

УТВЕРЖДАЮ

Директор ФИЦ ИУ РАН,  
академик РАН.  
Соколов И.А.



«07»

11

2017 г.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр  
«Информатика и управление» Российской академии наук»

Диссертация «Перечисление помеченных связанных графов с заданными свойствами блоков» выполнена в отделе распознавания, защиты и анализа информации Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук».

В период подготовки диссертации с 2015 г. по настоящее время соискатель **Мелешко Анна Константиновна** работала на кафедре ФН12 «Математического моделирования» Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана в должности ассистента.

В 2015 г. А.К. Мелешко окончила Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана по специальности «прикладная математика». Справка о прикреплении к аспирантуре Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук» для подготовки диссертации на соискание ученой степени кандидата наук по научной специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика без освоения программ подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и сдаче кандидатских экзаменов выдана в 2017 году.

Научные руководители:

- доктор физико-математических наук, профессор Леонтьев Владимир Константинович. Основное место работы – Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук», отдел распознавания, защиты и анализа информации, должность – главный научный сотрудник.

- доктор физико-математических наук Воблый Виталий Антониевич. Основное место работы – Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Всероссийский институт научной и технической информации Российской академии наук, отдел научной информации по фундаментальной и прикладной математике, должность – ведущий научный сотрудник.

По итогам обсуждения диссертации «Перечисление помеченных связных графов с заданными свойствами блоков» **принято следующее заключение.**

### **Актуальность темы диссертации**

Теория перечисления графов является важным разделом теории графов. Перечисление графов применяется не только в дискретной математике, но и в таких областях естествознания, как статистическая физика и структурная химия. Результаты перечисления помеченных графов используются также для их случайной генерации при анализе эффективности алгоритмов.

Кактусы являются после деревьев вторым по простоте классом графов и находят широкое применение в различных областях математики и информатики. Хотя задача перечисления кактусов была давно решена, многие подклассы кактусов не были перечислены. Класс полноблочно-кактусных графов является естественным расширением класса кактусов. Ряд задач алгоритмической теории графов, являющихся в общем случае NP-полными задачами, может быть решен в этом классе полиномиальными алгоритмами.

Класс полноблочно-кактусных графов не был перечислен.

Геометрические графы применяются при проектировании компьютерных сетей. Класс внешнепланарных графов является тестовым для класса планарных графов и используется при исследовании эффективности алгоритмов. Классы геометрических, внешнепланарных, а также эйлеровых  $k$ -циклических графов не были перечислены до настоящего времени.

Все эти нерешенные задачи перечисления графов обусловили актуальность темы диссертации.

**Цели и задачи диссертации:** Перечисление некоторых классов помеченных связных графов с заданными свойствами блоков, нахождение для числа таких графов явных формул и соответствующей асимптотики.

### **Основные результаты диссертации:**

1. Перечислены полноблочно-кактусные графы и найдена соответствующая асимптотика для этих графов. Получены явные формулы для числа кактусов: кактусов с заданным числом вершин, кактусов без треугольников, гладких

кактусов, двудольных кактусов. Также были получены явные формулы для числа  $k$ -циклических полноблочно-кактусных графов и блочно-колесных графов. Найдена асимптотика для числа кактусов без треугольников.

2. Перечислены эйлеровы графы: эйлеровы полноблочные графы, эйлеровы двудольные кактусы, эйлеровы полноблочно-кактусные графы. Получены явные формулы для числа эйлеровых тетрациклических блоков и графов. Была получена явная формула для числа графов розы, которые являются кактусами, а также  $k$ -циклическими эйлеровыми графами. Найдена асимптотика для числа эйлеровых кактусов и эйлеровых пентациклических блоков.
3. Получены явные формулы для числа геодезических графов: геодезических эйлеровых кактусов, геодезических полноблочно-кактусных графов, геодезических  $k$ -циклических графов.
4. Перечислены внешнепланарные бициклические и трициклические графы и получена соответствующая асимптотика для числа таких графов. Были получены явные формулы для числа планарных полноблочно-кактусных графов и найдена соответствующая асимптотика для числа таких графов.
5. В работе доказывается ряд следствий из перечислительных теорем о свойствах рассматриваемых графов:
  - почти все кактусы содержат треугольники,
  - почти все полноблочно-кактусные графы не являются кактусами и планарными графами,
  - почти все внешнепланарные бициклические и трициклические графы являются кактусами,
  - при равномерном распределении вероятностей, вероятность того, что помеченный связный эйлеров тетрациклический граф является блоком, равна  $\frac{2}{11}$ .

