

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»  
Российской академии наук

На правах рукописи



Старожилец Всеволод Михайлович

**Мезоскопическое моделирование транспортных потоков и  
управление въездами на основе данных из разнородных  
источников**

Специальность 2.3.8 —  
«Информатика и информационные процессы»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
кандидат физико-математических наук  
Чехович Юрий Викторович

Москва — 2026

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение</b> . . . . .	5
<b>Глава 1. Математические модели транспортных потоков</b> . . . . .	11
1.1 Макроскопические модели . . . . .	11
1.1.1 Модель Лайтхилла-Уизема-Ричардса (LWR) . . . . .	12
1.1.2 Модель Танака . . . . .	14
1.1.3 Модель Уизема . . . . .	15
1.1.4 Модель Пейна . . . . .	15
1.1.5 Современные исследования и обобщения . . . . .	16
1.2 Микроскопические модели . . . . .	17
1.2.1 Модель оптимальной скорости Ньюэлла . . . . .	17
1.2.2 Модель следования за лидером «Дженерал Моторс» . . . . .	18
1.2.3 Модель Трайбера «разумного водителя» . . . . .	19
1.2.4 Модель клеточных автоматов . . . . .	21
1.3 Мезоскопические модели . . . . .	22
1.4 Теория трёх фаз Кернера . . . . .	23
1.5 Заключение . . . . .	24
<b>Глава 2. Построение фундаментальной диаграммы <math>Q(\rho)</math></b> . . . . .	26
2.1 Алгоритм построения фундаментальной диаграммы . . . . .	26
2.2 Расчёт скорости волны торможения . . . . .	29
2.3 Заключение . . . . .	32
<b>Глава 3. Восстановление числа проехавших по магистрали</b>	
<b>АТС на основе данных с GPS-треков</b> . . . . .	33
3.1 Постановка задачи восстановления данных . . . . .	33
3.1.1 Задача агрегации для данных с автомагистрали . . . . .	33
3.1.2 Задача агрегации для данных со въездов-съездов . . . . .	35
3.2 Выбор модели для предсказания числа АТС . . . . .	36
3.3 Алгоритм восстановления суммарного потока на въездах и съездах	38
3.4 Вычислительный эксперимент . . . . .	38
3.4.1 Описание данных . . . . .	39
3.4.2 Эксперимент на автомагистрали . . . . .	40

	Стр.
3.4.3 Эксперимент на въездах и съездах . . . . .	46
3.5 Заключение . . . . .	47
<b>Глава 4. Описание математической модели . . . . .</b>	<b>49</b>
4.1 Структура модели . . . . .	49
4.1.1 Внутренние свойства модели . . . . .	49
4.1.2 Внешние свойства модели . . . . .	51
4.2 Алгоритмы перемещения и объединения групп АТС . . . . .	53
4.2.1 Движение групп АТС по ребру . . . . .	53
4.2.2 Объединение двух групп АТС . . . . .	56
4.2.3 Перемещение групп АТС между ребрами . . . . .	57
4.3 Расчетный цикл . . . . .	58
4.3.1 Расчет потенциала трансфера . . . . .	58
4.3.2 Процедура расчета . . . . .	60
4.4 Заключение . . . . .	61
<b>Глава 5. Вычислительные эксперименты. Проверка работоспособности модели . . . . .</b>	<b>62</b>
5.1 Модельные данные . . . . .	63
5.1.1 Прямая дорога . . . . .	63
5.1.2 Прямая дорога с сужением и синусоидальным потоком . . . . .	64
5.1.3 Прямая дорога с пропадающим сужением . . . . .	65
5.1.4 Перекресток со съездом . . . . .	66
5.1.5 Перекресток с въездом . . . . .	67
5.2 Данные дорожных датчиков . . . . .	68
5.2.1 Прямая дорога . . . . .	68
5.2.2 Эксперимент с перекрытием полосы . . . . .	69
5.3 Заключение . . . . .	71
<b>Глава 6. Вычислительный эксперимент на данных Московской кольцевой автомобильной дороги . . . . .</b>	<b>72</b>
6.1 Построение модели МКАД . . . . .	72
6.2 Генерация синтетических данных на въездах . . . . .	73
6.3 Описание данных . . . . .	75

6.4	Моделирование МКАД без вычисления всех фундаментальных диаграмм . . . . .	78
6.4.1	Эксперименты со средней загрузкой. . . . .	79
6.4.2	Эксперименты с высокой загрузкой . . . . .	82
6.4.3	Эксперименты с высокой загрузкой с длинными въездами	85
6.5	Моделирование МКАД с вычислением всех фундаментальных диаграмм . . . . .	85
6.5.1	Эксперименты со средней загрузкой . . . . .	88
6.5.2	Эксперименты с высокой загрузкой . . . . .	91
6.5.3	Сравнение с экспериментами с несколькими фундаментальными диаграммами . . . . .	94
6.6	Заключение . . . . .	94
<b>Глава 7. Сравнение результатов моделирования мезоскопической моделью с моделью разумного водителя (IDM) . . . . .</b>		
7.1	Прямой участок автомагистрали . . . . .	96
7.2	Моделирование всей автомагистрали . . . . .	97
7.3	Выводы сравнения с моделью IDM . . . . .	100
<b>Заключение . . . . .</b>		<b>102</b>
<b>Список рисунков . . . . .</b>		<b>111</b>

## Введение

Работа посвящена мезоскопическому моделированию транспортных потоков в большой автомобильной сети с использованием данных из разнородных источников и групп автомобильно-транспортных средств (АТС).

Развитие современных технологий сбора и хранения данных, удешевление аппаратуры по видеофиксации, развитие технологий автоматизированного обнаружения нарушений правил дорожного движения (ПДД), а также сбор больших объемов данных о движении транспортных средств по автомобильно-транспортным сетям с помощью GPS и ГЛОНАСС навигаторов привело к значительному увеличению объёмов разнородных данных о движении автомобилей в транспортных сетях. Данная ситуация не только открыла для исследователей возможности по моделированию более крупных транспортных сетей, но и поставила новые задачи связанные с оптимизацией вычислительной сложности моделей.

Классические работы по моделированию транспортных потоков восходят к 50-ым годам прошлого века, когда наблюдалось бурное развитие газовой динамики. Тогда же появились первые макроскопические модели, в которых транспортный поток уподобляется потоку «мотивированной» сжимаемой жидкости [23]. В модели Лайтхилла – Уизема – Ричардса (LWR) [25] транспортный поток уподобляется потоку сжимаемой жидкости и описывается законом сохранения количества автомобилей. При этом в модели постулируется существование однозначной функциональной зависимости между величиной интенсивности транспортного потока автомобилей и его плотностью. Эту зависимость называют фундаментальной диаграммой. В современном же макроскопическом подходе транспортный поток описывается нелинейной системой гиперболических уравнений второго порядка для плотности и скорости потока в различных постановках [39; 52].

Другим подходом к моделированию транспортных потоков является микроскопический подход в котором моделируется движение каждого транспортного средства в системе. Классическим примером такой модели является модель следования за лидером, где скорость каждого автомобиля рассчитывается в зависимости от характеристик впередиидущего АТС (лидера) [47]. В современных исследованиях также пытаются учесть разнородность транспорт-

ных средств в потоке АТС. В работе [9] детально рассматривается движение транспортного потока состоящего из автомобилей, автобусов, двухколесных и трехколесных мотоциклов на двухполосной дороге. В [16] рассматривается смешанный поток из велосипедов и автомобилей. В [15; 24] для той же задачи моделирования смешанного потока используются клеточные автоматы.

Работ по мезоскопическому подходу в моделировании транспортных потоков мало, и они достаточно различны чтобы выделить какое-либо направление развития в них. Из относительно современных подходов в мезоскопическом моделировании можно выделить [33], где рассматривается комбинация микро-, мезо- и макроскопических моделей для расчета выделения углекислого газа в атмосферу в транспортной сети, а также [40], где мезоскопическая модель используется для моделирования пешеходного движения, однако в ней проводятся расчеты вычислительной сложности полученной модели и проводится сравнение зависимости вычислительных затрат относительно плотности потока пешеходов для рассматриваемой мезоскопической модели и выбранных микро- и макро- моделей.

Оптимизация пропускной способности именно выделенной автомагистрали на основе светофорного управления [54] не столь распространенная тема в моделировании транспортных потоков. Чаще рассматриваются задачи оптимального управления перекрестком где все дороги считаются равноправными [12; 29]. Отдельная большая задача — это оптимизация выхлопов автомобилей в транспортной сети как в работе [17]. В [34] рассматривается схожая задача управления въезда на автомагистраль с транспортными средствами с автоматическим управлением (Connected and Automated Vehicles) в качестве катализаторов движения. В работе [18] задача адаптивного управления светофорами с целью увеличения эффективности управления по сравнению со стандартным и уменьшению времени, проведенного водителями в пути. С другой стороны, задача адаптивного управления светофорами на въездах на автомагистраль призвана увеличить пропускную способность выделенной магистрали без необходимости в её расширении, что зачастую невозможно особенно в пределах города.

Отметим достоинства и недостатки вышеизложенных типов моделей. Микроскопические модели более вычислительно сложны ввиду необходимости расчётов движения каждого отдельного транспортного средства, однако позволяют более детально просчитывать перекрестки и проводить эксперименты

с светофорным управлением въездами. Макроскопические модели, основанные на гидродинамике, наследуют их проблемы с существенно разрывными потоками, возникающими при моделировании светофорного управления в транспортных сетях, однако более вычислительно мощные и позволяют моделировать поведение автомобилей на магистралях большой протяженности при любой плотности АТС на ней. В мезоскопических моделях необходимо рассматривать подход каждого автора в отдельности так как всё зависит от принципов построения изложенной модели.

Моделирование же крупных транспортных сетей на сегодняшний день представлено в [1; 3] в виде примеров применения существующих программных пакетов, таких как SUMO (Simulation of Urban Mobility), iTETRIS (An Integrated Wireless and Traffic Platform for Real-Time Road Traffic Management Solutions) и др. Хотя детальное описание подхода к моделированию автомагистрали в данных пакетах зачастую отсутствует, большая часть таких программных пакетов использует микроскопический подход к моделированию транспортной сети [37] ввиду простоты программной реализации таких подходов и необходимости в моделировании городской транспортной сети с большим числом перекрестков и светофоров.

