha) = const. \quad (4.6)$$

Данную величину назовем инвариантом преобразования Радона.

В реальных измерительных системах получить непрерывный набор проекций не представляется возможным, поэтому используется дискретным аналог свойства. А именно, интеграл по пространственной переменной заменяется суммированием по всем возможным значениям пространственной координаты (ячейкам линейного детектора):

$$U(\alpha) = \sum_s R(\alpha, s) \Delta s, \quad (4.7)$$

где Δs – линейный размер ячейки детектора. Выполнение данного свойства будем использовать для поиска оптимального параметра корректирующей функции.

4.3.2 Алгоритм поиска оптимального значения параметра корректирующей функции

Поскольку зондирование ведется полихроматическим излучением, вычислить радоновский инвариант не представляется возможным. Будем искать такой параметр a корректирующей функции K при котором среднеквадратическое отклонение скорректированных значений $\hat{D}_{i,j}$, $i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M$ от их среднего значения будет минимально. Тогда задача безусловной однопараметрической оптимизации записывается следующим образом:

$$\sqrt{\sum_{j=1}^M \left(\frac{M \sum_{i=1}^N K(\hat{D}_{ij}, a)}{\sum_{z=1}^M \sum_{i=1}^N K(\hat{D}_{iz}, a)} - 1 \right)^2} \rightarrow \min_a \quad (4.8)$$

Оптимизационная задача (4.8) не является выпуклой, поэтому для ее решения используется метод равномерного поиска по заданному интервалу значений. Программная реализация алгоритма поиска параметра корректирующей функции выполнена на языке Python и приведена в листинге 4.1. Основная функция – *FindParameter*. Входные параметры функции: максимальное значение неизвестного параметра корректирующей функции *parameter_max*, набор нормированных и прологарифмированных зарегистрированных величин в виде двумерного массива *sinogram*, номера строк массива соответствуют номерам углов вращения, номер столбца – номеру ячейки детектора. Выход алгоритма – найденный оптимальный параметр функции коррекции.

Листинг 4.1 — Алгоритм поиска оптимального параметра функции коррекции.

```

import numpy as np

def ComputeSTD(sinogram):
    radonInvariant = np.sum(sinogram, axis=1)
    radonInvariant /= np.mean(radonInvariant)
    std = np.std(radonInvariant)
    return std

10 def FindParameter(parameter_max, sinogram):
    parameter_opt = 1.0
    std_min = np.iinfo(np.int16)
    for parameter_cur in np.arange(0, parameter_max, 0.01):
        sinogram_new = np.power(sinogram, parameter_cur)

```

```

15     std = ComputeSTD(sinogram_new)
      if std_min > std:
          std_min = std
          parameter_opt = parameter_cur
      return parameter_opt

```

В начале работы алгоритма текущее значение искомого параметра корректирующей функции *parameter_opt* устанавливается равным 1.0 и значение минимального среднеквадратического отклонения *std_min* равным минимальному значению для используемого типа данных. В цикле перебираются все возможные значения параметра корректирующей функции от 0 до *parameter_max* с шагом 0.01. Текущее значение *parameter_cur* используется для степенной коррекции входного массива *sinogram*. Результат коррекции записывается в *sinogram_new*, к которому применяется функция *ComputeSTD*, где для каждой строки массива *sinogram_new* вычисляется суммарное значение *radon_invariant*. Полученные значения нормируются на среднее суммарное значение. Далее вычисляется среднеквадратическое отклонение (*std*) усредненных суммарных значений. На этом заканчивается работа вспомогательной функции *ComputeSTD*. Результат ее работы записывается в переменную *std*. Полученное значение сравнивается с текущим минимальным. Если значение меньше, то оно присваивается текущему минимальному, т.е. записывается в переменную *std_min*, и обновляется текущее оптимальное значение искомого параметра корректирующей функции *parameter_opt*. Оптимальным значением является значение параметра функции коррекции, для которого достигается минимальное значение среднеквадратического отклонения.

4.4 Оценка близости найденных параметров корректирующей функции в случаях наличия и отсутствия априорной информации

Сравнение найденных обоими методами параметров функции коррекции проведено с использованием модельных трансмиссионных изображений. Моделирование включает в себя два шага: создание набора изображений фантомов и расчет трансмиссионных изображений.

Создание изображений фантомов. Были взяты 4 изображения фантомов с объектами различной геометрической формы, но одинаковой максимальной лучевой плотностью (толщине образца). Геометрическая форма фантомов показана на рис. 4.1а – 4.1г. Изображения имеют размер 500×500 пикселей, размер пикселя – 5 мкм. Для удобства пронумеруем их от 1 до 4. Нумерация соответствует заголовкам изображений от 4.1а до 4.1г.

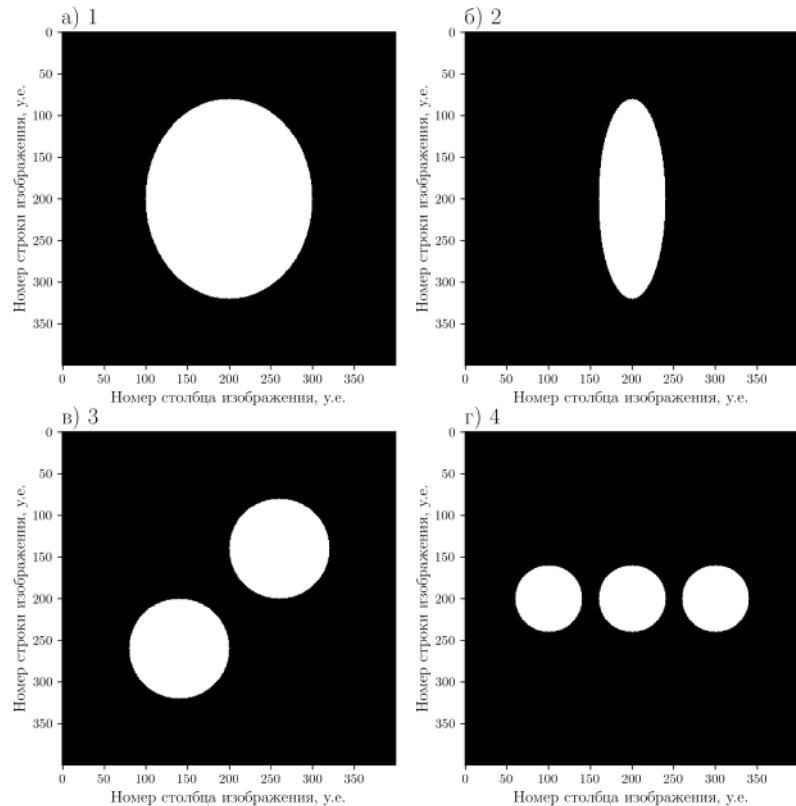


Рисунок 4.1 — Геометрическая форма фантомов: а) – фантом № 1; б) – № 2; в) – № 3; г) – № 4.

Расчет трансмиссионных изображений. В параллельной геометрической схеме было взято 360 проекционных углов, равномерно распределенных от 0 до 180 градусов с шагом 0.5 градуса. Для моделирования генерации полихроматического рентгеновского излучения использовалась спектральная модель одноканального рентгеновского томографа из пакета “XRayUtil”. Параметры моделирования:

- Спектральная плотность облученности: материал анода M_a – молибден (Mo), ток $i = 60$ мА, ускоряющее напряжение $U = 60$ кВ.
- Спектральный коэффициент пропускания рентгеновского фильтра: материал M_f – алюминий Al (13), толщина t_f 0.5 мм.

- Спектральный коэффициент пропускания образца исследования(: материал M_o – для каждой геометрии фантома расчеты проводились для 15 химических элементов с жидким и твердым агрегатным состоянием простого вещества. Символы химических элементов: Li (3), Be (4), C (6), Al (13), Si (14), S (16), Ca (20), Ti (22), Fe (26), Cu (29), Ag (47), In (49), Sn (50), Gd (64) и Ra (88). Для каждого химического элемента и каждой геометрии фантома были рассчитаны трансмиссионные изображения. Толщина t_o рассчитывается согласно геометрии фантома и модели распространения рентгеновского луча, она изменяется в диапазоне от 0.0 до 2.0 мм.
- Функция спектральной чувствительности соответствует детектору модели XIMEA xiRay 11 MPix.

Полученные трансмиссионные изображения от фантомов 1 – 4, материал

- Ca, показаны на рис. 4.2.

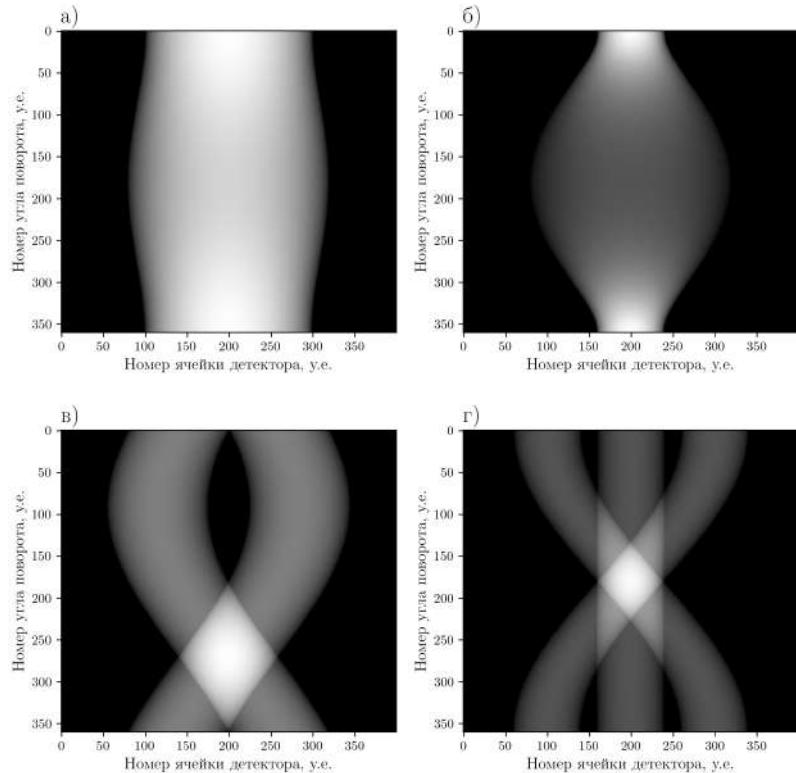


Рисунок 4.2 — Рассчитанные трансмиссионные изображения, для фантомов:
а) – № 1; б) – № 2; в) – № 3; г) – № 4. Материал – Ca.

Для нахождения оптимального параметра a функции коррекции K методом, описанным в разделе 4.2, с помощью пакета “XRayUtil” были рассчитаны полихроматические лучевые суммы (параметры описаны выше) и найдены аппроксимирующие их степенные функции. Результат показан на рис. 4.3.

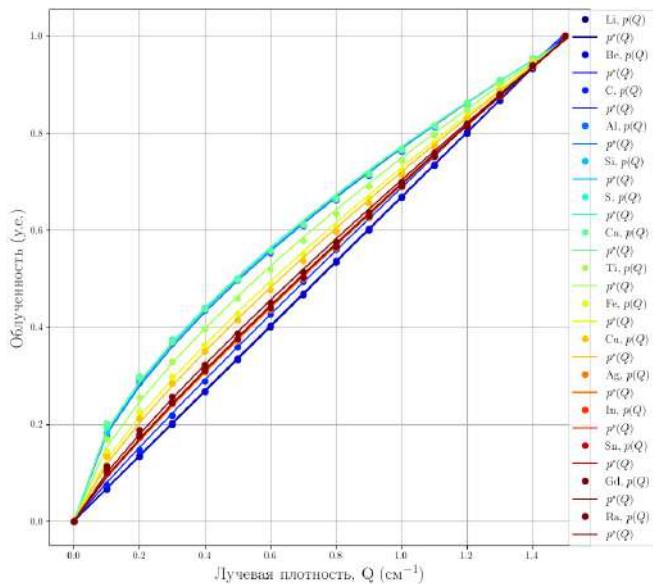


Рисунок 4.3 — Полихроматические лучевые интегралы, вычисленные с помощью пакета “XRayUtil”, и их аппроксимация классом степенных функций.

Кроме того были найдены параметры функций коррекций для каждого рассчитанного трансмиссионного изображения вторым методом. На рис. 4.4 приведена динамика поведения СКО в зависимости от значений параметра функции коррекции для каждой геометрии фантома, материал – Са.

В таблице 4 представлены значения параметров функции коррекции для всех материалов. В первом столбце указаны символы химических элементов, для которых проводился вычислительный эксперимент. Во втором столбце приведены найденные значения параметра корректирующей функции, при использовании пакета “XRayUtil” методом, описанным в 4.2. В столбцах 3 – 6 приведены найденные значения параметра методом, описанным в 4.3.

Результаты, приведенные в таблице, показали, что найденные значения параметра без какой-либо априорной информации незначительно отличаются от оптимального значения параметра, найденного методом, использующим априорную информацию. Выполнена реконструкция всех рассчитанных трансмиссионных изображений. Для реконструкции использовался алгоритм обратного проецирования с фильтрацией. На рис. 4.5а – 4.5г приведены результаты реконструкции с использованием и без использования предварительной коррекции трансмиссионных изображений фантомов № 1 – № 4, соответственно. Материал – Са. На первом изображении по горизонтали показана реконструкция без коррекции, на втором – с коррекцией. На третьем – профили яркости реконструированных изображений по указанным линиям в 1 и 2.