**Научная новизна работы.** Все основные результаты диссертации являются новыми и ранее никем получены не были.

**Практическая ценность** результатов диссертации. Диссертация имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут найти применение в исследованиях по перечислению графов. Ряд разделов диссертации могут быть использованы в спецкурсе для аспирантов по специальности “Дискретная математика и математическая кибернетика”.

**Обоснованность и достоверность результатов и выводов.** Достоверность изложенных в диссертации результатов обусловлена строгостью математических доказательств всех утверждений, а также независимой экспериментальной проверкой всех полученных формул.

**Материалы диссертации опубликованы автором достаточно полно** в 19 печатных изданиях, 3 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК РФ [3, 6, 17]:

1. Воблый В.А., Мелешко А.К. Новая формула для числа помеченных кактусов с заданным числом вершин. // Тез. докл. Международной науч. конфер. «Дискретная математика, теория графов и их прилож.», Минск. – 2013. – С. 9-11.
2. Воблый В.А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных эйлеровых полноблочных графов. // Материалы XV Международного научно-практического семинара «Комбинаторные конфигурации и их приложения», Кировоград. – 2013. – С. 15-18.
3. Воблый В.А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных полноблочно-кактусных графов. // Дискретный анализ и исследование операций. – 2014. – Т. 21. – № 2. – С. 24-32.
4. Воблый В. А., Мелешко А.К. Асимптотическое перечисление помеченных эйлеровых кактусов. // Материалы XVII Международн. конфер. «Проблемы теоретической кибернетики», Казань. – 2014. – С. 58-60.
5. Воблый В.А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных тетрациклических эйлеровых блоков. // Материалы XVII Международн. конфер. «Проблемы теоретической кибернетики», Казань. – 2014. – С. 60-62.
6. Воблый В.А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных эйлеровых тетрациклических графов. // Дискретный анализ и исследование операций. – 2014. – Т. 21. – № 5. – С. 17-22.
7. Воблый В. А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных графов розы. // Материалы XVI Международного научно-практического семинара «Комбинаторные конфигурации и их приложения», Кировоград. – 2014. – С. 27-29.
8. Мелешко А.К. Перечисление помеченных гладких кактусов. // Материалы X Молодежной научной школы по дискретной математике и ее приложениям, Москва. – 2015. – С. 50-51.
9. Воблый В. А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных двудольных кактусов. // IX Международн. конф. «Дискретная математика и теории управляющих систем», МГУ. – 2015. – С. 56-58.