В данной работе предлагается новый мезоскопический подход к моделированию транспортных потоков в транспортной сети высокой загруженности основанный на моделировании движения не каждого отдельного автомобиля, а движения групп автомобильно-транспортных средств. Для расчёта скорости каждой группы в каждый момент времени предлагается использовать фундаментальную диаграмму поток-плотность [55]. Построение фундаментальной диаграммы на каждом сегменте транспортной сети производится на основе комплексирования данных с дорожных датчиков и GPS-треков. Восстановление данных с GPS-треков с помощью имеющихся данных с дорожных датчиков ввиду того, что на данных с GPS-треков видна только доля от реального числа проезжающих автомобилей.

**Целью** данной работы является разработка мезоскопической модели транспортных потоков на основе комплексированных данных с дорожных датчиков и GPS-треков пригодной для моделирования транспортной сети, а также проверка гипотез о сценариях увеличения пропускной способности транспортных сетей большого масштаба.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Идентификация модели с использованием данных с GPS-треков и дорожных датчиков;
2. Построение фундаментальных диаграмм поток-плотность для всех сегментов транспортной сети на основе данных с дорожных датчиков и GPS-треков;
3. Разработка мезоскопической модели транспортных потоков и показать ее состоятельность;
4. Проведение моделирования существующей автомагистрали и показать теоретическую возможность повышения ее пропускной способности с помощью адаптивного управления;
5. Проведение сравнения с классической моделью транспортных потоков.

**Научная новизна:**

1. Впервые была построена мезоскопическая модель на основе групп АТС с использованием фундаментальной диаграммы поток-плотность на основе комплексированных данных;
2. Проведено исследование на адекватность моделирования на модельных и реальных данных;
3. Было выполнено оригинальное исследование о применимости предложенной модели к адаптивному управлению выделенной автомагистрали с целью потенциального увеличения её пропускной способности.

**Практическая значимость** Разработанная модель позволяет проводить сценарное моделирование масштабных транспортных сетей с использованием разнородных источников данных.

**Методология и методы исследования.** Экспериментальное исследование проводилось с использованием программно-алгоритмического комплекса, разработанного автором.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Мезоскопическая математическая модель транспортных потоков на основе групп АТС с использованием фундаментальных диаграмм поток-плотность для расчёта скорости автомобилей;
2. Методика идентификации модели на основе комплексирования разнородных данных;

3. Подтверждение работоспособности модели путём моделирования всевозможных базовых конфигураций дорожной сети;
4. Подтверждение вычислительной эффективности модели для моделирования движения автомобилей по транспортным сетям большого масштаба.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается математической точностью изложенных алгоритмов и описаниями проведённых экспериментов, допускающими их воспроизводимость. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на:

1. 11-я Международная конференция «Интеллектуализация обработки информации», 2016
2. 18-я Всероссийская конференция с международным участием «Математические методы распознавания образов», 2017
3. 19-я Всероссийская конференция с международным участием «Математические методы распознавания образов», 2019
4. XXVII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов», 2020
5. 13-я Международная конференция «Интеллектуализация обработки информации», 2020
6. XXVIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов», 2021
7. 20-я Всероссийская конференция с международным участием «Математические методы распознавания образов», 2021
8. 21-я Всероссийская конференция с международным участием «Математические методы распознавания образов», 2023

**Личный вклад.** Личный вклад диссертанта в работы [54; 55], выполненные с соавторами заключался в разработке алгоритмов автоматического построения фундаментальной диаграммы потока на основе данных с дорожных датчиков и GPS-треков.

В работах [58; 60; 62; 64] личный вклад диссертанта является ключевым, и заключался в постановке задач, разработке подходов к их решению и конкретной реализации данных подходов. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами. Личный вклад автора состоял в разработке методов и алгоритмов, проведении вычислительных экс-

периментов, сборе и обработке необходимых исходных данных в т.ч. собранных посредством видео-фиксации транспортного потока.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 14 печатных изданиях, 1 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 3 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus, 8 — в тезисах докладов.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 7 глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 115 страниц, включая 50 рисунков и 3 таблицы. Список литературы содержит 67 наименований.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Чеховичу Ю. В. за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство. Также автор благодарит Холодова Я. А. и Алексеенко А. Е. за помощь в построении фундаментальных диаграмм потока.

## Глава 1. Математические модели транспортных потоков

Математические модели транспортных потоков восходят к 50 годам прошлого века и представлены двумя основными направлениями: микроскопическими и макроскопическими моделями. Микроскопическое моделирование направлено на построение моделей на основе движения каждого отдельного автомобиля, макроскопическое — проводит моделирование путём построения нелинейных систем гиперболических уравнений на основе схожести потока автомобилей с потоком жидкости или газа. Мезоскопическое моделирование, о котором идёт речь в данной работе, представлено достаточно мало в научных работах, и не имеет какого-либо общего направления в исследованиях, из-за чего данный подход тяжело кратко обобщить, как с микро- и макро- моделями. В данной главе приведены классические модели микро- и макро- моделирования в порядке их возникновения, а также приведена небольшая справка по текущему состоянию мезоскопического моделирования и по теории трёх фаз Кёрнера.

### 1.1 Макроскопические модели

Развитие макроскопического моделирования транспортных потоков восходит к исследованиям движения жидкости и газа в середине прошлого века. К преимуществам макроскопических моделей можно отнести относительную вычислительную простоту моделей, возможность получить общее представление о транспортном потоке, что позволяет использовать такие модели для прогнозирования последствий инфраструктурных изменений транспортной сети. Недостатки данного класса моделей сводятся к невозможности учитывать индивидуальные особенности и поведение отдельных участников дорожного движения, ограниченная точность при моделировании сложной транспортной сети, большие объёмы данных для калибровки, данные модели могут плохо работать при сильно разрывных потоках возникающих при моделировании светофоров, а также имеют трудности со сценарным анализом (пробки, аварии). В этом разделе мы рассмотрим основные модели предложенные в то время, их связь с современными исследованиями, а также возможные обобщения.

### 1.1.1 Модель Лайтхилла-Уизема-Ричардса (LWR)

В 1955 году независимо в работах [25; 38] была предложена первая гидродинамическая модель транспортного потока. В честь её создателей она была названа моделью Лайтхилла-Уизема-Ричардса (LWR). В рамках предложенной модели рассматривалось движение автомобилей по однополосной бесконечной дороге без источников и стоков. Поток автомобилей рассматривался как поток сжимаемой жидкости в рамках следующих постулатов:

- существует взаимно однозначное соответствие между скоростью  $v(t, x)$  и плотностью потока АТС  $\rho(t, x)$  называемое уравнением состояния;
- выполняется закон сохранения числа АТС.

Где  $t$  — момент времени,  $x$  — координата трассы. Таким образом запись  $\rho(t, x)$ ,  $v(t, x)$  обозначает соответствующую величину в момент времени  $t$  в окрестности координаты  $x$ . В дальнейшем в рамках макроскопического подхода мы предполагаем, что транспортный поток подчиняется некоторой микроскопической модели, в которой детально описывается поведение АТС в зависимости от окружающей обстановки и эта модель является разностным или дифференциально-разностным аналогом рассматриваемой нами макроскопической модели. Рассматривание же именно макроскопической модели обусловлено как большей наглядностью в виде гидродинамических аналогий так и ввиду относительной простоты их исследования.

Итак, первое предположение можно выразить следующим образом:

$$\begin{cases} v(t, x) = V(\rho(t, x)), \\ V'(\rho(t, x)) < 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Предполагается, что скорость не может возрастать с увеличением плотности потока АТС. Обозначим

$$Q(\rho) = \rho V(\rho)$$

число АТС проезжающих в единицу времени через заданное сечение. Зависимость  $Q(\rho)$  называют также фундаментальной диаграммой потока. Понятие фундаментальной диаграммы, её построение на реальных данных и ограничения на неё накладываемые являются одной из тем многих статей макроскопического моделирования. Отметим только, что понятие фундаментальной

диаграммы не совсем корректно на малых плотностях АТС  $\rho \sim 50 - 120$  АТ-С/км [21]. Иначе говоря на таких плотностях нет чёткой зависимости скорости от плотности.

Закон сохранения выражается следующим образом:

$$\int_a^b \rho(t + \delta, x) dx + \int_a^b \rho(t, x) dx = - \left\{ \int_t^{t+\delta} Q(\rho(\tau, b)) d\tau - \int_t^{t+\delta} Q(\rho(\tau, a)) d\tau \right\}.$$

Таким образом любого прямоугольного контура при  $x \in \mathbb{R}, t \geq 0$  выполняется:

$$\oint \rho(t, x) dx - Q(\rho(t, x)) dt = 0.$$

Отсюда, для любого кусочно гладкого контура в точках гладкости  $\rho(t, x)$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial Q(\rho)}{\partial x} = 0. \quad (1.2)$$

Дополним это уравнение начальными условиями типа Римана

$$\rho(0, x) = \begin{cases} \rho_-, & x < x_-, \\ \rho_0(x), & x_- \leq x < x_+, \\ \rho_+, & x \geq x_+. \end{cases} \quad (1.3)$$

В дальнейшем соотношения (1.1) и (1.2) вкпе с различными граничными условиями (1.3) и фундаментальной диаграммой потока позволяют решать различные задачи от моделирования движения автомобилей на свободной трассе до задач распространения затора, в которой одно из граничных условий приобретает вид  $\rho_+ = \rho_{max}$  — то есть плотность автомобилей максимальна.

Отдельно обсудим утверждение о существовании взаимно однозначного соответствия  $v = V(\rho)$ . Данное предположение означает, что модель учитывает только лишь среднюю скорость автомобилей на трассе не принимая во внимание различие в скорости отдельных автомобилей. Также, в модели LWR скорость автомобилей меняется мгновенно при изменении плотности, что противоречит реальным данным так как автомобилисты не могут моментально реагировать на изменение ситуации на трассе (что в теории смогут делать автоматизированные водители при увеличении доли таких автомобилей на дороге), а также ввиду инерции самого автомобиля. Также данная модель никак не может описать ситуацию возникновения затора «на пустом месте», когда плотность автомобилей повысилась и при небольшом возмущении на магистрали

возникает пробка. Данный процесс можно грубо сравнить с поведением переохлаждённой жидкости.