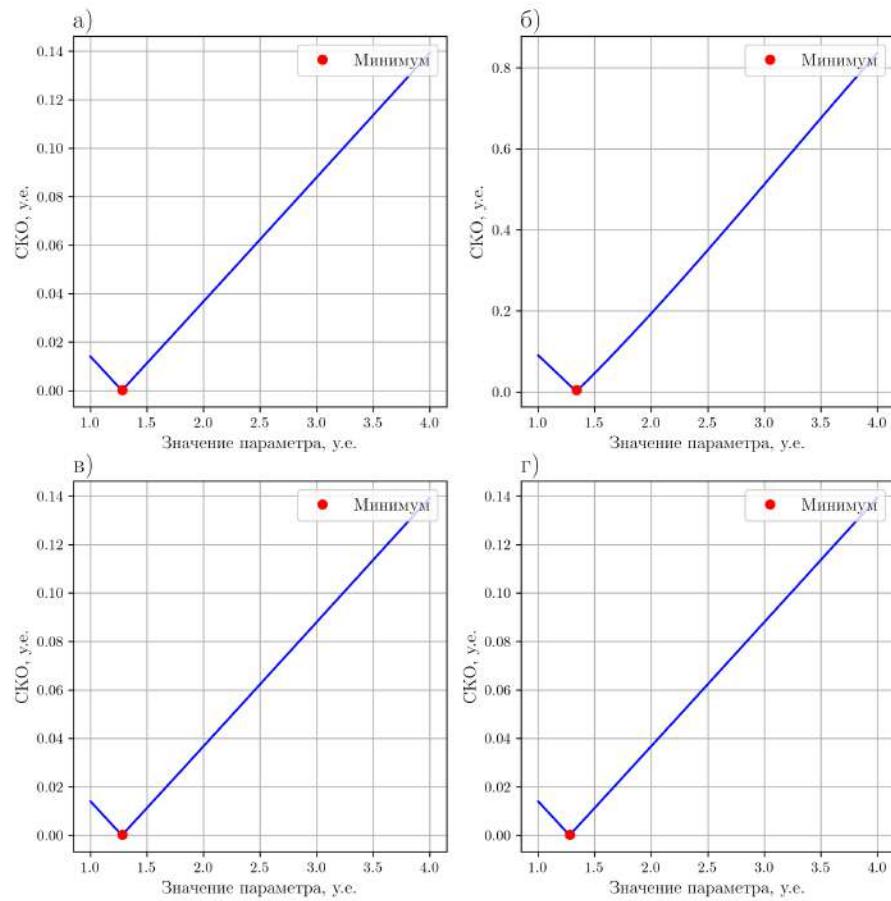


Рисунок 4.4 — Зависимость СКО скорректированных значений от их среднего значения при различных значениях параметра функции коррекции.

Изображения а–г соответствуют номерам фантомов № 1 – 4. Материал – Ca.

Для всех реконструированных изображений был посчитан показатель *CE* количественной выраженности чашевидных артефактов. Значения приведены в таблице 5.

Полученные результаты позволяют сделать следующий вывод. Если объект состоит из одного материала (морфология может быть любой), то разработанный метод предварительной коррекции позволяет существенно ослабить “эффект чаши” на восстанавливаемых классическими алгоритмами изображениях.

Таблица 4 — Значения найденных параметров функции коррекции для фантомов из различных веществ.

Химический элемент	“XRayUtil”	Фантом 1	Фантом 2	Фантом 3	Фантом 4
Li	1.10	1.00	1.00	1.00	1.00
Be	1.19	1.01	1.00	1.01	1.01
C	1.26	1.07	1.05	1.06	1.05
Al	1.22	1.40	1.37	1.48	1.37
Si	1.30	1.57	1.43	1.55	1.43
S	1.22	1.47	1.57	1.42	1.57
Ca	1.30	1.57	1.66	1.61	1.65
Ti	1.34	1.41	1.47	1.44	1.47
Fe	1.37	1.29	1.35	1.32	1.35
Cu	1.39	1.36	1.31	1.30	1.31
Ag	1.36	1.28	1.34	1.31	1.34
In	1.35	1.28	1.32	1.30	1.32
Sn	1.35	1.25	1.30	1.28	1.30
Gd	1.35	1.34	1.44	1.39	1.44
Ra	1.34	1.37	1.44	1.40	1.44

4.4.1 Оценка способности метода подавлять чашевидные искажения на реконструированных изображениях двухкомпонентных образцов

Двухкомпонентный фантом, геометрическая форма которого показана на рис. 4.6а, был использован для оценки способности метода подавлять чашевидные искажения. Расчет трансмиссионных изображений выполнен с параметрами, указанными в предыдущем разделе. Объекты фантома заполнялись всеми возможными парами химических элементов из 15 указанных выше элементов. Трансмиссионное изображение, рассчитанное для Fe (белый цвет на рис. 4.6а и Ti (серый) показано на рис. 4.6б.

Для всех рассчитанных трансмиссионных изображений была выполнена реконструкция двумя способами: с применением коррекции и без неё. Для реконструкции использовался алгоритм обратного проецирования с фильтрацией.

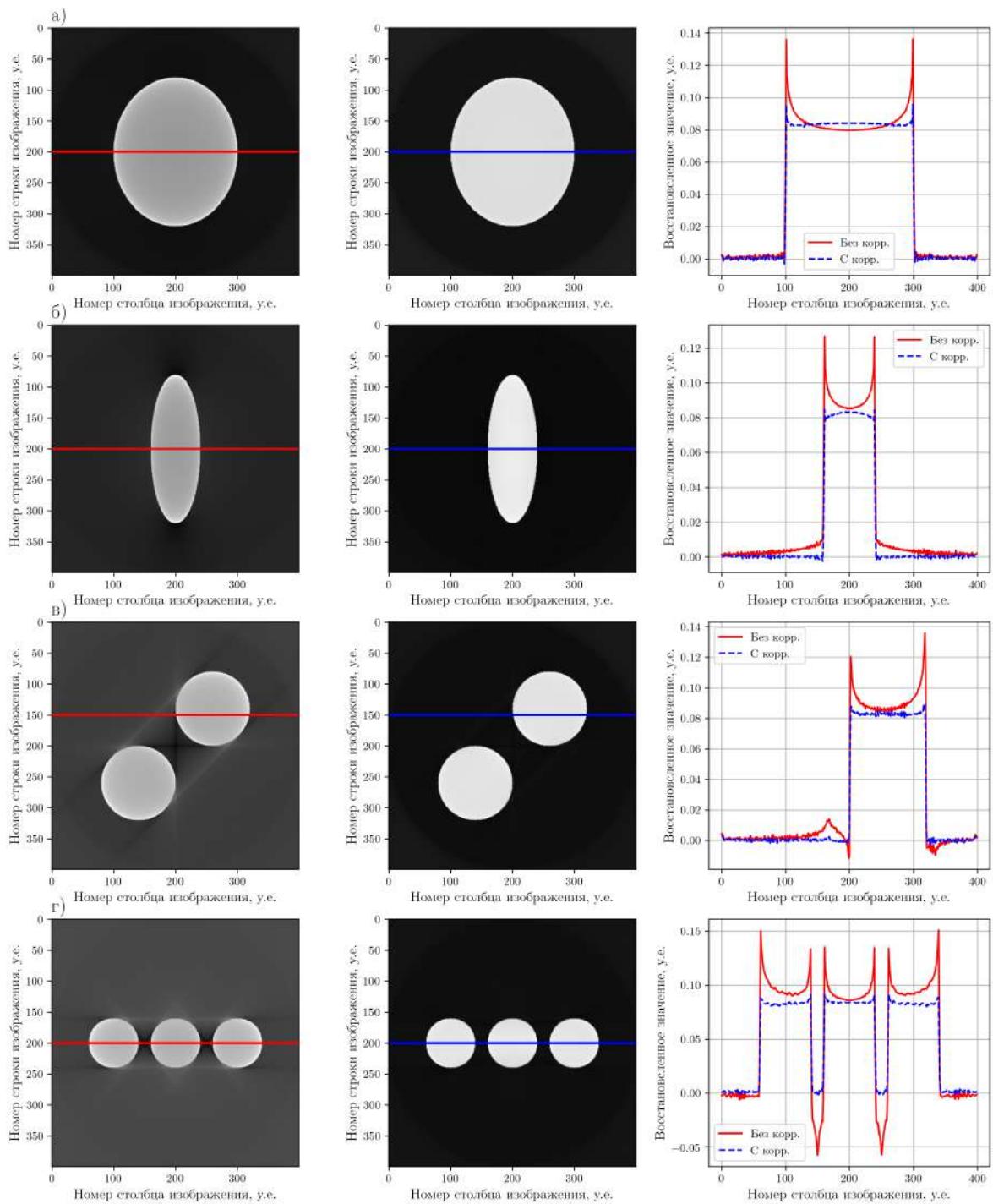


Рисунок 4.5 — Результат реконструкции с (первое изображение по горизонтали) и без (второе) предварительной коррекции рассчитанных трансмиссионных изображений для фантомов из Са. Третье – профили яркости изображений по указанным линиям. На а) – г) результаты для фантома 1 – 4, соответственно.

На рис. 4.7 приведен результат реконструкции с и без предварительной коррекции для фантомов из основного компонента – Fe, вспомогательных – Cu (рис.

Таблица 5 — Показатель CE количественной выраженности чашевидных артефактов для реконструкций фантомов из различных веществ. В толбцах указаны номера фантомов, в скобке (без) – без предварительной коррекции, (с) – с предварительной коррекцией.

Химический элемент	№ 1 (без)	№ 1 (с)	№ 2 (без)	№ 2 (с)	№ 3 (без)	№ 3 (с)	№ 4 (без)	№ 4 (с)
Li	0.002	0.002	0.005	0.005	0.004	0.004	0.005	0.005
Be	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	0.005	0.005	0.007
C	0.026	0.003	0.018	0.003	0.013	0.006	0.010	0.009
Al	0.172	0.016	0.130	0.031	0.097	0.022	0.072	0.032
Si	0.190	0.017	0.144	0.033	0.110	0.023	0.081	0.035
S	0.222	0.017	0.173	0.036	0.139	0.025	0.101	0.040
Ca	0.249	0.011	0.209	0.029	0.184	0.020	0.136	0.039
Ti	0.201	0.009	0.200	0.020	0.194	0.009	0.194	0.018
Fe	0.157	0.007	0.156	0.020	0.149	0.003	0.150	0.012
Cu	0.141	0.007	0.141	0.020	0.134	0.003	0.134	0.011
Ag	0.086	0.006	0.088	0.016	0.084	0.003	0.083	0.009
In	0.087	0.005	0.088	0.011	0.082	0.004	0.081	0.009
Sn	0.079	0.005	0.081	0.013	0.077	0.003	0.077	0.010
Gd	0.101	0.008	0.106	0.023	0.103	0.004	0.105	0.013
Ra	0.108	0.007	0.110	0.018	0.105	0.003	0.104	0.010

4.7а, Sn (рис. 4.7б), Ti (рис. 4.7в). В третьем столбце приведены профили яркости реконструированных изображений.

Для всех реконструированных изображений был рассчитан показатель CE количественной выраженности чашевидных артефактов. Для каждого основного элемента в фантоме (белый цвет на рис. 4.6а были рассчитаны зависимости рассчитанных показателей CE от типа второго элемента для реконструкций от скорректированных и не скорректированных изображений. Зависимость для Fe, как основного элемента, показана на рис. 4.8. Наличие коррекции подавляет чашевидные артефакты более чем в два раза для всех элементов. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что разработанный метод предварительной коррекции позволяет существенно ослаблять “эффект чаши” при нарушении предположения об однородности образца по химическому составу.

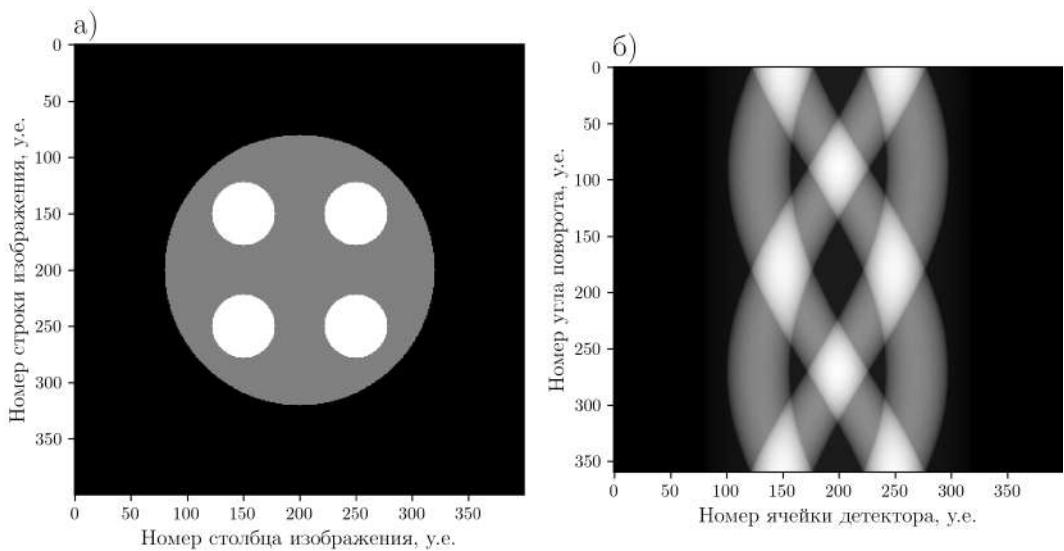


Рисунок 4.6 — а) – Тестовое изображение двухкомпонентного фантома; б) – рассчитанное трансмиссионное изображение от него, материал объектов фантома – Fe и Ti.