10. Воблый В.А., Мелешко А.К., Перечисление помеченных эйлеровых двудольных кактусов. // Материалы XVII Международного научно-практического семинара «Комбинаторные конфигурации и их приложения», Кировоград. – 2015. – С. 23-25.
11. Мелешко А.К. Перечисление помеченных геодезических эйлеровых кактусов. // Материалы международной научной конференции “Дискретная математика, алгебра и их приложения”, Минск. – 2015. – С. 120-122.
12. Мелешко А.К. Перечисление помеченных геодезических полноблочно-кактусных графов. /// Материалы шестнадцатого симпозиума по прикладной и промышленной математике, Сочи-Дагомыс, 2015. – С. 480-481.
13. Voblyi V.A., Meleshko A.K. Asymptotic enumeration of labeled Eulerian pentacyclic blocks. // International Russian-Chinese conference “Actual problems of Applied Mathematics and Physics”, Nalchik, 2015, – P. 212-214.
14. Воблый В.А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных непланарных тетрациклических графов. // Материалы XVIII Международного научно-практического семинара «Комбинаторные конфигурации и их приложения», Кировоград, 2016. – С. 33-36.
15. Воблый В.А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных цветочно-колесных графов. // Материалы Всероссийской конференции “XV Сибирская научная школа-семинар с международным участием “Компьютерная безопасность и криптография”, SIBERCRYPT’16”, Новосибирск. – 2016. – С. 109-110.
16. Воблый В.А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных планарных полноблочно-кактусных графов. // Материалы XX международного семинара «Дискретная математика и ее приложения» имени академика О.Б. Лупанова, МГУ, 2016. – С. 287-290.
17. Воблый В.А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных внешнепланарных бициклических и трициклических графов. // Дискретный анализ и исследование операций, 2017. – Т. 24. – № 2. – С. 18-31.
18. Воблый В.А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных геодезических  $k$  – циклических графов. // Проблемы теоретической кибернетики, Материалы XVIII международной конференции, Пенза, 19-23 июня 2017. – С. 56-58.
19. Воблый В.А., Мелешко А.К. Перечисление помеченных кактусов без треугольников. // Материалы XIX Международного научно-практического семинара «Комбинаторные конфигурации и их приложения», Кировоград, 2017. – С. 17-19.

**Личный вклад соискателя** в работах с соавторами. В работах, опубликованных в соавторстве с научным руководителем В.А. Воблым, вклад соискателя состоит в решении задачи, поставленной руководителем, и изложении результатов, а вклад руководителя – в постановке задачи и редактировании текста.

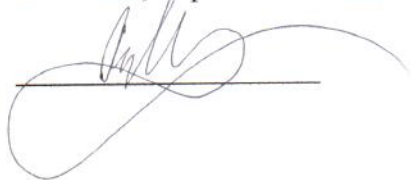
**Основные результаты работы** докладывались на следующих научных конференциях и семинарах:

1. Международная научная конференция «Дискретная математика, теория графов и их приложения» (Минск, 2013);
2. Международная научная конференция “Дискретная математика, алгебра и их приложения” (Минск, 2015);
3. Международная конференция «Проблемы теоретической кибернетики» (Казань, 2014, 2017);
4. IX Международная конференция «Дискретная математика и теории управляющих систем» (Москва, ФГБОУ МГУ, 2015);
5. International Russian-Chinese conference “Actual problems of Applied Mathematics and Physics”(Нальчик, 2015);
6. Шестнадцатый симпозиум по прикладной и промышленной математике, (Сочи-Дагомыс, 2015).
7. Всероссийская конференция “XV Сибирская научная школа-семинар с международным участием “Компьютерная безопасность и криптография”, SIBERCRYPT’16”, (Новосибирск, 2016).
8. Международный научно-практический семинар «Комбинаторные конфигурации и их приложения» (Кировоград, 2013, 2015, 2016, 2017);
9. X Молодежная научная школа по дискретной математике и ее приложениям. (Москва, 2015);
10. XX Международный семинар «Дискретная математика и ее приложения» имени академика О.Б. Лупанова, (ФБГОУ МГУ, 2016).

**Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.**

Диссертация «Перечисление помеченных связанных графов с заданными свойствами блоков» **Мелешко Анны Константиновны** рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности **01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.**

Заключение принято единогласно на заседании семинара отдела распознавания, защиты и анализа информации Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук». Присутствовало на заседании 17 человек. Результаты голосования: «за» – 17 чел., «против» – нет, «воздержались» – нет. Протокол № 5 от 19 сентября 2017 г.



Рудаков Константин Владимирович  
академик РАН, д.ф.-м.н., профессор