Совокупность вышеизложенных проблем привела к возникновению моделей Пейна и Уизема, кратко изложенных в следующих разделах. Хотя Г.Пейну и Д.Уизему не удалось полностью разрешить все проблемы модели LWR они заложили основу к будущему обсуждению и развитию макроскопических моделей. Опишем, однако, перед этими моделями простейшую модель Танака, так как она играет важную роль в моделировании транспортных потоков до сих пор.

### 1.1.2 Модель Танака

Одним из важных вопросов макроскопического моделирования был поиск зависимости скорости  $V$  от плотности потока  $\rho$ . В 1963 году Танака и другие [50] предложили один из способов определения зависимости  $V(\rho)$  для однополосного потока при условии ограниченности максимальной скорости:

$$\rho(v) = \frac{1}{d(v)},$$

где  $d(v)$  — среднее расстояние между АТС в зависимости от скорости движения называемое также динамическими габаритами и задающееся следующей формулой:

$$d(v) = L + c_1 v + c_2 v^2. \quad (1.4)$$

Динамические габариты можно воспринимать как участок автомобиля вместе с его дистанцией экстренного торможения.

В формуле (1.4)  $L$  — средняя длина автомобилей,  $c_1$  — характеристика реакции водителей,  $c_2$  — коэффициент тормозного пути, зависящий в первую очередь от погодных условий.

Несмотря на свою простоту модель Танака играет важную роль в исследованиях транспортных потоков до сих пор [13], а динамические габариты автомобилей используются и в данной работе.

### 1.1.3 Модель Уизема

Следующий шаг упоминающийся еще в середине прошлого века, но окончательно предложенный лишь в 1974 году Дж. Уиземом [48] заключается в учёте того факта, что автомобилисты принимают решение о увеличении и уменьшении своей скорости на основе плотности потока перед ними, что выливается в следующее изменение 1.1:

$$v(t, x) = V(\rho(t, x)) - \frac{D(\rho(t, x))}{\rho(t, x)} \frac{\partial \rho(t, x)}{\partial x}, \quad D(\rho) > 0.$$

Откуда, с учетом закона сохранения числа АТС 1.2 получаем закон сохранения с нелинейной дивергентной диффузией:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial Q(\rho)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D(\rho) \frac{\partial \rho}{\partial x} \right).$$

Таким образом получаем уравнения учитывающие тот факт, что скорость каждого автомобиля зависит от плотности плотности АТС впереди. То есть автомобилисты снижают свою скорость движения при увеличении плотности потока перед ними, и увеличивают — при снижении.

### 1.1.4 Модель Пейна

Модель Пейна предложенная в 1971 году [36] также является учётом особенностей реального движения в транспортной сети. В данной модели закон сохранения числа автомобилей все также имеет вид (1.2)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0.$$

Теперь, однако, учитывается тот факт, что при изменении плотности АТС на трассе скорость не может моментально измениться, а меняется следующим образом:

$$\frac{d}{dt} v = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\tau} \left( v - \left( V(\rho) - \frac{D(\rho)}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \right),$$

где скорость стремится к некоторой желаемой скорости  $V(\rho) - \frac{D(\rho)}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}$  с некоторой характеристикой скорости стремления  $\tau$ . Отметим, что в литературе

принято называть моделью Пейна частный случай вышеизложенной модели с  $D(\rho) \equiv \tau c_0^2 > 0$

Перепишем систему уравнений в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v & \rho \\ D/(\tau\rho) & v \end{pmatrix} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \rho \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\tau} \begin{pmatrix} 0 \\ V - v \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Поскольку матрица при  $\frac{\partial}{\partial x}$  имеет различные собственные вещественные значения данная система очевидно является гиперболической.

### 1.1.5 Современные исследования и обобщения

В дальнейшем развитие макроскопических моделей привело к нелинейным гиперболическим уравнениям второго порядка для скорости и плотности потока в различных постановках, зависящих от конкретного метода учёта тех или иных особенностей поведения автомобилистов на автомагистрали [8; 35; 36; 39; 45; 46]. Однако, в [52] было показано что все они так или иначе сводятся к следующему диагональному виду:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = f_0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial \rho} \frac{\partial v}{\partial x} = \left( \frac{\partial Q}{\partial \rho} - v \right) \frac{f_0}{\rho} + f_1 \end{cases}$$

путём использования обобщенного уравнения состояния — зависимости давления от плотности транспортного потока  $P(\rho) = \int_0^\rho c(\tilde{\rho})^2 d\tilde{\rho} = \int_0^\rho \tilde{\rho}^2 \left( \frac{\partial v(\tilde{\rho})}{\partial \tilde{\rho}} \right)^2$ , замыкающего исходную систему уравнений. При этом  $f_1$  в правой части будет играть роль релаксационного слагаемого в случае необходимости в нём.

Окончательно, в [52] было показано что именно вид уравнения состояния, замыкающего систему модельных уравнения — зависимости интенсивности транспортного потока от его плотности, полностью определяет свойства любой феноменологической модели.

Отметим, что для нелинейного закона сохранения 1.2 гладкое решение задачи Коши 1.2, 1.3 существует только в малой окрестности линии начальных условий. Для нелинейных уравнений с разрывными начальными условиями решение задачи Коши не определяется даже в сколь угодно малой окрестности начальных условий. Для разрешимости поставленной задачи с такими начальными условиями необходимо рассматривать разрывные решения уравнения и

иначе ставить задачу Коши. Таким образом для различных постановок из разделов 1.1.1, 1.1.2, 1.1.3, 1.1.4 и др. необходимо отдельно исследовать разрешимость задачи в случае разрывных начальных условий. Это накладывает существенные ограничения на моделирование светофорного управления автомагистралью когда светофор резко перекрывает поток автомобилей, то есть разрывным образом изменяет плотность автомобилей и их скорость и вынуждает исследователя проводить дополнительные доработки и модификации для проведения такого рода экспериментов.

## 1.2 Микроскопические модели

К преимуществам микроскопических моделей транспортных потоков можно отнести высокую детализацию поведения участников дорожного движения, возможность моделировать конкретные ситуации (пробки, аварии, детальное моделирование перекрестков), возможность учитывать различные стратегии поведения водителей и различия в типах автомобилей составляющих дорожное движение. Существенным недостатком данного класса моделей являются значительные временные затраты на разработку и калибровку такого рода моделей наряду к требовательности данных моделей к вычислительным мощностям, также к недостаткам можно отнести высокую чувствительность к параметрам модели, когда небольшие изменения параметров могут вызывать существенные расхождения в результатах моделирования. В данном разделе кратко описываются основные классы микроскопических моделей сформулированные ещё в середине прошлого века, а также обозначена их связь с макроскопическими моделями.

### 1.2.1 Модель оптимальной скорости Ньюэлла

Также как и в макроскопических моделях положим изначально что АТС движутся в однополосном потоке слева направо. Тогда, для всех  $t > 0$  положим:

$$h_n(t) = s_{n+1}(t) - s_n(t), v_n(t) = s'_n(t), \quad (1.6)$$

где  $s_n(t)$  — координата центра  $n$ -го АТС в момент времени  $t$ .

В 1961 году Ньюэлл предложил макроскопическую модель [32], в которой постулируется существование некоторой безопасной скоростью движения для каждого водителя, в зависимости от его расстояния до впереди едущего автомобиля (лидера).

$$h_n(t + \tau) = V \left( \frac{1}{h_n(t)} \right), \quad (1.7)$$

где  $\tau$  — время, характеризующее скорость реакции водителей. Аналогично модели LWR постулируется также  $V'(\rho) < 0$ .

Определение функциональной зависимости  $V(\rho)$  может быть как и на основе реальных данных так и чисто математическим. Так, например, если принять за  $L$  — среднюю длину АТС на трассе, то вблизи точки  $\rho_{max} \sim 1/L$  фундаментальная диаграмма примет следующий вид:

$$Q(\rho) = -\frac{L}{\tau}(\rho - \rho_{max}).$$

Таким образом на основе 1.6, 1.7 возможно построить вычислительную процедуру позволяющую определить положение и скорость всех автомобилей на трассе в любой момент времени  $t > 0$ .

Отметим также, что путем несложных вычислений из данной модели можно фактически вывести модель Пейна, если же считать  $\tau = 0$ , то получим модель Уизема. Если же вообще пренебречь малыми слагаемыми при преобразованиях, то можно получить базовую модель LWR [47].

Таким образом прослеживается явная связь микроскопических и макроскопических моделей.

### 1.2.2 Модель следования за лидером «Дженерал Моторс»

Вторым важным классом микроскопических моделей являются модели следования за лидером. В 1961 году Д.Газис, Р.Херман и Р.Роэри предложили следующую модель [14]:

$$s_n''(t + \tau) = \beta \frac{(s_n'(t + \tau))^{m_1}}{(s_{n+1}(t) - s_n(t))^{m_2}} (s_{n+1}'(t) - s_n'(t)), \beta > 0,$$

где  $m_1 < 1$ ,  $m_2 > 1$  — эмпирически подбираемые константы. В рамках данной математической модели путём интегрирования можно получить следующее уравнение состояния транспортного потока (а следовательно и фундаментальную диаграмму потока):

$$V(\rho) = V^0 \cdot \left( 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_{max}} \right)^{m_2-1} \right)^{\frac{1}{1-m_1}},$$

где  $V^0$  — скорость движения на пустой трассе.

Несколькими годами ранее в 1959 году сотрудниками «Дженерал Моторс» Д.Газисом, Р.Херманом и Р.Потсом уже предлагалась схожая, но более простая модель:

$$s_n''(t + \tau) = \beta \frac{s_{n+1}'(t) - s_n'(t)}{s_{n+1}(t) - s_n(t)}, \beta > 0,$$

в которой ускорение каждого автомобиля прямо пропорционально его разности скорости с впереди идущим и обратно пропорционально расстояния до впереди идущего АТС. В данной более простой модели также можно получить функциональную зависимость  $V(\rho)$ , причём она была экспериментально обнаружена в том же году на данных о дорожном движении для туннеля Линкольна в Нью-Йорке.