4.5 Расширение применимости метода коррекции для задачи трехмерной томографии

Рассмотрим задачу трехмерной томографии в параллельной и конусной геометрических схемах. В этом случае при размере детектора $N \times L$ ячеек в ходе томографического эксперимента регистрируется M трансмиссионных изображений со значениями в каждом пикселе $D_{i,z,j}$, где $i = 1, \dots, N$, N – количество ячеек в строке детектора, $z = 1, \dots, L$, L – количество ячеек в столбце детектора, $j = 1, \dots, M$, M – количество углов поворота образца. Метод предварительной обработки трансмиссионных изображений, зарегистрированных с использованием полихроматического рентгеновского излучения, включает в себя следующие шаги:

1. Получение проекционных изображений со значениями $\hat{D}_{i,z,j}$, $i = 1, \dots, N, z = 1, \dots, L, j = 1, \dots, M$. Для этого все зарегистрированные значения $D_{i,z,j}$ независимо нормируются на отклик детектора в отсутствии образца (интенсивность пустого пучка) V_0 . От результата берется отрицательный логарифм, $\hat{D}_{i,z,j} = -\ln \frac{D_{i,z,j}}{V_0}$;
2. Расчет оптимального значения параметра a степенной функции коррекции K вида (4.1);

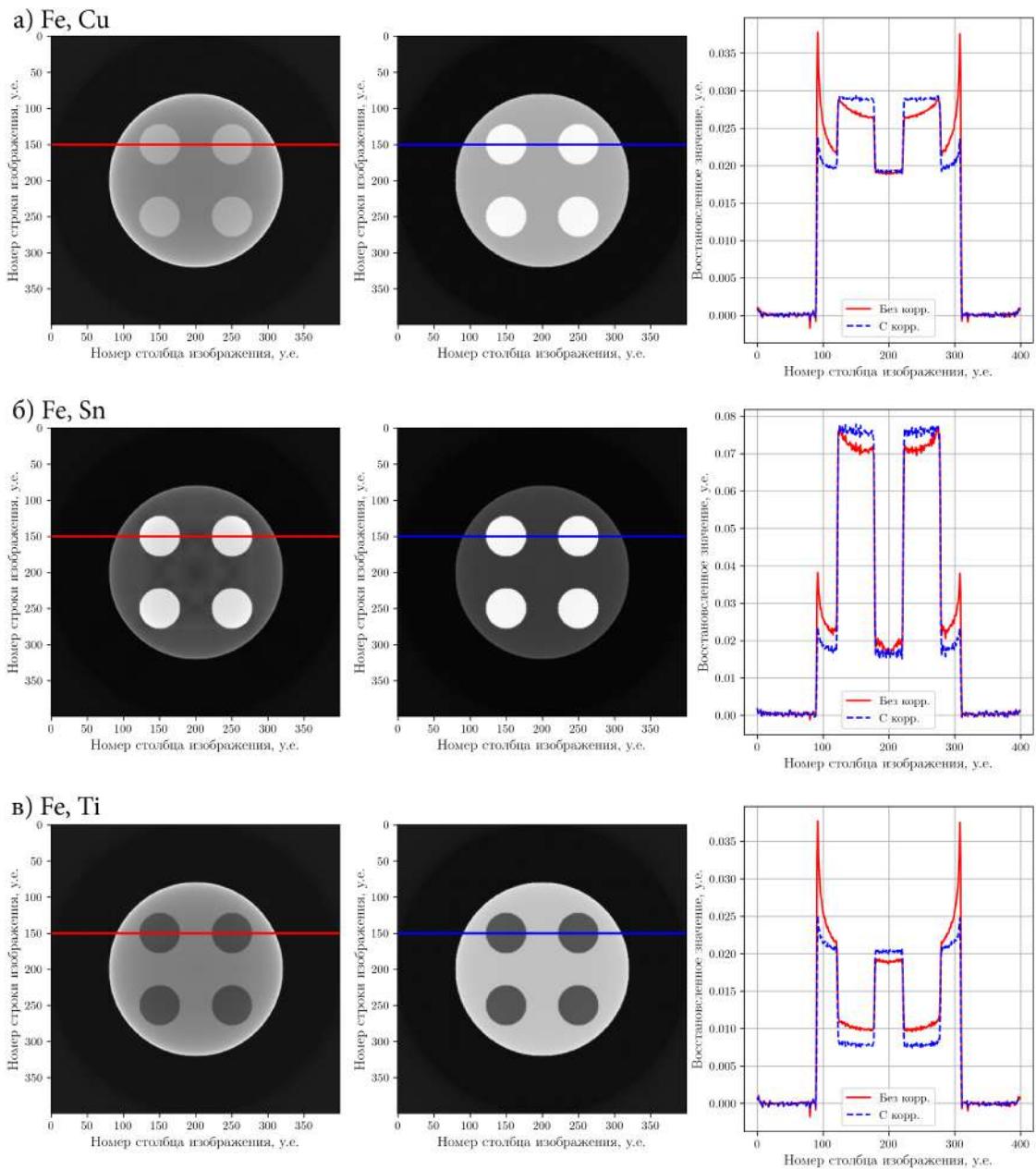


Рисунок 4.7 — Результат реконструкции фантома с применением метода предварительной коррекции (первое изображение по горизонтали), второе – без применения, третье – профили яркости изображений по указанным линиям. На а) – результаты для фантома из Fe и Cu, б) – Fe и Sn, в) – Fe и Ti,

3. Независимое применение корректирующей функции K с найденным параметром a к каждому значению $\hat{D}_{i,z,j}$, $i = 1, \dots, N$, $z = 1, \dots, L$, $j = 1, \dots, M$.

Первый и третий шаги метода одинаковы для обеих геометрических схем. Выполнение второго шага, описанным в разделе 4.2 методом, не требует никаких модификаций относительно двумерной томографии и одинаково для обеих схем трехмерной томографии. Выполнение второго шага с помощью ме-

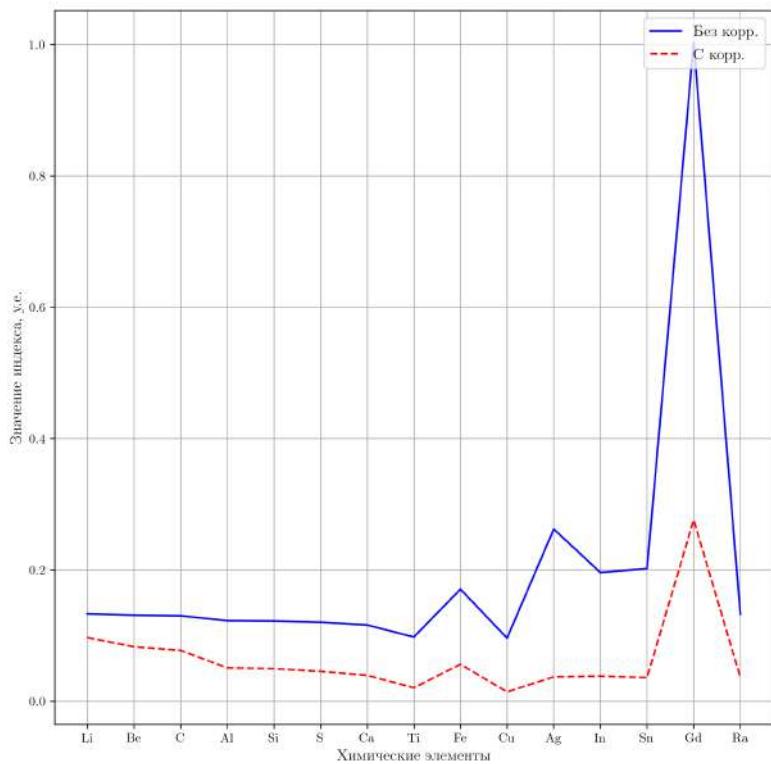


Рисунок 4.8 — Зависимость показателя выраженности чашевидных артефактов для двухкомпонентного образца от химического элемента включений.

тода, описанного в разделе 4.3, без модификации невозможно, так как метод основан на использовании свойства сохранения инвариантна преобразования Радона на плоскости. Так как в трехмерной задаче томографии в параллельной геометрической схеме для каждой строки детектора можно рассматривать двумерную задачу томографии независимо, то поиск оптимального параметра функции коррекции будем выполнять для каждой строки детектора, в качестве оптимального параметра брать максимальное значение из всех найденных. В конусной схеме рассматривать двумерную задачу томографии можно только для центральной строки детектора, поэтому следует искать оптимальный параметр функции коррекции только для нее, и далее использовать это значение для коррекции всех пикселей.

Далее следует применять один из алгоритмов трехмерной реконструкции, например, алгоритм Фельдкампа [121]. В параллельной схеме можно послойно реконструировать изображение образца применяя любой классический алгоритм реконструкции.

4.6 Заключение по главе 4

В данной главе диссертационной работы для двумерной и трехмерной задач томографии предложен метод предварительной обработки трансмиссионных изображений, зарегистрированных с использованием для зондирования полихроматического излучения. Цель предварительной обработки – уменьшить выраженность артефактов типа чаши на изображении, реконструированном одним из классических быстрых алгоритмов.

Разработанный метод заключается в независимом применении корректирующей функции к каждому зарегистрированному детектором сигналу. В качестве модели коррекции используется класс однопараметрических степенных функций. Для определения параметра модели предложено два метода. Первый предназначен для использования при наличие априорной информации о составе однокомпонентного образца. Он заключается в расчете полихроматических лучевых интегралов с помощью описанного во 2 главе пакета “XRayUtil” и их аппроксимации степенной функцией. Найденное значение параметра является оптимальным, т.е. ошибка между полихроматическим и монохроматическим лучевыми интегралами минимальна.

Второй метод предназначен для многокомпонентных образцов и не требует априорной информации. Метод заключается в автоматическом определении параметра на основе использования свойства сохранения инварианта преобразования Радона при полихроматическом зондировании. Оба метода использованы для коррекции модельных трансмиссионных изображений. Найденные двумя методами значения параметра корректирующей функции различаются незначительно в проведенном модельном эксперименте.

Показано, что на изображениях, восстановленных классическими алгоритмами из скорректированных предложенным методом трансмиссионных изображений, выраженность артефактов типа чаши существенно ослабляется.

Глава 5. Комплекс программ численного моделирования, предназначенный для проведения вычислительных экспериментов по рентгеновской томографии в полихроматическом режиме

Как было сказано в главе 1, при работе с томографическим проекционными изображениями на лабораторном томографе существует ряд особенностей. При проведении экспериментов необходимо правильно настроить лабораторный томограф и выбрать алгоритм томографической реконструкции так, чтобы на реконструированных изображениях выраженность чашевидных артефактов была минимальной. Однако алгоритмов подавления чашевидных артефактов существует огромное количество, а многократное облучение образца невозможно, так как почти во всех случаях у образца установлены ограничения на лучевую нагрузку. Поэтому необходимо уметь сравнивать способность подавлять артефакты различных методов и уметь определять условия их оптимальной работы на данных, полученных численным моделированием. Таким образом, необходим комплекс программ, который должен работать как на смоделированных, так и на измеренных в ходе томографического эксперимента наборах проекционных изображений, и включать модули реконструкции изображений и количественной оценки выраженности артефактов. Для расширения применимости комплекс программ должен содержать и модуль имитационного моделирования набора проекционных изображений. Описания такого программного инструмента в мировой литературе найдено не было. Необходимо отметить, что реализация такого комплекса может включать в себя уже разработанные модули, поэтому далее приведен обзор существующих программных средств.

Для моделирования томографических фантомов и набора проекционных изображений существует несколько программных средств. Одно из таких средств – пакет “TomoPhantom” [122]. Он предназначен для моделирования фантомов разнообразной геометрической формы с использованием аддитивных комбинаций геометрических объектов, таких как эллипсы и прямоугольники – в двумерном случае; эллипсоиды, конические сечения и параллелограммы – в трехмерном. Для получения проекционных изображений от созданного фантома в пакете есть возможность применения преобразования Радона. Таким образом, программное средство “TomoPhantom” генерирует уже лине-

аризованные проекционные изображения, т.е. никак не учитывает природу зондирующего излучения, что делает его непригодным для моделирования проекционных изображений, собираемых на лабораторном томографе. Другое программное средство “4DXCAT” предназначено для расчета анатомических фантомов человеческого тела [123]. Программное средство “4DXCAT” позволяет создать фантом довольно точно передающий анатомию человека, также в нем возможно смоделировать движение человека и изменение формы его органов для передачи процессов жизнедеятельности (такие как биение сердца или дыхание), т.е. получить четырехмерный фантом. Однако получение проекционных изображений в полихроматическом режиме в программе не реализовано. Еще одно программное средство “SYRIS” предназначено для моделирования набора проекционных изображений, регистрируемых на синхротронных станциях [124]. Авторы предоставили возможность проводить расчеты волнового поля, описывающего распространение излучения через произвольное количество объектов до достижения детектора. Разработанное программное средство позволяет моделировать динамические эксперименты, например, четырехмерную томографию и ламинографию (метод рентгеновской диагностики, с помощью которого можно получать снимок слоя, лежащего на определённой глубине исследуемого образца без нарушения его целостности). Для оценки адекватности разработанного ПО результаты моделирования были сопоставлены с экспериментальными данными, полученными в европейском синхротронном центре в Гренобле (ESRF). К сожалению, данная программа не подходит для моделирования набора проекционных изображений, получаемых на лабораторном томографе, так как спектральные плотности интенсивности излучения рентгеновской трубы и синхротронного источника существенно различаются.

Для реконструкции томографических проекционных изображений существует множество программных средств. Среди них: “ITK” [125], “RTK” [126], “CASToR” [127], “ASTRA Toolbox” [119; 120], “РуHST2” [128]. Каждое из этих средств обеспечивает реализацию наиболее распространенных томографических алгоритмов реконструкции, но ориентировано на конкретную задачу. Например, программное средство “ITK” предназначено для реконструкции трехмерных томографических изображений, зарегистрированных с использованием конусной схемы сканирования. Средство “РуHST2” предназначено для работы с проекционными изображениями, полученными в синхротронных центрах. Средство “CASToR” подходит как для трансмиссионной, так и для эмиссионной

томографии, однако содержит реализацию только итерационных алгоритмов реконструкции. В программном средстве “ASTRA Toolbox” поддерживаются конусная и параллельная геометрические схемы для трехмерной задачи томографии, веерная и параллельная для двумерной задачи томографии. Другое преимущество данного программного средства заключается в том, что в него включена реализация большого числа распространенных алгоритмов реконструкции, среди которых есть и интегральные, и алгебраические. Благодаря наличию описанных функциональных возможностей и открытого исходного кода программное средство “ASTRA Toolbox” было выбрано для реализации модуля реконструкции.

Задача количественной оценки реконструированных изображений подробно описана в 3 главе. В ней показано, что существующие методы оценки изображений плохо подходят для оценки выраженности чашевидных артефактов, что и привело разработку нового метода.

Таким образом, разработан программный комплекс для вычислительных экспериментов по рентгеновской томографии в полихроматическом режиме и тестирования различных вычислительных методов реконструкции. Программный комплекс включает модули имитационного моделирования набора томографических проекционных изображений, их реконструкцию и оценку восстановленных изображений. Для моделирования проекционных изображений был применен разработанный во 2 главе пакет XrayUtil. Модуль реконструкции томографических изображений написан с использованием программного средства “ASTRA Toolbox”. Для реализации модуля количественной оценки выраженности чашевидных артефактов использовался разработанный алгоритм, описанный в 3 главе. Далее приведено описание реализованного комплекса программ.

5.1 Общие сведения

Полное наименование комплекса программ: “Программный комплекс для проведения вычислительных экспериментов по томографии в полихроматическом режиме”.

Условное обозначение: “XRayTomoUtil”.

Исходные коды комплекса программ написаны на языке Python 3. Для функционирования программного комплекса на пользовательском персональном компьютере должно быть установлено следующее программное обеспечение: Python 3 с библиотеками astra-toolbox, matplotlib, numpy, os, opencv, pillow, scipy, shutil и xraylib.

5.2 Функциональное назначение

Разработанный комплекс программ обладает следующими функциональностями:

1. Моделирование двумерных и трехмерных томографических фантомов.
2. Моделирование набора томографических проекционных изображений в полихроматическом режиме, т.е. собираемых на лабораторном томографе в схеме без монохроматора.
3. Моделирование набора томографических проекционных изображений в монохроматическом режиме, т.е. собираемых на лабораторном томографе в схеме с монохроматором.
4. Загрузка набора томографических проекционных изображений.
5. Двумерная послойная реконструкция: алгоритмом обратного проецирования с фильтрацией (FBP), алгебраическими алгоритмами ART, SIRT, SART.
6. Трехмерная реконструкция: алгоритмом Фельдкампа (FDK), алгебраическими алгоритмами ART, SIRT и SART.
7. Загрузка реконструированного изображения.
8. Оценка чашевидных артефактов по двумерному сечению реконструированного изображения.
9. Совместная двумерная визуализация двух реконструированных изображений.

5.3 Структура комплекса программ

Разработанный комплекс программ “XRayTomUtil” предназначен для проведения вычислительных экспериментов по рентгеновской томографии в полихроматическом и монохроматическом режимах и тестирования методов подавления артефактов. Блок схема разработанного программного комплекса представлена на рис. 5.1.

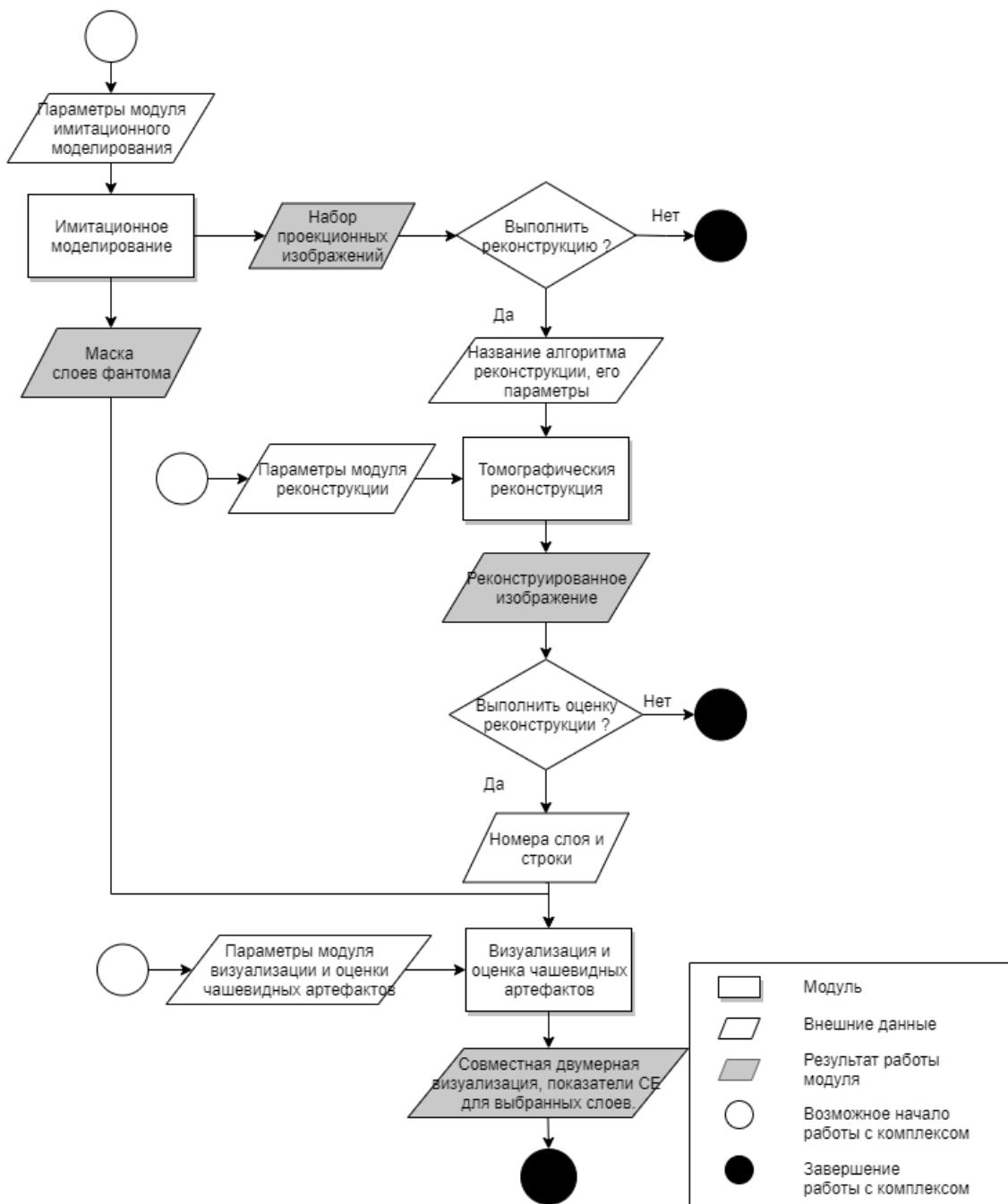


Рисунок 5.1 — Взаимодействие модулей программного комплекса.

Белый прямоугольник обозначает модуль программного комплекса, се-
рый параллограмм – результат работы модуля, белый параллограмм –
внешние данные, задаваемые пользователем. Белый круг обозначает воз-
можное начало работы с комплексом программ, черный круг – возможное
завершение работы. Таким образом, в разработанном программном комплексе
выделено три независимых модуля, после работы каждого из которых поль-
зователю предоставляется возможность завершить работу с комплексом программ.
Функциональное назначение первого модуля “имитационное моделирование”
заключается в моделировании двумерных и трехмерных фантомов, а также
набора трансмиссионных изображений. В модуле реализована возможность мо-
делировать изображения как в полихроматическом режиме, т.е. получаемые на
лабораторном томографе в схеме без применения монохроматора, так и в моно-
хроматическом режиме, в схеме с применением монохроматора. Данный модуль
в указанную директорию сохраняет набор изображений, и для количествен-
ной оценки чашевидных артефактов набор масок фантома. Функциональность
второго модуля “томографическая реконструкция” заключается в применение
одного из алгоритмов томографической реконструкции, как в двумерном слу-
чае (алгоритмы FBP, ART, SIRT, SART), так и в трехмерном (алгоритмы FDK,
ART, SIRT, SART). Модуль включает в себя возможность предварительной
обработки проекционных изображений, разработанным в 4 главе способом. Тре-
тий модуль – “визуализация и оценка чашевидных артефактов”. Визуализация
заключается в построении на одном изображении указанных пользователем дву-
мерных сечений двух реконструированных изображений и графика профилей
этих сечений по указанной строке. Количественная оценка выраженности ча-
шевидных артефактов заключается в расчете показателей *CE* для указанных
сечений реконструированных изображений разработанным в 3 главе алгорит-
мом.

5.4 Методы и средства разработки комплекса программ

Проектирование модели комплекса программ “XRayTomoUtil” выполня-
лось с использованием программного средства Rational Rose Enterprise Edition.

Создание комплекса программ “XRayTomoUtil” выполнялось с помощью среды разработки Microsoft Visual Studio Code.

5.5 Операционная система. Вызов и загрузка комплекса программ

Для функционирования комплекса программ могут быть использованы следующие операционные системы:

1. Microsoft Windows 7;
2. Microsoft Windows 10;
3. Ubuntu 18;
4. Arch Linux 5.3.

Комплекс программ подключается вызовом команды “import XRayTomoUtil” в файле с расширением “.py”. Подключенный таким образом комплекс программ предоставляет доступ ко всем своим модулям. Выполнение выбранных функций любого модуля осуществляется путем вызова интерпретатора Python (версии 3.4 и выше) с именем файла. Названия и синтаксис вызовов функций модулей перечислены в параграфе 5.7.

5.6 Входные и выходные данные

Ниже представлено описание форматов входных и выходных данных для каждого модуля отдельно.

5.6.1 Формат входных параметров модуля “имитационное моделирование”

В качестве входного параметра модулю “имитационное моделирование” указывается путь к файлу с расширением “.json”. Файл должен содержать следующие разделы:

- Описание геометрической схемы эксперимента (название раздела в файле – “Geometry”);
- Параметры моделирования рентгеновской трубки (“Tube”);
- Параметры фильтра (“Filter”);
- Параметры детектора (“Camera”);
- Описание тестового изображения (“Phantom”).

Далее звездочкой отмечены обязательные поля, которые должны быть в файле. В скобках указаны названия ключей в файле. Раздел “Geometry” включает следующую информацию:

- Тип геометрии системы источник-образец-детектор* (Ключ в файле – “Type”). Выбирается из списка: веерная (“FAN”), конусная (“CONE”), двумерная параллельная (“PAR2D”), трехмерная параллельная (“PAR3D”).
- Расстояние объект – источник в мм (“ObjectSource”).
- Расстояние детектор – источник в мм (“CameraSource”).
- Количество углов поворота* (“Angles”).
- Угловой шаг* (“AngleStep”).

Раздел “Tube” включает следующую информацию:

- Ток в мА, подаваемый на рентгеновскую трубку* (“Current”).
- Напряжение в кВ, подаваемое на рентгеновскую трубку* (“Voltage”).
- Материал анода* (“Material”) – выбирается из списка рентгеновских трубок с анодами: хром (“Cr”), медь (“Cu”), молибден (“Mo”), серебро (“Ag”) или вольфрам (“W”).
- Применять ли монохроматор* (“Monochromator”).

Раздел “Filter” включает следующую информацию:

- Толщина фильтра рентгеновского излучения в мм (“Thickness”).
- Химическая формула состава фильтра рентгеновского излучения (“Material”).

Раздел “Camera” включает следующую информацию:

- Модель детектора* (“Model”) – выбирается из списка реализованных моделей. Ее можно выбрать из следующего списка: Hamamatsu C12849-101U (название в пакете “HAMTSU_101U”), Hamamatsu C12849-102U (“HAMTSU_102U”), XIMEA xiRay 11 MPix (“XIMEA_11”), Varian 2520Dx (“VARIAN_2520DX”).
- Физический размер пикселя детектора в мкм* (“PixelSize”).

- Количество столбцов матрицы детектора* (“Columns”).
- Количество строк матрицы детектора* (“Rows”).

Раздел “Phantom” включает следующую информацию:

- Тип фантома* (“Type”) – выбирается из списка реализованных видов фантома. Список названий двумерных фантомов: “Ellipse”, “Rectangle”, “Jaczczak”, “SheppLogan”, “ConcentricCircles”, “Porous”, “Segment”, “Items”. Список названий трехмерных фантомов: “Ellipsoid”, “EmbeddedEllipsoids”, “CrossedEllipsoids”, “SharpGeometry”, “Cairn”, “Jaczczak3D”, “SheppLogan3D”.
- Линейные размеры фантома* (“Size”).
- Физический размер пикселя фантома в мкм* (“PixelSize”).
- Химические элементы фантома* (“Elements”).

Кроме того файл должен содержать: директорию для сохранения результата моделирования* (“OutputDirectory”), название исследования* (“FilenamePrefix”).

Пример файла:

```
{
  "Geometry": {
    "Type": "CONE",
    "ObjectSource": 44.585,
    "CameraSource": 225.082,
    "Angles": 2000,
    "AngleStep": 0.4 },
  "Tube": {
    "Current": 20,
    "Voltage": 60,
    "Material": "Ag",
    "Monochromator": "No", },
  "Filter": {
    "Material": "Cu",
    "Thickness": 2 },
  "Camera": {
    "Model": "HAMTSU_101U",
    "PixelSize": 11.40,
    "Rows": 256,
```

```

“Columns”: 256 },
“Phantom”: {
    “Type”: “CrossedEllipsoids”,
    “Size”: [256, 256, 256],
    “PixelSize” : 2.82,
    “Elements”: [12, 15, 36] }
“OutputDirectory”: “D://Tomo//Exp1”,
“FilenamePrefix”: “TomoExperiment”
}

```

5.6.2 Формат выходных параметров модуля “имитационное моделирование”

Набор трансмиссионных изображений, получаемый в результате работы модуля, помещается в папку “Raw”, которая содержит:

- Набор 16-битных изображений в формате “.tif”. Изображение представляет из себя кадр образца, получаемый обычно на детекторе в ходе томографического эксперимента. Название файла – “Название_исследования”_“XXXX”.tif, где “Название_исследования” – название, указанное в разделе “FilenamePrefix” файла параметров моделирования, “XXXX” – номер угла поворота состоит из четырех символов. Последовательность заполняется нулями слева, в случае, если номер содержит меньшее число символов.
- Файл описания с расширением “.json”. Содержание и формат файла совпадает с форматом файла описания входных параметров модуля имитационного моделирования. Название файла – “Название_исследования”.json

Набор масок для каждого слоя фантома помещается в папку “Masks”, которая содержит:

- Набор 8-битных изображений в формате “.png”. Изображение представляет двумерный срез фантома по горизонтальной оси. Название файла – M_“Название_исследования”_“XXXX”.tif,

где “Название_исследования” – название, указанное в разделе “FilenamePrefix” файла параметров моделирования, “XXXX” – номер среза фантома. Последовательность заполняется нулями слева, в случае, если номер содержит меньше четырех символов.

- Файл описания с расширением “.json”. Файл содержит копию раздела “Phantom” из файла описания входных параметров модуля имитационного моделирования. Название файла – “Название_исследования”.json

5.6.3 Формат входных параметров модуля “томографическая реконструкция”

Входными параметрами модуля “томографическая реконструкция” являются два строковых значения. Первое значение – это путь к папке, содержание которой совпадает с форматом папки “Raw”, полученной в результате работы модуля “имитационное моделирование”. Исключением является файл описания. Формат и описание файла совпадает, однако разделы “Phantom”, “Tube” и “Filter” могут отсутствовать.

Второе значение – путь к файлу с расширением “.json”, который содержит следующую информацию о параметрах алгоритма реконструкции:

- Название алгоритма реконструкции* (Ключ в файле – “Algorithm”). Выбирается из списка: двумерная реконструкция – “FBP”, “ART”, “SIRT”, “SART”, трехмерная реконструкция – “FDK”, “ART”, “SIRT”, “SART”.
- Количество итераций алгоритма (“Iterations”).
- Делать или нет предобработку корректирующей функцией* (“Correction”).
- Номер первого слоя для реконструкции * (“FirstSection”).
- Номер последнего слоя для реконструкции* (“LastSection”).
- Частота выбора слоев для реконструкции* (“Step”).

Звездочкой отмечены обязательные поля, которые должны быть в файле.

В скобках указаны названия ключей в файле.