Таким образом в течении нескольких лет сотрудники концерна предложили сразу несколько нетривиальных микроскопических моделей транспортного потока с помощью которых можно получить фундаментальную диаграмму согласующуюся при этом с экспериментальными данными. Однако, у данной группы моделей также были и существенные недостатки. Калибровка моделей затруднялась введением переменных, данные модели не способны корректно описать начало и конец движения так как если скорость автомобиля равна нулю то она такой и остаётся, модель неадекватно ведет себя при перестроении автомобиля с высокой скоростью из другой полосы («подрезание» одного автомобиля другим) так как предсказывает резкое ускорение «подрезаемого».

### 1.2.3 Модель Трайбера «разумного водителя»

Следующим логическим шагом в развитии микроскопических моделей была попытка объединения моделей оптимальной скорости и следования за

лидером. Данные модели были названы моделями разумного водителя или Intelligent Driver Model, IDM:

$$s_n''(t) = F(s_{n+1}(t) - s_n(t), s'_{n+1}(t) - s'_n(t)).$$

По результатам численных экспериментов наиболее удачной с точки зрения устойчивости к изменению параметров а также реалистичности поведения при разгоне и торможении вкупе с наблюдаемостью основных свойств реального однополосного транспортного потока оказалась модель М.Трайбера предложенная в 1999 году [41]:

$$s_n''(t) = a_n \cdot \left( 1 - \left( \frac{s'_n(t)}{V_n^0} \right)^\delta - \left( \frac{d_n^*(s'_n(t), s'_{n+1} - d'_n(t))}{s_{n+1}(t) - s_n(t)} \right)^2 \right),$$

где  $d_n^*$  — желаемая дистанция до лидера или же безопасное расстояние,  $V_n^0$  — желаемая скорость. Видно, что данная модель состоит из двух членов относящихся к желаемой скорости и следованию за лидером соответственно:

$$a_n \cdot \left( 1 - \left( \frac{s'_n(t)}{V_n^0} \right)^\delta \right),$$

$$a_n \cdot \left( \left( \frac{d_n^*(s'_n(t), s'_{n+1} - d'_n(t))}{s_{n+1}(t) - s_n(t)} \right)^2 \right)$$

В соответствии с данной моделью в различных начальных постановках и предположениях о составе транспортного потока можно также получить выражение для фундаментальной диаграммы. Например в равновесном потоке одинаковых АТС, при

$$s_n''(t) \equiv 0, s'_{n+1}(t) - s'_n(t) \equiv 0, s'_n(t) \equiv V,$$

а также считая  $\delta \rightarrow \infty$  что соответствует разгону с постоянным ускорением  $a_n$  получим фундаментальную диаграмму треугольной формы:

$$Q(\rho) = \min \left\{ \rho V^0, \frac{1 - d\rho}{T} \right\}$$

Модели разумного водителя логически замыкают серию микроскопических моделей следования за лидером и оптимальной скорости и позволяют более точно моделировать реальную транспортную сеть.

### 1.2.4 Модель клеточных автоматов

Модели клеточных автоматов являются отдельным типом микроскопических моделей, в которых дорога разбивается на дискретные области-клетки, время в данных моделях также считается дискретной величиной. Во многих моделях данного класса предполагается, что в каждой клетке может содержаться только одно АТС, однако, это не обязательно условие. Скорость автомобилей в таких моделях также может быть дискретной величиной.

Сама концепция клеточных автоматов была введена Дж. фон Нейманом в середине прошлого века [51]. Первые попытки использования данных моделей в транспортном моделировании восходят к 1986 году, однако активное их использование началось после работ К.Нагеля и М.Шрекенберга в 1992 году [31]. Опишем кратко эту важную для развития микроскопического моделирования модель.

**Шаг 1** Ускорение:

$$v_n(m+1) = \min\{v_n(m) + 1, v_{max}\}$$

**Шаг 2** Торможение:

$$v_n(m+1) = \min\{v_n(m), s_{n+1}(m) - s_n(m) - d\}$$

**Шаг 3** Случайные возмущения связанные с различием в поведении АТС:

$$v_n(m+1) = \begin{cases} \max\{v_n(m) - 1, 0\} & \text{с вероятностью } p, \\ v_n(m) & \text{с вероятностью } 1 - p \end{cases}$$

**Шаг 4** Движение:

$$s_n(m+1) = s_n(m) + v_n(m)$$

В данном алгоритме шаг 1 отвечает за желание автомобилистов двигаться наиболее быстро не превышая максимально допустимую скорость, шаг 2 гарантирует отсутствие столкновений с впереди идущими АТС, шаг 3 отражает неустойчивость транспортного потока при достаточно больших плотностях.

Несмотря на дискретность данной модели в работах [2] показано как перейти от нее к гидродинамическим моделям. Также как и для других микроскопических моделей возможно получение соответствующей фундаментальной диаграммы потока.

### 1.3 Мезоскопические модели

Распространённость мезоскопических моделей крайне мала по сравнению с микро- и макроскопическими моделями. Так, например, в обзоре [4] от 2000 года из 84 моделей 65 — микроскопические, 16 — макроскопические и всего лишь 3 — мезоскопические.

В мезоскопических моделях зачастую автомобили рассматриваются в отдельности, однако их перемещение описывается совокупными соотношениями. Так, например, в модели [27] рассматривается движение людей в здании, что в общем случае аналогично перемещению автомобилей в транспортной сети, в котором каждый человек движется индивидуально в соответствии со своей целью, однако их скорость движения задаётся эмпирической зависимостью  $V(\rho)$ . В работе [43] проводится попытка применения механики сплошной среды к движению людей, однако с использованием некоторых индивидуальных характеристик каждого человека. Так, например, используется величина минимального попарного расстояния между людьми.

Из моделей автомобильного движения можно привести работу [20] в которой используется одномерный мизантропический процесс (*misanthrope process*) вкуче с эмпирической зависимостью  $V(\rho)$  для моделирования двухполосной автомагистрали. В данной работе фактически используется микроскопический подход клеточных автоматов с мизантропической функцией перехода между клетками. Ещё один подход изложен в работах [6; 28]. Его суть заключается в использовании микроскопического моделирования лишь в некоторых интересующих исследователей областях, в которых необходима более высокая точность, вся же остальная транспортная сеть моделируется макроскопической моделью.

Видно, что подходы к мезоскопическому моделированию сильно различаются от исследования к исследованию в зависимости от поставленных в работе задач. Исследователи принимают решение о том где использовать подходы микроскопического моделирования с целью повышения точности своей работы, в то время как подходы макроскопических моделей позволяют упростить многие расчёты и ускорить работу вычислительных комплексов. В данной работе также предлагается использовать мезоскопическую модель транспортных потоков с целью ускорения расчётов необходимых в процессе управления числом въезжающих на автомагистраль АТС.

## 1.4 Теория трёх фаз Кернера

В 1996-2002 годах Б.С.Кернер с командой исследователей провёл исследование эмпирических данных с дорожных датчиков на скоростных автомагистралях по всему миру. Главный результат данных исследований был кратко сформулирован в предисловии к его книге [21]:

Теории транспортного потока и математические модели, которые доминируют в настоящее время в научных журналах и учебных курсах большинства университетов, не могут объяснить ни сам переход от свободного к плотному потоку (traffic breakdown), ни основные свойства возникающих в результате этого перехода структур транспортного потока.

По этой причине Б.С.Кернер разработал новую теорию транспортных потоков названную теорией трёх фаз, которая может объяснить вышеизложенные феномены. Путём анализа данных с дорожных детекторов по всему миру были сформулированы следующие фундаментальные эмпирические свойства перехода к плотному транспортному потоку:

1. Переход к плотному транспортному потоку является переходом свободного потока в синхронизированный поток ( $F \rightarrow S$ ).
2. Вероятность спонтанного перехода  $F \rightarrow S$  растет с увеличением плотности АТС.
3. Может быть как спонтанный так и индуцированный переход  $F \rightarrow S$  вблизи одного и того же узкого места на дороге.

Фундаментальные эмпирические свойства фазовых переходов следующие:

1. В соответствии со свойствами 1-3 переход от свободного к плотному транспортному потоку является фазовым переходом I рода.
2. Обозначим  $J$  — широкие движущиеся кластеры АТС. Утверждается, что  $J$  возникает спонтанно только в синхронизированном потоке, то есть в результате перехода  $F \rightarrow S \rightarrow J$ .
3. Фазовый переход  $S \rightarrow J$  переходит позднее и зачастую совсем в другом месте чем переход  $F \rightarrow S$ .

Суммируя вышеизложенное, теория трёх фаз Кернера выделяет три фазы транспортного потока:

1. F — свободный поток транспортных средств.
2. S — синхронизированный поток.
3. J — широкий движущийся кластер автомобилей, фактически — заторное движение.

Важно понимать, что классические теории, базирующиеся на фундаментальной диаграмме транспортного потока, рассматривают в основном только две фазы: свободный поток и плотный поток. Однако, как показывают экспериментальные данные, такое упрощение, как минимум для автомагистралей, слишком грубое. В данной работе мы также обратимся к теории трёх фаз Кернера при обработке экспериментальных данных с целью построения фундаментальных диаграмм поток-плотность в следующем разделе.

## 1.5 Заключение

В данной главе был проведен краткий обзор основных микроскопических и макроскопических моделей в хронологическом порядке их освещения в работах исследователей. В разделе 1.1 рассмотрены такие модели, как модель Лайтхилла-Уизема-Ричардса, модель Танака, модель Уизема, модель Пейна. Введено ключевое понятие фундаментальной диаграммы потоков, которая более детально рассматривается в главе 2.

В разделе 1.2 рассматриваются макроскопические модели: модель оптимальной скорости Ньюэлла, следования за лидером «Дженерал Мотор», модель Трайбера «разумного водителя», модель клеточных автоматов.

В разделе 1.3 проведен обзор мезоскопических моделей, показана их разнородность и отсутствие какого либо единого вектора развития таких моделей, что обусловлено существенно прикладным характером таких работ, когда структура модели и подход к гибриднему объединению микро- и макро- моделей существенно связан с поставленной прикладной задачей.

Раздел 1.4 посвящён краткому экскурсу в теорию трёх фаз Кернера, обозначена её важность с точки зрения отражения реально наблюдаемых данных с автомагистралей по всему миру.