Пример файла:

{

```

“Reconstruction”: {
    “Algorithm”: “FBP”,
    “Iterations”: 100,
    “Correction”: True,
    “FirstSection”: 10,
    “LastSection”: 1000,
    “Step”: 20
}

```

5.6.4 Формат выходных параметров модуля “томографическая реконструкция”

Реконструированное изображение, получаемое в результате работы модуля, помещается в папку “Rec”, которая содержит:

- Набор 16-битных изображений в формате “TIFF”. Изображение представляет двумерный срез трехмерного реконструированного изображения по горизонтальной оси. Название файлов – Rec_“Название_исследования”_“XXXX”.tif, где “Название_исследования” – название, указанное в разделе “FilenamePrefix” файла с описанием проекционных изображений, “XXXX” – номер строки детектора. Последовательность заполняется нулями слева, в случае, если номер содержит меньше четырех символов.
- Файл описания с расширением “.json”. Название файла – “Название_исследования”_rec.json. Файл представляет из себя конкатенацию входных файлов с описанием проекционных изображений и с информацией о параметрах алгоритма реконструкции.

5.6.5 Формат входных параметров модуля “визуализация и оценка чашевидных артефактов”

Входным параметром модуля “визуализация и оценка чашевидных артефактов” является строковое значение – путь к файлу с расширением “.json”, который содержит следующую информацию:

- Путь к директории, содержащей папку “Rec” с реконструированным изображением в описанном выше формате* (Ключ в файле – “Reconstruction1”).
- Путь к директории, содержащей папку “Rec” с реконструированным изображением в описанном выше формате* (“Reconstruction2”).
- Полный путь к названию 8-битного изображения маски среза реконструкции в формате ‘.png’*(“Mask”).
- Номер слоя реконструированного изображения для отображения* (“Slice”).
- Номер строки для построения профилей яркости* (“Row”).
- Директория для сохранения результатов* (“OutputDirectory”).

Звездочкой отмечены обязательные поля, которые должны быть в файле.

В скобках указаны названия ключей в файле.

Пример файла:

```
{
    “Reconstruction1”: “D://Tomo//Exp1//”,
    “Reconstruction2”: “D://Tomo//Exp2//”,
    “Mask”: “D://Tomo//Exp2//M_0050.png”,
    “Slice”: 50,
    “Row”: 100,
    “OutputDirectory”: “D://Tomo//Exp1//”
}
```

5.6.6 Формат выходных параметров модуля “визуализация и оценка чашевидных артефактов”

Результатом работы модуля являются сохраненные в указанную директорию два файла. Изображение с двумерными сечениями реконструированных изображений и графиком профилей этих сечений по указанной строке. Файл с расширением “.json”, в котором указаны результаты расчета показателей CE для сечений реконструированных изображений.

Пример файла:

```
{
  "Reconstruction1": {
    "FilenamePrefix": "EXP1",
    "CE": 0.23,
  },
  "Reconstruction2": {
    "FilenamePrefix": "Sand",
    "CE": 0.002
  }
}
```

5.7 Функции модулей комплекса программ

5.7.1 Функция модуля “имитационное моделирование”

В модуле “имитационное моделирование” реализована возможность создания шести двумерных и шести трехмерных фантомов с различной морфологической структурой, линейный размер фантомов задается в диапазоне от 50 до 1000 пикселей. Модуль предоставляет возможность моделировать трансмиссионные изображения в полихроматическом и монохроматическом режимах. Полное описание параметров моделирования приведено в параграфе 5.6.1. Данные, получаемые в результате работы модуля, описаны в параграфе 5.6.2. Ниже представлен код, позволяющий рассчитать фантом с набором проекционных изображений с файлом параметров, приведенным в параграфе 5.6.1.

```

import XRayUtil

pathToParamFile = 'D://Tomo//modelparam.json'
XRayUtil.CreateProjectionData(pathToParamFile)

```

Проверка корректности функционирования модуля “имитационное моделирование”. Функция модуля выдает ошибку и завершает работу в следующих случаях:

- указан путь к несуществующей директории,
- указан путь к несуществующему файлу,
- неверно указано название хотя бы одного ключа в файле с описанием параметров,
- неверно задано значение какого-либо ключа,
- значения ключей не соответствуют друг другу.

Такие же проверки корректности функционирования реализованы и для остальных модулей.

5.7.2 Функция модуля “томографическая реконструкция”

Основное назначение модуля заключается в проведении томографической реконструкции по набору трансмиссионных изображений, полученных на лабораторном томографе или в результате моделирования. Данный модуль предоставляет возможность применять алгоритм реконструкции к набору изображений, формат которого совпадает с описанным в параграфе 5.6.2. Название алгоритма реконструкции и его параметры передаются в функцию в виде файла с расширением “.json”, формат файла описан в параграфе 5.6.3. Результат работы модуля описан в параграфе 5.6.4. Ниже представлен пример кода вызова функции реконструкции:

```

pathToData = 'D://Tomo//Exp1//'
pathToParams = 'D://Tomo//Exp1//recParam.json'
XRayUtil.Reconstruct(pathToData, pathToParams)

```

В модуле кроме вышеуказанных проверок реализованы проверка корректности значений параметров алгоритма реконструкции. Список неверно заданных параметров:

- номер последнего слоя превышает первого,
- номера слоев заданы отрицательными числами,
- некорректное название алгоритма,
- указан путь к несуществующей директории,
- данные в директории не совпадают с форматом набора трансмиссионных изображений описанном в параграфе 5.6.2.

5.7.3 Функция модуля “визуализация и количественная оценка выраженности чашевидных артефактов”

Основное назначение модуля количественная оценка выраженности чашевидных артефактов, на указанных пользователем, реконструированных изображениях и их визуализация, путем построения сечения по заданной строке изображения. В качестве входного параметра функция EvaluateCE принимает путь к файлу с расширением “.json”, формат файла описан в параграфе 5.6.5. Результат работы модуля описан в параграфе 5.6.6. Ниже представлен пример кода вызова основной функции модуля – EvaluateCE:

```
| pathToParamFile = 'D://Tomo//CE3arams.json'
XRayUtil.EvaluateCE(pathToParamFile)
```

В модуле кроме вышеуказанных проверок реализованы проверка корректности значений параметров входного файла. Список неверно заданных параметров:

- номер слоя превышает количество слоев в реконструированном изображении,
- номер строки превышает количество строк в срезе изображения,
- номера слоя или строки заданы отрицательными числами,
- указан путь к несуществующей директории,
- указан путь к несуществующему файлу с маской.

5.8 Описание контрольного примера

5.8.1 Пример использования комплекса программ для проведения вычислительного эксперимента

Для моделирования набора томографических проекционных изображений применена функция CreateProjectionData модуля “имитационное моделирование”. Во входном файле с параметрами моделирования раздел “Geometry” содержит описание параллельной геометрической схемы в двумерном случае. Количество равномерно распределенных проекционных углов составляет 360, значение углового шага – 0.5 градусов. Параметры моделирования рентгеновской трубы (раздел “Tube”): ток – 40 мА, напряжение – 40 кВ, материал анода рентгеновской трубы – молибден; параметры фильтра рентгеновского излучения (“Filter”): материал – алюминий, толщина – 0.2 мм. Для моделирования детектора (“Camera”) использовались параметры модели Hamamatsu C12849-101U с размером пикселя 1 мкм. В качестве тестового изображения (“Phantom”) был взят фантом с уникальным идентификатором “Jaszczak”, вещества, используемые для моделирования фантома, – Al (белый цвет на рис. 5.2 а), Cr (серый), линейный размер – 500 пикселей.

Изображение маски, которое получилось в результате работы модуля имитационного моделирования, показано на рис. 5.2 а), на б) изображение рассчитанной синограммы.

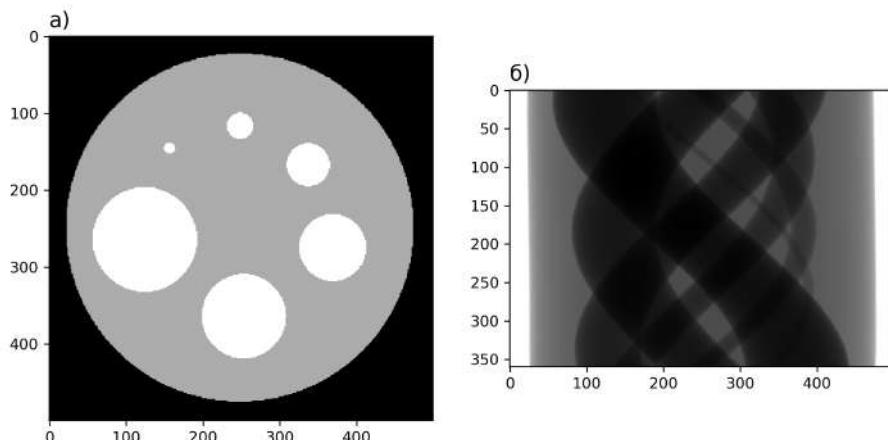


Рисунок 5.2 — Результаты модуля имитационного моделирования: а) – Мaska фантома; б) – рассчитанная синограмма.

С помощью модуля “томографическая реконструкция” было рассчитано два реконструированных изображения. Первое изображение получено путем реконструкции алгоритмом обратного проецирования с фильтрацией. Двумерное реконструированное изображение показано на рис. 5.3а. Второе получено путем реконструкции тем же алгоритмом, но с предварительным применением к проекционным изображениям функции коррекции (рис. 5.3б). Найденный параметр функции коррекции равен 1.49.

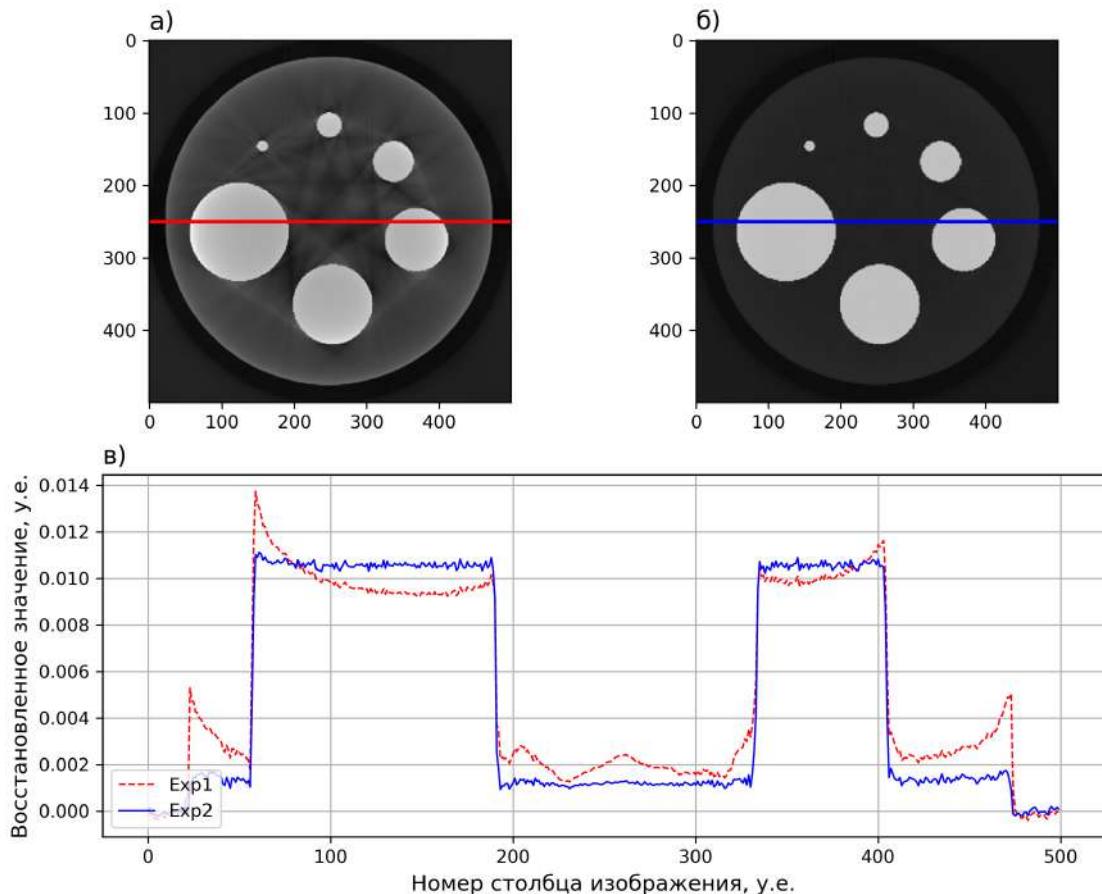


Рисунок 5.3 — Пример применения комплекса программ: а) – результат реконструкции алгоритмом обратного проецирования с фильтрацией; б) – результат реконструкции тем же алгоритмом с предварительной коррекцией; в) – профили изображений по указанным на а – б линиям.

К данным реконструированным изображениям применена функция EvaluateCE модуля “визуализация и количественная оценка выраженности чашевидных артефактов”. Рис. 5.3 является результатом работы функции. На рис. 5.3в показаны профили реконструкций по 250 строке. Показатель *CE* составил 0.14 для реконструкции методом FBP и 0.003 для реконструкции предложенным методом. Можно сделать вывод, что разработанный метод

предварительной обработки проекций с найденным параметром полностью устраняет чашевидные искажения.

5.8.2 Пример использования комплекса программ на экспериментальных данных

Эксперимент по компьютерной томографии, был проведенных на микротомографе, собранном и функционирующем во ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН [32]. В качестве экспериментального образца был взят детский молочный зуб, линейные размеры которого 7×12 мм. Изображение молочного зуба представлено на рис. 5.4.



Рисунок 5.4 — Детский молочный зуб, использованный в эксперименте.

Параметры эксперимента: рентгеновская трубка с молибденовым анодом, детектор – XIMEA-XiRay 11 Mpix. Параметры режима измерения для трубы: напряжение 40 кВ, ток 20 мА и экспозиция 5 с. Расстояние между объектом и источником составляло 1.2 м, расстояние между объектом и детектором – 0.05 м. В ходе сканирования было зарегистрировано 400 проекций с постоянным угловым шагом 0.5 градуса. Размер пикселя детектора – 9 мкм. Проекционное изображение образца, сформированное детектором в ходе эксперимента, показано в верхней части рис. 5.5. Синяя линия указывает на строку детектора, выбранную для работы модуля “визуализация и количественная оценка

выраженности чашевидных артефактов". Синограмма этой строки детектора показана в нижней части рис. 5.5.

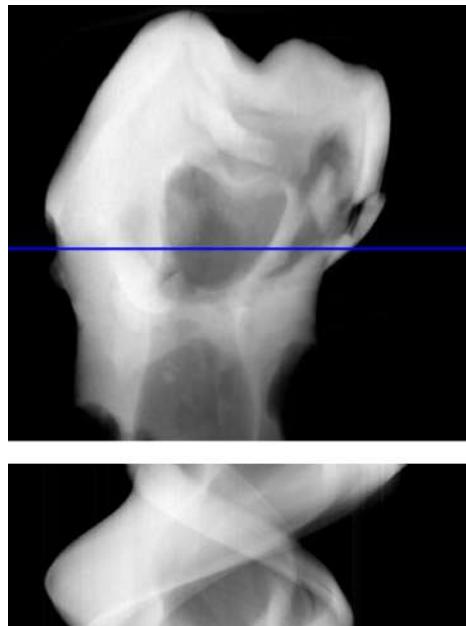


Рисунок 5.5 — Верхнее изображение – сформированное детектором XiRay 11 MPix изображение детского зуба. Синей линией показана строка детектора, синограмма которой показана на нижнем изображении.

С помощью разработанного комплекса было получено два реконструированных изображения. Первое изображение получено путем послойной реконструкции алгоритмом обратного проецирования с фильтрацией. Двумерный срез реконструированного изображения показан на рис. 5.6а.

На рис. 5.6б показан двумерный срез реконструированного изображения, полученного в результате предварительной обработки корректирующей степенной функцией набора проекционных изображений и последующего применения к ним алгоритма обратного проецирования с фильтрацией. Найденный параметр корректирующей функции – 1.83. На рис. 5.6г показаны профили среза реконструированных изображений по 780 строке. На рис. 5.6в приведена маска данного среза реконструированного изображения, полученная бинаризацией среза методом отсечения по порогу. Показатель CE составил 0.03 для восстановления алгоритмом обратного проецирования с фильтрацией и -0.002 для реконструированного изображения с предварительной обработкой проекционных изображений с помощью функции коррекции. По полученным результатам можно сделать следующие выводы. Во-первых, разработанный комплекс программ позволяет работать с данными, полученными в ходе томографического эксперимента. Во-вторых, метод предварительной обработки

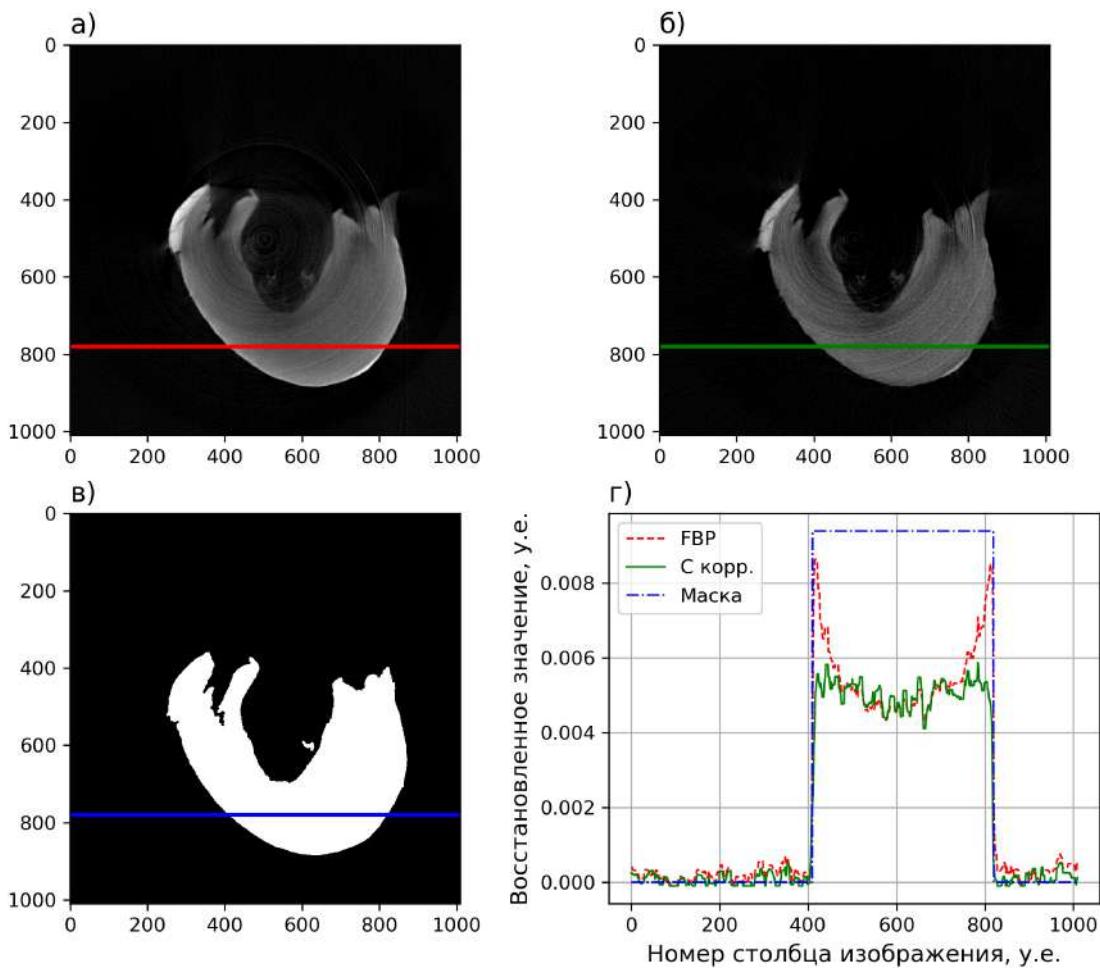


Рисунок 5.6 — Результат применения программного комплекса для реконструкции экспериментальных данных детского зуба: а) – результат реконструкции алгоритмом обратного проецирования с фильтрацией; б) – результат реконструкции тем же алгоритмом с предварительной коррекцией; в) – маска изображения, г) – профили изображений по указанным на а – в линиям.

проекционных изображений с автоматическим поиском параметра хорошо подавляет чашевидные искажения.

5.9 Выводы по главе 5

В данной главе описан разработанный комплекс программ численного моделирования “XRayTomoUtil”. Он реализован на языке Python. Основное назначение разработанного комплекса программ заключается в предоставлении возможности проведения вычислительных экспериментов по рентгеновской то-

мографии в полихроматическом и монохроматическом режимах, и возможности тестировании различных вычислительных методов реконструкции. Комплекс программ “XRayTomoUtil” состоит из трех независимых модулей: “имитационное моделирование”, “томографическая реконструкция” и “визуализация и количественная оценка выраженности чашевидных артефактов”. В заключительной части главы представлены как примеры применения разработанного программного комплекса для проведения модельных экспериментов, так и примеры использования комплекса для работы с экспериментальными данными.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Показано, что исследованная спектральная модель оптического тракта рентгеновского томографа описывает отклик рентгеновского томографа с детектором с непрямой регистрацией в 1.4 раза лучше, чем наилучшая монохроматическая модель для полученных экспериментальных данных. Доказано, что функции, описывающие лучевые полихроматические интегралы, – положительные, выпуклые вверх, неубывающие.
2. Исследован метод предварительной обработки измеренных в полихроматической моде томографических данных. Показано, что показательные функции приближают полихроматические лучевые интегралы к линейной модели в 1.5 раза лучше, чем используемый класс полиномиальных функций второй степени, т.е. в модели корректирующей функции количество параметров можно снизить с 3 до 1.
3. Предложен метод количественной оценки выраженности чашевидных артефактов. Показано, что результат применения метода согласуется с профилем восстановленного изображения.
4. Предложен алгоритм автоматического определения параметра корректирующей функции при неизвестных составе образца и спектре излучения. Показано, что в случае образца, состоящего из единственного вещества, найденный алгоритмом параметр позволяет получить восстановленное изображение с подавленными чашевидными артефактами.
5. Для проведения вычислительных экспериментов по рентгеновской томографии в полихроматическом режиме разработан комплекс программ численного моделирования.

Список сокращений и условных обозначений

КТ	компьютерная томография.
Геометрия пучка	модель распространения рентгеновских лучей. Примеры геометрий: параллельная (2D, 3D), веерная (2D), конусная (3D).
Схема сканирования	взаимное положение рентгеновской трубки, объекта и детектора рентгеновского излучения для всех моментов времени томографического эксперимента. Примеры схем: послойно-круговая, спиральная.
Экспериментальные кадры	измеренные трансмиссионные (“на просвет”) кадры объекта с источником в рабочем режиме.
Томографические проекции	имитация экспериментальных кадров с единичным начальным излучением и без темнового тока.
Синограмма	двумерный срез набора томографических проекций, в котором горизонтальная ось отвечает за номер столбца проекции, вертикальная – номер проекции.
Реконструированное изображение	трехмерное цифровое изображение, кодирующее распределение оптической плотности объекта, результат применения алгоритма томографической реконструкции.
Независимый слой	плоский слой реконструируемого изображения, расчет которого возможен независимо от других слоев.
Фантом	тестовое трехмерное изображение для расчета проекций.
BP	BackProjection, алгоритм обратного проецирования
FBP	Filtered Back Projection, метод томографической реконструкции с вычислительной сложностью $O(n^3)$, комбинирующий обратное проецирование и линейную фильтрацию.

- DFR** Direct Fourier Reconstruction, метод томографической реконструкции с вычислительной сложностью $O(n^2 \log n)$, работающий в частотной области и использующий алгоритм быстрого преобразования Фурье.
- ART** Algebraic Reconstruction Technique, алгебраический алгоритм реконструкции, одна итерация учитывает одно зарегистрированное значение.
- SART** Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique, алгебраический алгоритм реконструкции, одна итерация учитывает зарегистрированные значения для определенного угла поворота.
- SIRT** Simultaneous Iterative Reconstruction Technique, алгебраический алгоритм реконструкции, одна итерация учитывает все зарегистрированные значения одновременно.

Список литературы

1. *Wilk, R.* Application of Computed Tomography and Magnetic Resonance in 3D Modeling / R. Wilk // Stem Cells and Biomaterials for Regenerative Medicine. — Elsevier, 2019. — C. 121—142.
2. Application of cone beam computed tomography gray scale values in the diagnosis of cysts and tumors / A. Nasim [и др.] // Journal of Indian Academy of Oral Medicine and Radiology. — 2018. — T. 30, № 1. — C. 4.
3. Industrial applications of computed tomography / L. De Chiffre [и др.] // CIRP annals. — 2014. — T. 63, № 2. — C. 655—677.
4. *Thompson, A.* X-ray computed tomography for additive manufacturing: a review / A. Thompson, I. Maskery, R. K. Leach // Measurement Science and Technology. — 2016. — T. 27, № 7. — C. 072001.
5. *Gratton, R.* Application of Computed Tomography for the Examination of Pressure Retaining Nuclear Plant Components / R. Gratton, J. Wilson, K. Skuse // ASME 2017 Pressure Vessels and Piping Conference. — American Society of Mechanical Engineers. 2017. — V005T10A001—V005T10A001.
6. Nanoparticle contrast-enhanced micro-CT: A preclinical tool for the 3D imaging of liver and spleen in longitudinal mouse studies / C.-N. Liu [и др.] // Journal of pharmacological and toxicological methods. — 2019. — T. 96. — C. 67—77.
7. *Prof. Gabor T., H.* FUNDAMENTALS OF COMPUTERIZED TOMOGRAPHY / H. Prof. Gabor T. — New York, USA : City University of New York Graduate Center, 2009.
8. Internal elemental microanalysis combining X-ray fluorescence, Compton and transmission tomography / B. Golosio [и др.] // Journal of applied Physics. — 2003. — T. 94, № 1. — C. 145—156.
9. *Swinehart, D.* The beer-lambert law / D. Swinehart // Journal of chemical education. — 1962. — T. 39, № 7. — C. 333.
10. *M.Buzug, T.* Computed Tomography. From Photon Statistics to Modern Cone-Beam CT / T. M.Buzug. — Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2008.

11. *J., R.* Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte langs gewisser Mannigfaltigkeiten / R. J. // Berichte Sachsische Akademie der Wissenschaften, Leipzig, Math.-Phys. Kl. — 1917. — T. 69. — C. 262—267.
12. *A. C., K.* Principles of Computerized Tomographic imaging / K. A. C., S. M. — NY : IEEE Press, 1988.
13. *Ф., Н.* Математические аспекты компьютерной томографии / Н. Ф. — Москва : Мир, 1998.
14. Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учебное пособие. / С. Грузман И. [и др.]. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. — C. 352.
15. *Вайнштейн Б., К.* К теории восстановления функций по их проекциям / К. Вайнштейн Б., С. Орлов С. // Кристаллография. — 1972. — Т. 17, № 2.
16. *Gordon, R.* Three-dimensional reconstruction from projections: A review of algorithms / R. Gordon, G. Herman // International review of cytology. T. 38. — Elsevier, 1974. — C. 111—151.
17. *Стюард И., Г.* Введение в фурье-оптику / Г. Стюард И. — Москва : Мир, 1985. — 182 с.
18. *Ramachandran, G.* Three-dimensional reconstruction from radiographs and electron micrographs: application of convolutions instead of Fourier transforms / G. Ramachandran, A. Lakshminarayanan // Proceedings of the National Academy of Sciences. — 1971. — Т. 68, № 9. — C. 2236—2240.
19. Role of filtering techniques in Computed Tomography (CT) image reconstruction / S. Zargar [и др.] // IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology. — 2015. — Т. 4, № 12. — C. 2319—1163.
20. *Bracewell Ronald, N.* The Fourier transform and its applications. T. 31999 / N. Bracewell Ronald, N. Bracewell Ronald. — McGraw-Hill New York, 1986.
21. *Mueller, K.* Fast and accurate three-dimensional reconstruction from cone-beam projection data using algebraic methods : дис. ... канд. / Mueller Klaus. — The Ohio State University, 1998.
22. *Kaczmarz, S.* English translation: S. Kaczmarz, Approximate solution of systems of linear equations / S. Kaczmarz // Int. J. Contr. — 1937. — Т. 57. — C. 355—357.