Были проанализированы преимущества и недостатки вышеизложенных моделей, связанные как с конкретной реализацией подхода к моделированию,

так и являющиеся неотъемлемой частью общего подхода к моделированию, то есть связанные с макро- и микро- подходом к моделированию автомагистрали. На основе данного анализа предложена новая мезоскопическая модель транспортных потоков сочетающая в себе микро- и макро- подходы.

В следующих главах представлено детальное математическое описание предлагаемой авторами мезоскопической модели транспортных потоков, рассмотрены вопросы использования данных из разнородных источников а также построения фундаментальной диаграммы потока необходимой для работы модели.

## Глава 2. Построение фундаментальной диаграммы $Q(\rho)$

Фундаментальная диаграмма потока — одно из ключевых понятий главы 1 задает функциональную зависимость величины потока (а значит и скорости) АТС от их плотности. Однако, её расчёт может быть не только лишь чисто теоретическим, но и основанным на реально наблюдаемых данных. В данной работе для вычислений нам необходимо получить из экспериментальных данных функциональную зависимость  $Q(\rho)$  для всех участков моделируемой автомагистрали. Для этого предлагается следующий алгоритм использующий данные с дорожных датчиков для восстановления фундаментальной диаграммы на любом сегменте транспортной сети. Результаты данной работы, полученной группой исследователей, описаны в статье [55].

### 2.1 Алгоритм построения фундаментальной диаграммы

Построение фундаментальной диаграммы на реальных данных, как правило, весьма трудоёмко, так как практически нет универсальных алгоритмов, автоматически обрабатывающих данные, которые необходимы для выполнения данной задачи. Например, широко используемый метод линейной регрессии (см., например, [44]) недостаточно интерполирует данные в заторных областях из-за малого количества наблюдений в них. Именно поэтому так важно создать такой алгоритм, поскольку обрабатывать данные вручную при том, что на сегодняшний день в одной только Москве установлено более 3000 детекторов транспорта, являющихся основным источником данных для данной работы, не представляется возможным.

Данные измерений с автострадных датчиков, а также данные с GPS-треков, позволяют идентифицировать фундаментальные диаграммы для соответствующих участков автострады. Дадим описание алгоритма калибровки:

1. Для каждого участка автомагистрали извлекаем данные измерений плотности и потока за наблюдаемый период времени. Каждая точка на диаграмме определяется парой значений плотность-поток, на плоскости. (см., например, рис. 2.1)

2. Фильтруем данные, отбрасывая экстремальные значения с использованием алгоритма построения альфа-оболочек. Сначала, мы масштабируем данные вдоль осей  $Q$  и  $\rho$ , чтобы получить одинаковые порядки величин. Затем, по результирующим точкам строим альфа-оболочку [11], и удаляем точки, попавшие на оболочку [10]. Процесс повторяется до тех пор, пока разница в площади оболочек между соседними итерациями составит менее 5%, либо пока не останется менее 90% начальных точек. (рис. 2.1, нижние графики)
3. Среди измерений находим максимальный поток  $Q_1(\rho_1) = \max_{\rho}[Q(\rho)]$  и его плотность  $\rho_1$ , которая является критической, поскольку при её прохождении обычно интенсивность транспортного потока заметно падает.
4. Находим максимальное значение интенсивности  $Q_0(\rho_0) = \max_Q[Q(\rho_1/2)]$  для значения плотности  $\rho_0 = \rho_1/2$
5. Далее среди измерений находим максимально удалённую точку от начала координат на плоскости  $Q(\rho) : \max \sqrt{(Q/Q_{max})^2 + (\rho/\rho_{max})^2}$ .
6. Используя знания геометрии дороги, определяем максимально возможную плотность  $\rho_*$ , как произведение количества линий на дороге на значение 0.15 АТС/м, исходя из известной оценки, что при количестве АТС больше 150 на один километр движение транспорта становится невозможным.
7. Далее переходим к получению функциональной зависимости интенсивности транспортного потока от его плотности  $Q(\rho)$

В соответствии с теорией трёх фаз транспортного потока Б.С. Кернера на скоростных автомагистралях [21] кратко изложенной в разделе 1.4 выделяем три фазы транспортного потока:

1. Свободный поток  $Q(0 \leq \rho \leq \rho_1)$
2. Синхронизованный поток  $Q(\rho_1 \leq \rho \leq \rho_2)$
3. Заторный поток  $Q(\rho_1 \leq \rho \leq \rho_*)$

Для каждой из фаз транспортного потока задаём её собственную функциональную зависимость  $Q(\rho)$ , сшивая их в точках фазового перехода:

1. Свободный поток  $Q(\rho) = \alpha_2 \rho^2 + \alpha_1 \rho, 0 \leq \rho \leq \rho_1$
2. Синхронизованный поток  $Q(\rho) = \beta_2 \rho^2 + \beta_1 \rho + \beta_0, \rho_1 \leq \rho \leq \rho_2$
3. Заторный поток  $Q(\rho) = c_*(\rho_* - \rho), \rho_1 \leq \rho \leq \rho_*$

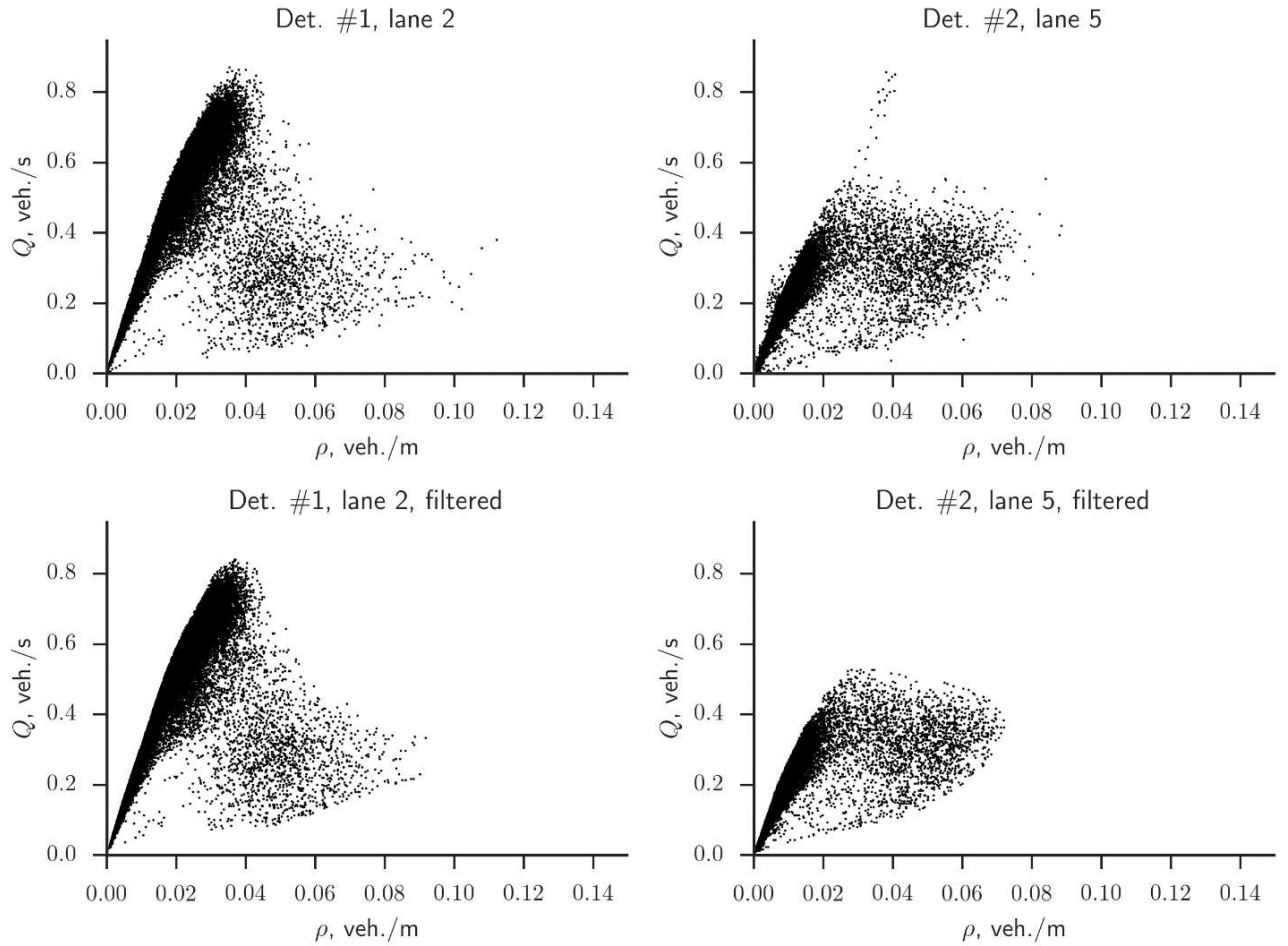


Рисунок 2.1 — Экспериментальные данные с двух детекторов, установленных на различных полосах МКАД — замеренные интенсивности транспортного потока  $Q(\rho)$  [АТС/с] при различной плотности [АТС/м]. Данные представлены за 2012 г. В количестве 288 измерений за день. Сверху исходные данные, снизу отфильтрованные с использованием алгоритма построения выпуклых оболочек.

Коэффициенты функциональных зависимостей находим, приравнивая значения функций в найденных точках к значениям интенсивностей в них, в результате получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \alpha_2 \rho_0^2 + \alpha_1 \rho_0 = Q(\rho_0) \\ \alpha_2 \rho_1^2 + \alpha_1 \rho_1 = Q(\rho_1) \\ \beta_2 \rho_1^2 + \beta_1 \rho_1 + \beta_0 = Q(\rho_1) \\ \beta_2 \rho_2^2 + \beta_1 \rho_2 + \beta_0 = Q(\rho_2) \\ 2\beta_2 \rho_1 + \beta_1 = c_1 = \left. \frac{\partial Q(\rho)}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_1} \\ c_*(\rho_* - \rho_2) = Q(\rho_2) \end{cases}$$

Осталось только понять чему будет равна производная функции после прохождения критической точки:  $\left. \frac{\partial Q(\rho)}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_1} = c_1 = ?$ . Из экспериментальных наблюдений мы знаем, что после её прохождения интенсивность транспортного потока заметно падает. Это означает, что поток начинает тормозиться, поэтому логично предположить, что  $c_1$  есть скорость волны торможения и её можно найти, построив пространственно-временную структуру или карту значений скорости транспортного потока для соответствующих участков автострады (см рис. 2.2).