23. *Gordon, R.* Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography / R. Gordon, R. Bender, G. T. Herman // Journal of theoretical Biology. — 1970. — Т. 29, № 3. — С. 471—481.
24. *Gilbert, P.* Iterative methods for the three-dimensional reconstruction of an object from projections / P. Gilbert // Journal of theoretical biology. — 1972. — Т. 36, № 1. — С. 105—117.
25. *Andersen Anders, H.* Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART): a superior implementation of the ART algorithm / H. Andersen Anders, C. Kak Avinash // Ultrasonic imaging. — 1984. — Т. 6, № 1. — С. 81—94.
26. Performance evaluation of iterative reconstruction algorithms for achieving CT radiation dose reduction—a phantom study / C. T. Dodge [и др.] // Journal of applied clinical medical physics. — 2016. — Т. 17, № 2. — С. 511—531.
27. An evaluation of three commercially available metal artifact reduction methods for CT imaging / J. Y. Huang [и др.] // Physics in Medicine & Biology. — 2015. — Т. 60, № 3. — С. 1047.
28. Tomographic image reconstruction based on minimization of symmetrized Kullback-Leibler divergence / R. Kasai [и др.] // Mathematical Problems in Engineering. — 2018. — Т. 2018.
29. Continuous analog of accelerated OS-EM algorithm for computed tomography / K. Tateishi [и др.] // Mathematical Problems in Engineering. — 2017. — Т. 2017.
30. *Kojima, T.* Multivalued discrete tomography using dynamical system that describes competition / T. Kojima, T. Ueta, T. Yoshinaga // Mathematical Problems in Engineering. — 2017. — Т. 2017.
31. Monochromatic computed microtomography using laboratory and synchrotron sources and X-ray fluorescence analysis for comprehensive analysis of structural changes in bones / A. Buzmakov [и др.] // Journal of applied crystallography. — 2015. — Т. 48, № 3. — С. 693—701.
32. Лабораторные рентгеновские микротомографы: методы предобработки экспериментальных данных / В. Бузмаков А. [и др.] // Известия РАН. Серия Физическая. — 2019. — Т. 83, № 2. — С. 194—197.

33. *Бузмаков Алексей, В.* Рентгеновская микротомография с использованием увеличивающих рентгенооптических элементов: дис. ... к-та физ.-мат. наук: 01.04.07, 01.04.01 / В. Бузмаков Алексей. — М., 2009. — 131 с.
34. Морфогенез и пространственная организация конкриментов эпифиза человека при болезни Альцгеймера, шизофрении и алкоголизме. / Ф. Е. А. [и др.] // Архив патологии. — 2005. — Т. 68(5). — С. 20—22.
35. Effect of 16-day spaceflight on the morphology of thick-toed geckos (*Pachydactylus turnery* Gray, 1846) / G. V. I. [и др.] // Journal of Gravitational Physiology. — 2006. — Т. 13(1). — С. 197—200.
36. Рентгеновская микротомография и рентгенофлуоресцентный анализ кости плодов человека 11–21-й недель развития / В. Савельев С. [и др.] // Клиническая и экспериментальная морфология. — 2015. — Т. 1, № 13. — С. 33—42.
37. Рентгеновская томография при исследовании изменений структуры зерновок в процессе солодорашения / Д. Т. Н. [и др.] // Пиво и напитки. — 2008. — Т. 2. — С. 20—21.
38. *Taubin, M.* Cathodes for medical purpose X-ray tubes / M. Taubin, D. Chesnokov, A. Pavlov // Journal of Physics: Conference Series. Т. 808. — IOP Publishing. 2017. — С. 012004.
39. *Таубин, М. Л.* Оценка температуры фокусного пятна анодов мощных рентгеновских трубок / М. Л. Таубин, А. А. Ясколко, Д. А. Чесноков // Медицинская техника. — 2017. — № 5. — С. 18—20.
40. *Фетисов, В. Г.* Синхротронное излучение. Методы исследования структуры веществ. / В. Г. Фетисов ; под ред. Л. А. Асланова. — М. ФИЗМАТЛИТ, 2007. — С. 672.
41. Реализация рентгеновских томографических схем с применением различных кристаллов-монохроматоров / А. Геранин [и др.] // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 2011. — Т. 77, № 10. — С. 41—44.
42. Laboratory X-ray Microtomography: Ways of Processing Experimental Data / A. Buzmakov [и др.] // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. — 2019. — Т. 83, № 2. — С. 146—149.

43. *Jennings, R. J.* A method for comparing beam-hardening filter materials for diagnostic radiology / R. J. Jennings // Medical physics. — 1988. — T. 15, № 4. — C. 588—599.
44. *U.Wiesemann.* The Scanning transmission X-ray microscopy at BESSY-II. Dissertation for the degree of doctor of philosophy in physics / U.Wiesemann. — University of Göttingen, 2003.
45. A 960×960 fast frame store CCD detector for x-ray photon correlation spectroscopy / J. Weizerick [и др.] // 2014 IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC). — IEEE. 2014. — C. 1—6.
46. *Byun S., H.* Radioisotopes and Radiation Methodology I, II. Lecture Notes. Radiation Sciences Graduate Program / H. Byun S. — Ontario Canada : McMaster University Hamilton, 2017-18.
47. *Nikl, M.* Scintillation detectors for x-rays / M. Nikl // Measurement Science and Technology. — 2006. — T. 17, № 4. — R37.
48. *Fuchs, T.* Direct comparison of a xenon and a solid-state CT detector system: measurements under working conditions / T. Fuchs, M. Kachelriess, W. Kalender // Medical Imaging, IEEE Transactions. — 2000. — T. 19(9). — C. 941—948.
49. XIMEA xiRay 11 MPix. Product Description [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.ximea.com/produktneuheiten/neue-xiray-roentgenkameras> (visited on 01/20/2019).
50. *Cormack, A. M.* Early two-dimensional reconstruction and recent topics stemming from it / A. M. Cormack // Medical physics. — 1980. — T. 7, № 4. — C. 277—282.
51. *Brooks, R. A.* Beam hardening in x-ray reconstructive tomography / R. A. Brooks, G. Di Chiro // Physics in medicine & biology. — 1976. — T. 21, № 3. — C. 390.
52. *Zatz, L. M.* An inaccuracy in computed tomography: the energy dependence of CT values / L. M. Zatz, R. E. Alvarez // Radiology. — 1977. — T. 124, № 1. — C. 91—97.
53. *Duerinckx, A. J.* Polychromatic streak artifacts in computed tomography images. / A. J. Duerinckx, A. Macovski // Journal of Computer Assisted Tomography. — 1978. — T. 2, № 4. — C. 481—487.

54. *Young, S.* Computed tomography: beam hardening and environmental density artifact. / S. Young, H. Muller, W. Marshall // Radiology. — 1983. — Т. 148, № 1. — С. 279—283.
55. *Dewulf, W.* Sense and non-sense of beam hardening correction in CT metrology / W. Dewulf, Y. Tan, K. Kiekens // CIRP Annals-Manufacturing Technology. — 2012. — Т. 61, № 1. — С. 495—498.
56. *Hunter, A. K.* Characterization and correction of cupping effect artefacts in cone beam CT / A. K. Hunter, W. McDavid // Dentomaxillofacial Radiology. — 2012. — Т. 41, № 3. — С. 217—223.
57. Beam hardening artifacts in micro-computed tomography scanning can be reduced by X-ray beam filtration and the resulting images can be used to accurately measure BMD / J. A. Meganck [и др.] // Bone. — 2009. — Т. 45, № 6. — С. 1104—1116.
58. X-ray computed tomography: Practical evaluation of beam hardening in iron ore samples / L. C. Bam [и др.] // Minerals Engineering. — 2019. — Т. 131. — С. 206—215.
59. *Sandborg, M.* Shaping X-ray spectra with filters in X-ray diagnostics / M. Sandborg, C. Carlsson, G. A. Carlsson // Medical and Biological Engineering and Computing. — 1994. — Т. 32, № 4. — С. 384—390.
60. *Elbakri, I. A.* Segmentation-free statistical image reconstruction for polyenergetic x-ray computed tomography with experimental validation / I. A. Elbakri, J. A. Fessler // Physics in Medicine & Biology. — 2003. — Т. 48, № 15. — С. 2453.
61. Reduction of beam-hardening artifacts in X-ray CT / N. Menvielle [и др.] // 2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference. — IEEE. 2006. — С. 1865—1868.
62. An iterative maximum-likelihood polychromatic algorithm for CT / B. De Man [и др.] // IEEE transactions on medical imaging. — 2001. — Т. 20, № 10. — С. 999—1008.
63. An energy-based beam hardening model in tomography / E. Van de Castelee [и др.] // Physics in Medicine & Biology. — 2002. — Т. 47, № 23. — С. 4181.

64. Simplified Statistical Image Reconstruction for X-ray CT with Beam-Hardening Artifact Compensation / M. Abella [и др.] // IEEE transactions on medical imaging. — 2019.
65. Zhao, Y. Iterative beam hardening correction for multi-material objects / Y. Zhao, M. Li // PloS one. — 2015. — Т. 10, № 12. — e0144607.
66. Нелинейный Алгебраический Метод Компьютерной Томографии при Немонохроматическом Источнике / В. Прун [и др.] // Сборник трудов 39-й междисциплинарной школы-конференции ИППИ РАН «Информационные технологии и системы 2015». — 2015. — С. 536—541.
67. Beam Hardening Correction with an Iterative Scheme Using an Exact Backward Projector and a Polychromatic Forward Projector / R. Bock [и др.] // Bildverarbeitung für die Medizin 2007. — Springer, 2007. — С. 46—50.
68. Reconstruction algorithm for polychromatic CT imaging: application to beam hardening correction / C. H. Yan [и др.] // IEEE transactions on medical imaging. — 2000. — Т. 19, № 1. — С. 1—11.
69. An iterative approach to the beam hardening correction in cone beam CT / J. Hsieh [и др.] // Medical physics. — 2000. — Т. 27, № 1. — С. 23—29.
70. Jin, P. A Model-Based Image Reconstruction Algorithm With Simultaneous Beam Hardening Correction for X-Ray CT. / P. Jin, C. A. Bouman, K. D. Sauer // IEEE Trans. Computational Imaging. — 2015. — Т. 1, № 3. — С. 200—216.
71. Krumm, M. Reducing non-linear artifacts of multi-material objects in industrial 3D computed tomography / M. Krumm, S. Kasperl, M. Franz // Ndt & E International. — 2008. — Т. 41, № 4. — С. 242—251.
72. A novel beam hardening correction method requiring no prior knowledge, incorporated in an iterative reconstruction algorithm / L. Brabant [и др.] // Ndt & E International. — 2012. — Т. 51. — С. 68—73.
73. Ketcham, R. A. Beam hardening correction for X-ray computed tomography of heterogeneous natural materials / R. A. Ketcham, R. D. Hanna // Computers & Geosciences. — 2014. — Т. 67. — С. 49—61.
74. Iterative correction of beam hardening artifacts in CT / G. Van Gompel [и др.] // Medical physics. — 2011. — Т. 38, S1.

75. Multi-materials beam hardening artifacts correction for computed tomography (CT) based on X-ray spectrum estimation / W. Zhao [и др.] // arXiv preprint arXiv:1812.02365. — 2018.
76. *Joseph, P. M.* A method for correcting bone induced artifacts in computed tomography scanners. / P. M. Joseph, R. D. Spital // Journal of computer assisted tomography. — 1978. — Т. 2, № 1. — С. 100–108.
77. *Herman, G. T.* A comparative study of two postreconstruction beam hardening correction methods / G. T. Herman, S. S. Trivedi // IEEE transactions on medical imaging. — 1983. — Т. 2, № 3. — С. 128–135.
78. A comparative study of two methods for the correction of beam hardening artifacts in X-ray computed tomography / M. Alarfaj [и др.] // Master's thesis, Oregon State University. — 2012.
79. A general method for cupping artifact correction of cone-beam breast computed tomography images / X. Qu [и др.] // International journal of computer assisted radiology and surgery. — 2016. — Т. 11, № 7. — С. 1233–1246.
80. Automated high accuracy, rapid beam hardening correction in X-ray computed tomography of multi-mineral, heterogeneous core samples / C. Romano [и др.] // Computers & Geosciences. — 2019.
81. Blind deconvolution combined with level set method for correcting cupping artifacts in cone beam CT / S. Xie [и др.] // Medical Imaging 2017: Image Processing. Т. 10133. — International Society for Optics, Photonics. 2017. — 101331Z.
82. *Sarkar, S.* An empirical correction method for beam-hardening artifact in Computerized Tomography (CT) images / S. Sarkar, P. Wahi, P. Munshi // NDT & E International. — 2019. — Т. 102. — С. 104–113.
83. Exploratory research into reduction of scatter and beam hardening in industrial computed tomography using convolutional neural networks / R. Pauwels [и др.] // 9th International Conference on Industrial Computed Tomography, Location: Padova. — 2019.
84. *Herman, G. T.* Correction for beam hardening in computed tomography / G. T. Herman // Physics in Medicine and Biology. — 1979. — Т. 24, № 1. — С. 81.

85. *Coleman, A.* A beam-hardening correction using dual-energy computed tomography / A. Coleman, M. Sinclair // Physics in Medicine & Biology. — 1985. — Т. 30, № 11. — С. 1251.
86. *Hammersberg, P.* Correction for beam hardening artefacts in computerised tomography / P. Hammersberg, M. Mångård // Journal of X-ray Science and Technology. — 1998. — Т. 8, № 1. — С. 75—93.
87. *Joseph, P. M.* A method for simultaneous correction of spectrum hardening artifacts in CT images containing both bone and iodine / P. M. Joseph, C. Ruth // Medical Physics. — 1997. — Т. 24, № 10. — С. 1629—1634.
88. *Kachelrieß, M.* Empirical cupping correction: A first-order raw data precorrection for cone-beam computed tomography / M. Kachelrieß, K. Sourbelle, W. A. Kalender // Medical physics. — 2006. — Т. 33, № 5. — С. 1269—1274.
89. Empirical Dual Energy Calibration (EDEC) for cone-beam computed tomography / M. Kachelrieß [и др.] // 2006 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record. Т. 4. — IEEE. 2006. — С. 2546—2550.
90. Empirical beam hardening correction (EBHC) for CT / Y. Kyriakou [и др.] // Medical physics. — 2010. — Т. 37, № 10. — С. 5179—5187.
91. Case Study of Empirical Beam Hardening Correction Methods for Dimensional X-ray Computed Tomography Using a Dedicated Multi-material Reference Standard / M. Reiter [и др.] // Journal of Nondestructive Evaluation. — 2019. — Т. 38, № 1. — С. 10.
92. A model-based correction method for beam hardening artefacts in X-ray microtomography / E. Van de Casteele [и др.] // Journal of X-ray Science and Technology. — 2004. — Т. 12, № 1. — С. 43—57.
93. *Van de Casteele, E.* Model-based approach for beam hardening correction and resolution measurements in microtomography / E. Van de Casteele. — Universiteit Antwerpen, Faculteit Wetenschappen, Departement Natuurkunde, 2004.
94. Segmentation-free empirical beam hardening correction for CT / S. Schüller [и др.] // Medical physics. — 2015. — Т. 42, № 2. — С. 794—803.