## 2.2 Расчёт скорости волны торможения

Отметим, что для построения пространственно-временной структуры транспортного потока зачастую недостаточно одних лишь дорожных датчиков, так как они расположены по автомагистрали с недостаточной плотностью. Тут важную роль играют GPS-треки. Их ключевой недостаток заключается в том, что GPS фиксирует движение только некоторой доли автомобилей из общего потока. Доля эта может меняться как в зависимости от фазы потока (плотности движения АТС) так и от времени суток. Характеристики этой зависимости зачастую связаны с характером источника данных. Так, например, службы такси будут иметь лучшее покрытие в то время, когда число заказов наибольшее. Однако, этот недостаток никак не влияет на измеряемую с помощью GPS-треков скорость автомобилей, что позволяет без каких либо ограничений использовать эти данные для построения фундаментальной диаграммы.

На рисунке 2.2 хорошо видны красные линии распространения волн торможения навстречу движению транспортного потока. Наклон этих линий, которые со временем остаются параллельными, и есть значение скорости волны торможения. Следующая проблема, которую предстоит решить, это как автоматизировать процесс нахождения значений скорости волн торможения по карте скоростей для заданного участка дороги. Эта задача была решена с использованием алгоритмов компьютерного зрения [5] в три этапа 2.3:

1. Выделение границ методом Кэнни [7] — рис. 2.3(слева)
2. Поиск отрезков среди выделенных границ методом Хафа [30] — рис. 2.3(центр)

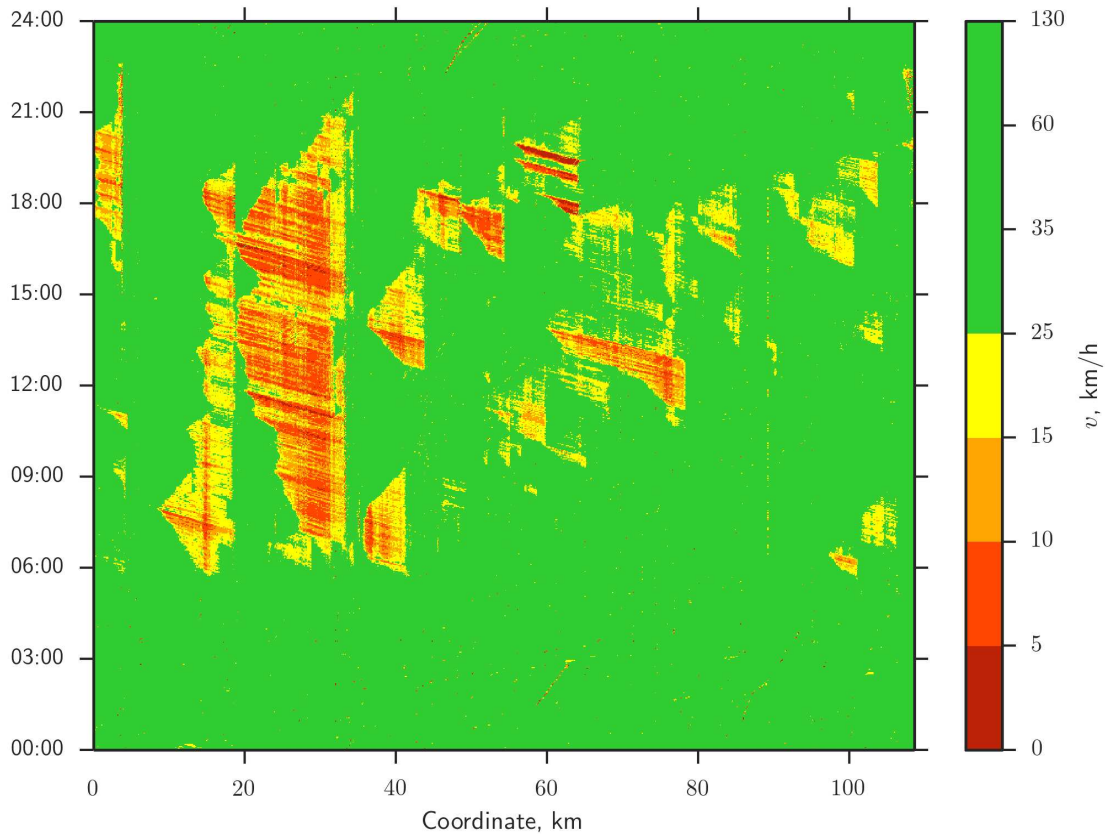


Рисунок 2.2 — Пространственно-временная структура значений скорости транспортного потока на внешней стороне МКАД для одного рабочего дня — 5 декабря 2012 г.

### 3. Отсеивание ложных линий — рис. 2.3(справа)

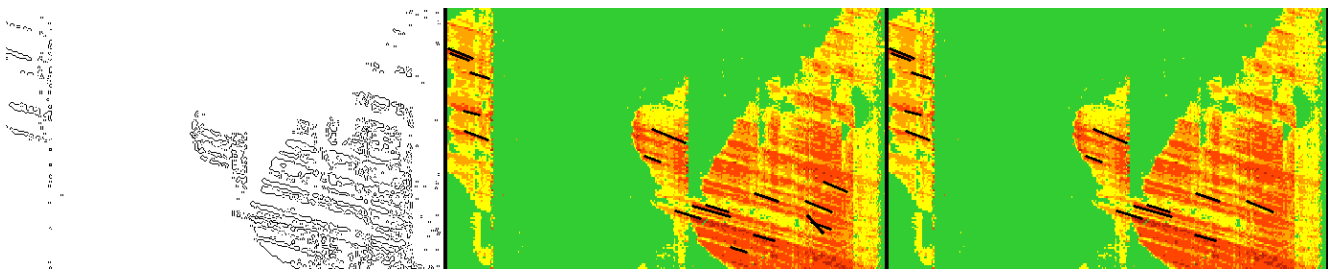


Рисунок 2.3 — Нахождение значений скорости волн торможения на пространственно-временной структуре значений скорости транспортного потока на внешней стороне МКАД

Как результат этой работы, была получена гистограмма значений скоростей волны торможения транспортного потока на внешней стороне МКАД 2.4 за 2012 г.

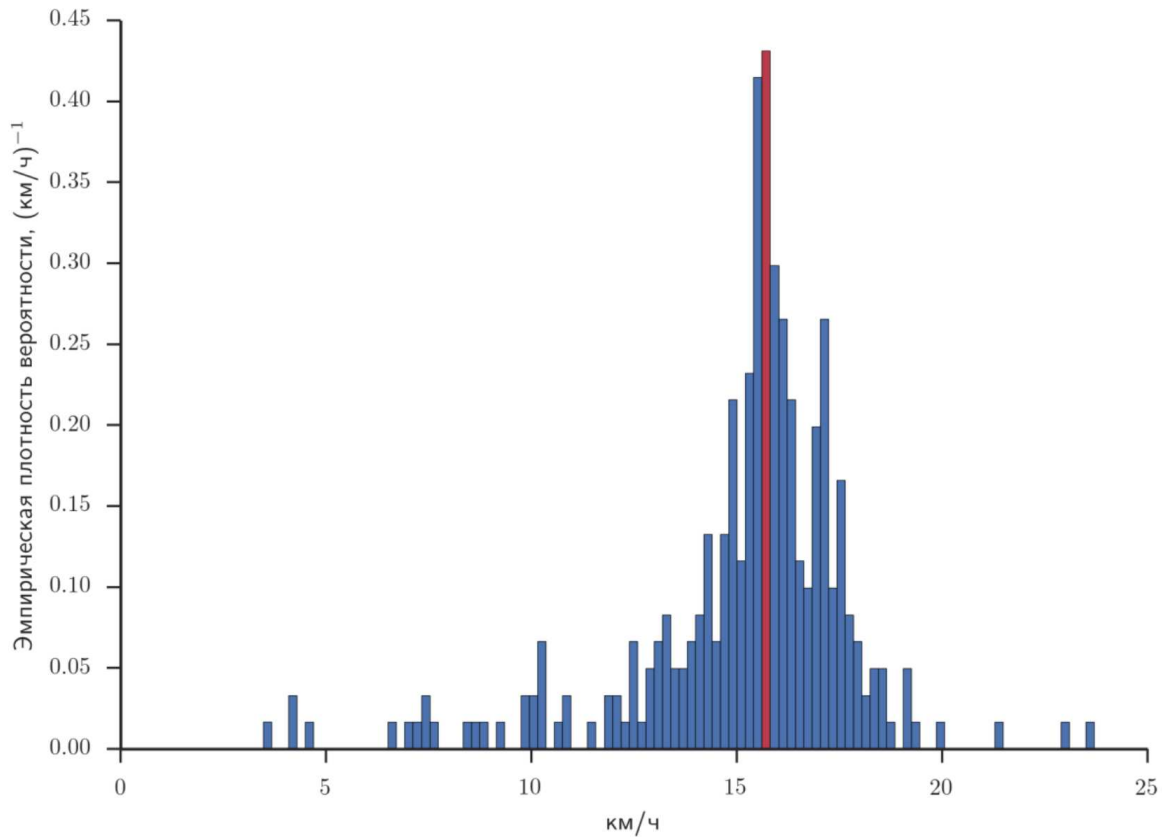


Рисунок 2.4 — Гистограмма значений скоростей волны торможения транспортного потока на МКАД за 2012 г

Отсеяв ложные значения, мы установили, что скорость волны торможения на МКАД  $\left. \frac{\partial Q(\rho)}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_1} = c_1 = -15.8$  [км/ч], также мы выяснили, что она не зависит от времени года, дня недели и определяется исключительно геометрией дороги. Данная скорость очень близка к скорости приводимой Кернером [21] как скорость «заднего фронта широко движущегося кластера»:  $v_g \approx -15$  [км/ч]. Таким образом, в отсутствие достаточно объёмных данных о скорости движения АТС, к чему зачастую ведет отсутствие данных с GPS-треков, можно использовать скорость в -15 [км/ч].

Полученные в итоге примеры фундаментальных диаграмм представлены на рис. 2.5

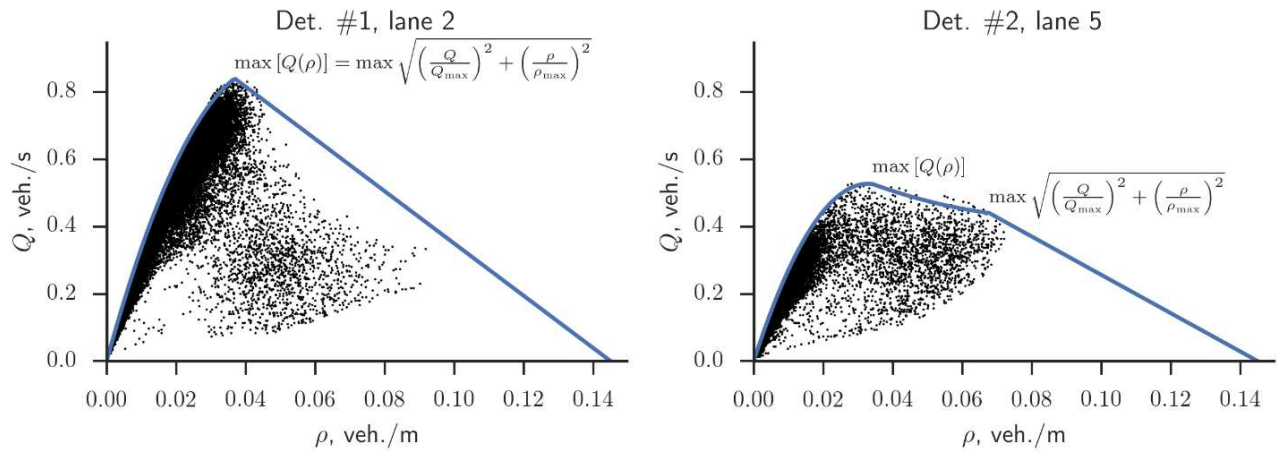


Рисунок 2.5 — Фундаментальные диаграммы для двух разных участков МКАД. Слева для данных со второй полосы (детектор № 1), справа с пятой полосы (детектор №2)

### 2.3 Заключение

Получена методика построения фундаментальной диаграммы поток-плотность на основе комплексирования данных с дорожных датчиков и GPS-треков для любого сегмента транспортной сети с минимальным участием исследователя.

В рамках методики получен алгоритм определения скорости волны торможения на исследуемом участке автомагистрали на основе комплексирования данных с дорожных датчиков и GPS-треков, необходимый для построения фундаментальных диаграмм. Полученный алгоритм реализован на языке программирования python.

Методика разработана путём совместной работы с Я. А. Холодовым, А. Е. Алексеенко и А. С. Холодовым и представлена в работе [55].

## Глава 3. Восстановление числа проехавших по магистрали АТС на основе данных с GPS-треков

Дорожные датчики зачастую расположены на достаточном удалении друг от друга. Ввиду данного факта если нам необходимо полностью восстановить картину движения автомобилей по автомагистрали нам нужно тем или иным способом восстановить данные о скорости и числе проехавших по выбранному сегменту АТС исходя из другого источника данных. Наибольшей полнотой в этом плане обладают данные GPS-треков. Рассмотрим задачу восстановления данных с GPS-треков для двух принципиально разных дорожных конфигураций: автомагистрали и въезд-съезд.

### 3.1 Постановка задачи восстановления данных

В данном разделе рассматриваются две задачи восстановления данных GPS-треков. Первая — восстановление данных на автомагистрали, вторая — на въездах и съездах с автомагистрали. Принципиальное отличие данных задач состоит в объеме данных с дорожных датчиков. Если в задаче восстановления данных на автомагистрали мы обладаем большим объемом данных с датчиков, то на въездах и съездах данных меньше. Для данных с GPS-треков также наблюдается схожая ситуация, данные на въездах и съездах очень разреженные ввиду того, что за интервал наблюдения по въезду или съезду может не проехать ни одного автомобиля с треком.

#### 3.1.1 Задача агрегации для данных с автомагистрали

Пусть  $N_{\text{track}} \in \mathbb{N}$ ,  $V_{\text{track}} \in \mathbb{R}_+$  — число АТС и их средняя скорость, полученные из данных GPS-треков для определённого участка дороги. Обозначим  $N_{\text{det}} \in \mathbb{N}$ ,  $V_{\text{det}} \in \mathbb{R}_+$  число АТС и их среднюю скорость, полученные с помощью дорожных датчиков для того же участка дороги.

Необходимо найти функцию  $f : \mathbb{N} \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}_+$  от  $N_{\text{track}} \times V_{\text{track}}$  и вектора параметров  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^m$ , где  $m$  — сложность модели, которая аппроксимирует число АТС, проехавших по сегменту автомагистрали

$$N_{\text{est}} = f(\mathbf{a} | N_{\text{track},i}, V_{\text{track},i}) \quad (3.1)$$

и является решением следующей задачи:

$$\sigma(\mathbf{a} | \mathbf{N}_{\text{track}}, \mathbf{V}_{\text{track}}, \mathbf{N}_{\text{det}}) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f(\mathbf{a} | N_{\text{track},i}, V_{\text{track},i}) - N_{\text{det},i})^2} \rightarrow \min_{\mathbf{a}}, \quad (3.2)$$

где  $\mathbf{N}_{\text{track}} = [N_{\text{track},i}] \in \mathbb{N}^n$ ,  $\mathbf{V}_{\text{track}} = [V_{\text{track},i}] \in \mathbb{R}_+^n$ ,  $\mathbf{N}_{\text{det}} = [N_{\text{det},i}] \in \mathbb{N}^n$  — вектора значений  $N_{\text{track}}$ ,  $V_{\text{track}}$ ,  $N_{\text{det}}$  в момент времени  $i$ ,  $n$  — число двухминутных интервалов в выбранном временном промежутке,  $\sigma(\mathbf{a} | \mathbf{N}_{\text{track}}, \mathbf{V}_{\text{track}}, \mathbf{N}_{\text{det}})$  — евклидова норма вектора невязок. Предполагается, что  $f$  зависит только от трековых переменных  $\mathbf{N}_{\text{track}}$ ,  $\mathbf{V}_{\text{track}}$ , что позволяет её использовать на участках автомагистрали, которые не покрываются дорожными датчиками.

Однако скорость  $V_{\text{track}}$  вычисляется по малой доле АТС, поэтому она может сильно отличаться от реальной скорости потока АТС. Для уменьшения влияния этого отличия предлагается вместо оригинальных значений  $V_{\text{track}}$  использовать модифицированные значения  $V_{\text{est}}$ , определяемые выражением:

$$V_{\text{est}} = b_1 + b_2 V_{\text{track}},$$

где коэффициенты  $b_1$  и  $b_2$  являются решением следующей задачи:

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (b_1 + b_2 V_{\text{track},i} - V_{\text{det},i})^2} \rightarrow \min_{b_1, b_2}, \quad (3.3)$$

где  $V_{\text{track},i} \in \mathbb{R}_+$ ,  $V_{\text{det},i} \in \mathbb{R}_+$  — значения  $V_{\text{track}}$ ,  $V_{\text{det}}$  в момент времени  $i$ ,  $n$  — число двухминутных интервалов в выбранном временном промежутке. Таким образом, задача (3.2) преобразуется в

$$\sigma(\mathbf{a} | \mathbf{N}_{\text{track}}, \mathbf{V}_{\text{est}}, \mathbf{N}_{\text{det}}) \rightarrow \min_{\mathbf{a}}. \quad (3.4)$$

Задача (3.4) решается на сегментах для которых известны как данные с GPS-треков, так и данные с дорожных датчиков. Это множество сегментов разбивается на обучающую и контрольные выборки. Способ разбиения изложен в разделе 5.2.

Внешним критерием качества полученного решения является коэффициент корреляции  $corr(\mathbf{N}_{\text{est}}, \mathbf{N}_{\text{det}})$ , где  $\mathbf{N}_{\text{est}} = [N_{\text{est},i}] \in \mathbb{R}_+^n$ ,  $\mathbf{N}_{\text{det}} = [N_{\text{det},i}] \in \mathbb{N}^n$  — вектора значений  $N_{\text{est}}, N_{\text{det}}$  в момент времени  $i$ ,  $n$  — число двухминутных интервалов в выбранном временном промежутке.

### 3.1.2 Задача агрегации для данных со въездов-съездов

Въезды и съезды образуют перекрёстки с автомагистралью. Перекрёсток — это место пересечения, примыкания или разветвления дорог на одном уровне, ограниченное воображаемыми линиями, соединяющими соответственно противоположные, наиболее удаленные от центра перекрёстка начала закруглений проезжих частей.

Для оценки суммарного количества АТС, въехавших и съехавших с автомагистрали, используется уравнение баланса, заключающееся в том, что на въездах и съездах число въезжающих АТС должно равняться числу выезжающих:

$$N_{\text{ain}} + N_{\text{in}} = N_{\text{aout}} + N_{\text{out}}, \quad (3.5)$$

где  $N_{\text{ain}} \in \mathbb{R}_+$ ,  $N_{\text{aout}} \in \mathbb{R}_+$  — оценка числа въехавших на перекрёсток по автомагистрали и выехавших по автомагистрали после перекрёстка АТС, полученная после решения задачи (3.4),  $N_{\text{in}}$  — суммарное число въехавших по въездам АТС,  $N_{\text{out}}$  — суммарное число съехавших по съездам АТС.

Рассмотрим, как вычислить значение  $N_{\text{in}}$ , значение  $N_{\text{out}}$  вычисляется аналогично. По определению  $N_{\text{in}} = \sum_{k \in K_{\text{in}}} N_{\text{det},k}$ , где  $K_{\text{in}} = \{1, \dots, K\}$  множество индексов съездов, а  $N_{\text{det},k}$  значение  $N_{\text{det}}$  на  $k$ -ом въезде. Но не для всех  $k \in K_{\text{in}}$  значение  $N_{\text{det},k}$  известно. Поэтому рассмотрим разбиение множества  $K_{\text{in}}$  на два непересекающихся подмножества  $K_{\text{indet}}$  и  $K_{\text{intrack}}$ :  $K_{\text{in}} = K_{\text{indet}} \cup K_{\text{intrack}}$  и  $K_{\text{intrack}} \cap K_{\text{indet}} = \emptyset$ . Множество  $K_{\text{indet}}$  состоит из индексов въездов, для которых известно  $N_{\text{det}}$ , а множество  $K_{\text{intrack}}$  состоит из индексов въездов, для которых неизвестно  $N_{\text{det}}$ .