95. Beam hardening correction and its influence on the measurement accuracy and repeatability for CT dimensional metrology applications / Y. Tan [и др.]. — 2012.
96. Simulation-aided investigation of beam hardening induced errors in CT dimensional metrology / Y. Tan [и др.] // Measurement Science and Technology. — 2014. — Т. 25, № 6. — С. 064014.
97. Salmon, P. L. MicroCT bone densitometry: context sensitivity, beam hardening correction and the effect of surrounding media / P. L. Salmon, X. Liu // The Open Access Journal of Science and Technology. — 2014. — Т. 2.
98. Diamond recognition algorithm using two-channel x-ray radiographic separator / D. P. Nikolaev [и др.] // Seventh International Conference on Machine Vision (ICMV 2014). Т. 9445. — International Society for Optics, Photonics. 2015. — С. 944507.
99. Павлинский, Г. Основы физики рентгеновского излучения / Г. Павлинский. — Litres, 2018.
100. X-ray data booklet (2009) / A. Thompson [и др.] // URL <http://xdb.lbl.gov>. — 2009.
101. Handbook of practical X-ray fluorescence analysis / B. Beckhoff [и др.]. — Springer Science & Business Media, 2007.
102. Gokhale, B. G. Contribution à l'étude de la largeur des raies dans les spectres de rayons X / B. G. Gokhale // Annales de Physique. Т. 12. — EDP Sciences. 1952. — С. 852—902.
103. Salem, S. Experimental widths of K and L x-ray lines / S. Salem, P. Lee // Atomic Data and Nuclear Data Tables. — 1976. — Т. 18, № 3. — С. 233—241.
104. Sorum, H. The K α 1, 2 x-ray spectra of the 3d transition metals Cr, Fe, Co, Ni and Cu / H. Sorum // Journal of Physics F: Metal Physics. — 1987. — Т. 17, № 2. — С. 417.
105. The xraylib library for X-ray–matter interactions. Recent developments / T. Schoonjans [и др.] // Spectrochimica Acta Part B: Atomic Spectroscopy. — 2011. — Т. 66, № 11/12. — С. 776—784.

106. *Фелдман, Л.* Основы анализа поверхности и тонких пленок: Пер. с англ / Л. Фелдман, Д. Майер. — Мир, 1989.
107. *Crystals S., G.* Efficiency calculations for selected scintillators / G. Crystals S. — Saint-Gobain Ceramics & Plastics, 2016.
108. Light emission efficiency and imaging performance of Lu₂O₃: Eu nanophosphor under X-ray radiography conditions: Comparison with Gd₂O₂S: Eu / I. Seferis [и др.] // Journal of Luminescence. — 2014. — Т. 151. — С. 229—234.
109. *Олег, В.* Математический анализ. Учебник для ВУЗов / В. Олег. — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2017. — С. 752.
110. *Bruker, C.* Micro CT scan SKYSCAN 1272 [Электронный ресурс] / C. Bruker // Дата обращения: 17.01.2020. — 2015. — URL: <https://www.bruker.com/products/micromotography/micro-ct-for-sample-scanning/skyscan-1272/overview.html>.
111. To image analysis in computed tomography / C. Marina [и др.] // Т. 10341. — 2017. — URL: <https://doi.org/10.1111/12.2268616>.
112. A level set method for cupping artifact correction in cone-beam CT / S. Xie [и др.] // Medical physics. — 2015. — Т. 42, № 8. — С. 4888—4895.
113. *Xie, S.* An energy minimization method for the correction of cupping artifacts in cone-beam CT / S. Xie, W. Zhuang, H. Li // Journal of applied clinical medical physics. — 2016. — Т. 17, № 4. — С. 307—319.
114. Initial study of quasi-monochromatic x-ray beam performance for x-ray computed mammotomography / R. L. McKinley [и др.] // IEEE transactions on Nuclear Science. — 2005. — Т. 52, № 5. — С. 1243—1250.
115. *Lifton, J. J.* The application of beam hardening correction for industrial x-ray computed tomography / J. J. Lifton, A. A. Malcolm, J. W. McBride // Proc. 5th Int. Symp. NDT in Aerospace. — Singapore Institute of Manufacturing Technology. 2013.
116. *Усанов Михаил, С.* Опыт применения адаптивных гомоморфных фильтров для обработки компьютерных томограмм / С. Усанов Михаил, С. Кульберг Николай, П. Морозов Сергей // Информационные технологии и вычислительные системы. — 2017. — С. 33.

117. *Jorge, N.* Numerical Optimization / N. Jorge, W. Stephen J. — Springer, 1999.
118. *B. И., Р.* Численные методы оптимизации: Учебное пособие / Р. В. И. — ТПУ, 2013.
119. Fast and flexible X-ray tomography using the ASTRA toolbox / W. van Aarle [и др.] // Optics express. — 2016. — Т. 24, № 22. — С. 25129—25147.
120. The ASTRA Toolbox: A platform for advanced algorithm development in electron tomography / W. van Aarle [и др.] // Ultramicroscopy. — 2015. — Т. 157. — С. 35—47.
121. *Feldkamp, L. A.* Practical cone-beam algorithm / L. A. Feldkamp, L. C. Davis, J. W. Kress // Josa a. — 1984. — Т. 1, № 6. — С. 612—619.
122. TomoPhantom, a software package to generate 2D–4D analytical phantoms for CT image reconstruction algorithm benchmarks / D. Kazantsev [и др.] // SoftwareX. — 2018. — Т. 7. — С. 150—155.
123. Realistic CT simulation using the 4D XCAT phantom / W. P. Segars [и др.] // Medical physics. — 2008. — Т. 35, № 8. — С. 3800—3808.
124. syris: a flexible and efficient framework for X-ray imaging experiments simulation / T. Faragó [и др.] // Journal of synchrotron radiation. — 2017. — Т. 24, № 6. — С. 1283—1295.
125. ITK: enabling reproducible research and open science / M. M. McCormick [и др.] // Frontiers in neuroinformatics. — 2014. — Т. 8. — С. 13.
126. The Reconstruction Toolkit (RTK), an open-source cone-beam CT reconstruction toolkit based on the Insight Toolkit (ITK) / S. Rit [и др.] // Journal of Physics: Conference Series. Т. 489. — IOP Publishing. 2014. — С. 012079.
127. CASToR: a generic data organization and processing code framework for multi-modal and multi-dimensional tomographic reconstruction / T. Merlin [и др.] // Physics in Medicine & Biology. — 2018. — Сент. — Т. 63, № 18. — С. 185005. — URL: <https://doi.org/10.1088%2F1361-6560%2Faadac1>.

128. The PyHST2 hybrid distributed code for high speed tomographic reconstruction with iterative reconstruction and a priori knowledge capabilities / A. Mirone [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms. — 2014. — Т. 324. — С. 41—48.

Список рисунков

1.1	Принципиальная схема получения набора трансмиссионных изображений.	13
1.2	Конусная и параллельная геометрические схемы получения набора трансмиссионных изображений в трехмерной задаче томографии.	14
1.3	Веерная геометрическая схема получения набора изображений в двумерной задаче томографии.	15
1.4	Геометрическая схема формирования сигнала, регистрируемого одной ячейкой детектора, иллюстрирующая связь источник-образец-детектор.	16
1.5	Сравнение работы алгоритмов реконструкции “обратного проецирования” и “обратного проецирования с фильтрацией”.	21
1.6	Схема подсчета весовых коэффициентов в алгебраическом алгоритме томографической реконструкции (взято из [21]).	23
1.7	Фотография внешнего (слева) и внутреннего (справа) вида томографа, собранного и функционирующего в ФНИЦ “Кристаллография и Фotonика” РАН.	26
1.8	Рентгеновская трубка: а) – схема трубы с водяным охлаждением; б) – фотография трубы с <i>Mo</i> анодом.	27
1.9	Фотография гониометра.	29
1.10	Фотография детектора модели XIMEA xiRay 11 MPix.	30
1.11	Иллюстрация чашевидных искажений: а) реконструкция фантома по изображению, зарегистрированному с помощью монохроматического излучения, методом FBP; б) – полихроматического излучения; в) – профили яркости по указанным на а – б линиям.	32
2.1	Алюминиевый образец, использованный в эксперименте. Белым цветом выделена область, участвующая в эксперименте.	53
2.2	Принципиальная схема закрепления образца.	53

2.3 Сформированное детектором XiRay 11 MPix изображение алюминиевого образца. Красными линиями показаны области, использованные для оценки уровня сигнала при определенной толщине образца.	54
2.4 Сравнение результатов моделирования отклика рентгеновского лабораторного микротомографа при зондировании алюминиевого образца в предложенной и монохроматической моделях.	54
2.5 Спектральное распределение светимости излучения молибденовой рентгеновской трубки и эффективность поглощения рентгеновского излучения сцинтиллятором из $Gd_2O_2S : Tb$	55
2.6 Спектральное распределение облученности сцинтиллятора из $Gd_2O_2S : Tb$ и эффективность регистрации света сенсором модели KAI-11002-D.	56
2.7 Полихроматические лучевые интегралы, вычисленные с помощью пакета XRayUtil, и их аппроксимация классом степенных функций. Значения параметров: молибденовый анод, ток 20 mA, напряжение 60 кВ, фильтр не установлен, детектор модели Ximea XiRay 11MPix.	62
2.8 Поиск функции коррекции для полихроматического лучевого интеграла полученного при зондировании алюминиевого образца. а) – Полихроматический лучевой интеграл и его аппроксимация двухпараметрической степенной функцией; б) – остаточная ошибка применения функций коррекции к полихроматическому лучевому интегралу.	66
3.1 Результат реконструкции центрального слоя образца с оптически плотными включениями алгоритмом обратного проецирования с фильтрацией: а) – реконструированное изображение. Красными прямоугольниками показаны области, выбранные для увеличенного изображения на б – г.	70
3.2 Маска изображения центрального слоя образца с оптически плотными включениями.	75

3.3	Пошаговая работа алгоритма на одном объекте изображения: а) – часть изображения с объектом; б) – маска объекта; в) – евклидова карта расстояний; г) – центральная область объекта и область для расчета показателя количественной выраженности чашевидных артефактов.	75
3.4	Тестовые изображения для моделирования: а) – фантом № 1; б) – фантом № 2; в) – фантом № 3; г) – фантом № 4; д) – фантом № 5; е) – фантом № 6.	77
3.5	Спектральная плотность облученности с различной толщиной алюминиевого фильтра.	78
3.6	Синограммы, полученные численным моделированием, а) – синограммы от фантома № 1; б) – от фантома № 2; в) – от фантома № 3. Для каждого фантома левая синограмма рассчитана без использования фильтра, средняя с фильтром толщиной 1 мм, правая – фильтр толщиной 2 мм. Горизонтальная ось синограммы отвечает за номер точки детектора, вертикальная – за номер проекционного угла.	79
3.7	График зависимости показателя CE от толщины фильтра рентгеновского излучения для фантомов № 1-6.	80
3.8	Результат реконструкции без фильтра (первое изображение по горизонтали); второе – толщина фильтра 0.5 мм; третье – толщина фильтра 1.0 мм; четвертое – профили яркости изображений по указанным линиям. На а – е результаты для фантома 1 – 6, соответственно.	83
4.1	Геометрическая форма фантомов: а) – фантом № 1; б) – № 2; б) – № 3; г) – № 4.	91
4.2	Рассчитанные трансмиссионные изображения, для фантомов: а) – № 1; б) – № 2; б) – № 3; г) – № 4. Материал – Са.	92
4.3	Полихроматические лучевые интегралы, вычисленные с помощью пакета “XRayUtil”, и их аппроксимация классом степенных функций.	93
4.4	Зависимость СКО скорректированных значений от их среднего значения при различных значениях параметра функции коррекции. Изображения а–г соответствуют номерам фантомов № 1 – 4. Материал – Са.	94

4.5 Результат реконструкции с (первое изображение по горизонтали) и без (второе) предварительной коррекции рассчитанных трансмиссионных изображений для фантомов из Са. Третье – профили яркости изображений по указанным линиям. На а) – г) результаты для фантома 1 – 4, соответственно.	96
4.6 а) – Тестовое изображение двухкомпонентного фантома; б) – рассчитанное трансмиссионное изображение от него, материал объектов фантома – Fe и Ti.	98
4.7 Результат реконструкции фантома с применением метода предварительной коррекции (первое изображение по горизонтали), второе – без применения, третье – профили яркости изображений по указанным линиям. На а) – результаты для фантома из Fe и Cu, б) – Fe и Sn, в) – Fe и Ti,	99
4.8 Зависимость показателя выраженности чашевидных артефактов для двухкомпонентного образца от химического элемента включений.	100
5.1 Взаимодействие модулей программного комплекса.	106
5.2 Результаты модуля имитационного моделирования: а) – Маска фантома; б) – рассчитанная синограмма.	118
5.3 Пример применения комплекса программ: а) – результат реконструкции алгоритмом обратного проецирования с фильтрацией; б) – результат реконструкции тем же алгоритмом с предварительной коррекцией; в) – профили изображений по указанным на а – б линиям.	119
5.4 Детский молочный зуб, использованный в эксперименте.	120
5.5 Верхнее изображение – сформированное детектором XiRay 11 MPix изображение детского зуба. Синей линией показана строка детектора, синограмма которой показана на нижнем изображении.	121
5.6 Результат применения программного комплекса для реконструкции экспериментальных данных детского зуба: а) – результат реконструкции алгоритмом обратного проецирования с фильтрацией; б) – результат реконструкции тем же алгоритмом с предварительной коррекцией; в) – маска изображения, г) – профили изображений по указанным на а – в линиям.	122

Список таблиц

1	Среднеквадратическое отклонение экспериментальных значений от значений, рассчитанных согласно закону Бугера-Ламберта-Бера для различных показателей поглощения.	57
2	Найденные параметры аппроксимирующей степенной функции. Полихроматические лучевые интегралы получены с помощью пакета XRayUtil. Значения параметров: молибденовый анод, ток 20 mA, напряжение 30 кВ, фильтр не установлен, детектор модели Ximea XiRay 11MPix	63
3	Показатель CE для реконструкций фантомов № 1-6 от синограмм, рассчитанных вне зависимости от использования и толщины фильтра.	80
4	Значения найденных параметров функции коррекции для фантомов из различных веществ.	95
5	Показатель CE количественной выраженности чашевидных артефактов для реконструкций фантомов из различных веществ. В толбцах указаны номера фантомов, в скобке (без) – без предварительной коррекции, (с) – с предварительной коррекцией. . .	97