Чтобы получить оценку  $N_{\text{det}}$  для въездов из  $K_{\text{intrack}}$  предлагается использовать подход описанный в разделе 2.1:

$$\sigma(\mathbf{a} | \mathbf{N}_{\text{track}}, \mathbf{V}_{\text{est}}, \mathbf{N}_{\text{det}}) \rightarrow \min_{\mathbf{a}}$$

где  $\mathbf{N}_{\text{track}} = [N_{\text{track},i}] \in \mathbb{N}^n$ ,  $\mathbf{V}_{\text{track}} = [V_{\text{track},i}] \in \mathbb{R}_+^n$ ,  $\mathbf{N}_{\text{det}} = [N_{\text{det},i}] \in \mathbb{N}^n$  — вектора значений  $N_{\text{track}}$ ,  $V_{\text{track}}$ ,  $N_{\text{det}}$  для въезда из множества  $K_{\text{indet}}$  в момент времени  $i \in I_{\text{in}}$ ,  $n = |I_{\text{in}}|$ . Множество  $I_{\text{in}}$  — это множество индексов временных интервалов, таких что в момент времени  $i \in I_{\text{in}}$  известно число въехавших АТС  $N_{\text{in},k}$  для всех въездов  $k \in K_{\text{in}}$ . Для получение необходимых данных на съездах нужно решить аналогичную задачу. Введем суммарное число въехавших по въездам АТС  $N_{\text{in}} = \sum_{k \in K_{\text{indet}}} N_{\text{det},k} + \sum_{k' \in K_{\text{intrack}}} N_{\text{est},k'}$ , где  $N_{\text{det},k}$  значение  $N_{\text{det}}$  на  $k$ -ом въезде,  $N_{\text{est},k'}$  значение  $N_{\text{est}}$  на  $k'$ -ом въезде. Аналогично определяется суммарное число съехавших по съездам АТС  $N_{\text{out}}$ .

Требуется построить алгоритм нахождения таких значений  $N_{\text{estin}}$ ,  $N_{\text{estout}}$ , чтобы они удовлетворяли уравнению баланса и различие между ними и значениями  $N_{\text{in}}$ ,  $N_{\text{out}}$  в моменты времени из множества  $I_{\text{in}}$ ,  $I_{\text{out}}$  соответственно было не слишком велико, что формализуется следующим образом:

$$\begin{aligned} & (N_{\text{ain}} + N_{\text{estin}} - N_{\text{aout}} - N_{\text{estout}})^2 \rightarrow \min_{N_{\text{estin}}, N_{\text{estout}}} \\ \text{s.t. } & \frac{1}{n} \left( \sum_{i \in I_{\text{in}}} |N_{\text{estin}}^i - N_{\text{in}}^i| + \sum_{i' \in I_{\text{out}}} |N_{\text{estout}}^{i'} - N_{\text{out}}^{i'}| \right) < \delta \end{aligned} \quad (3.6)$$

где  $\delta$  — допустимое отличие оценки числа АТС на съездах и съездах  $N_{\text{estout}}^{i'}$ ,  $N_{\text{estin}}^i$  от наблюдения  $N_{\text{out}}^{i'}$ ,  $N_{\text{in}}^i$ ,  $I_{\text{out}}$  — множество аналогичное  $I_{\text{in}}$  для съездов,  $N_{\text{in}}^i$ ,  $N_{\text{estin}}^i$  — значения  $N_{\text{in}}$ ,  $N_{\text{estin}}$  в момент времени  $i$ ,  $N_{\text{out}}^{i'}$ ,  $N_{\text{estout}}^{i'}$  — значения  $N_{\text{out}}$ ,  $N_{\text{estout}}$  в момент времени  $i'$ ,  $n = |I_{\text{in}}| + |I_{\text{out}}|$ .

### 3.2 Выбор модели для предсказания числа АТС

Для решения задачи (3.4) необходимо задать вид функции  $f$ . Было показано, что  $f$  линейно зависит от числа трековых АТС  $N_{\text{track}}$ , скорости  $V_{\text{track}}$  и оценки плотности потока [49]. Для проверки наличия дополнительных зависимостей была построена скрипичная диаграмма [19], изображенная на рис. 3.1. Рис. 3.1 показывает, что линейной аппроксимации недостаточно для приближения реального числа АТС. Чтобы учесть найденную нелинейность предлагается добавить слагаемое  $\log(N_{\text{track}})$ , так как средние значения на рис. 3.1 лежат на

кривой похожей на график логарифма. Таким образом, будем искать функцию  $f$  в виде:

$$f(\mathbf{a}|N_{\text{track},i}, V_{\text{est},i}) = a_0 + a_1 N_{\text{track},i} + a_2 \log(N_{\text{track},i}) + a_3 V_{\text{est},i} + a_4 N_{\text{track},i}/V_{\text{est},i} \quad (3.7)$$

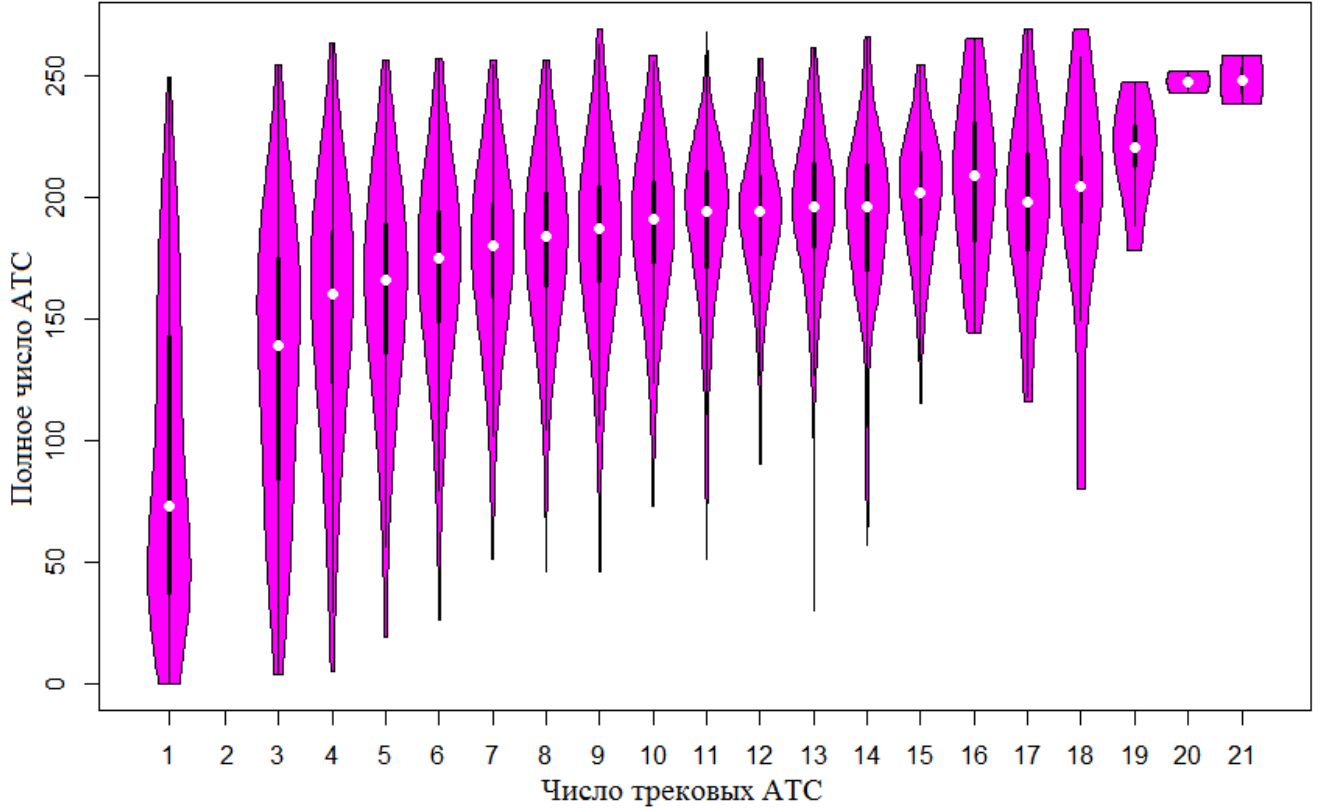


Рисунок 3.1 — Скрипичная диаграмма зависимости полного числа АТС от числа трековых АТС.

Также, кроме модели вида (3.7) были рассмотрены и другие модели, такие как модель числа трековых АТС:

$$f(\mathbf{a}|N_{\text{track},i}) = a_0 + a_1 N_{\text{track},i}, \quad (3.8)$$

модель числа АТС и скорости

$$f(\mathbf{a}|N_{\text{track},i}, V_{\text{est},i}) = a_0 + a_1 N_{\text{track},i} + a_2 V_{\text{est},i}, \quad (3.9)$$

и модель с логарифмом числа АТС и скоростью

$$f(\mathbf{a}|N_{\text{track},i}, V_{\text{est},i}) = a_0 + a_1 \log(N_{\text{track},i}) + a_2 V_{\text{est},i}. \quad (3.10)$$

### 3.3 Алгоритм восстановления суммарного потока на въездах и съездах

Алгоритм восстановления суммарного потока на въездах и съездах состоит из следующих шагов:

- Задать перекресток, на котором будет решаться задача восстановления суммарного потока, и определить сегменты, соответствующие въездам и съездам, а также сегменты с которых берутся данные о  $N_{ain}$ ,  $N_{aout}$ .
- Определить въезды и съезды принадлежащие множества  $K_{intrack}$ ,  $K_{outtrack}$ . Уже имеющееся на них небольшое число данных используем для определения параметров случайного Пуассоновского процесса, соответствующего данному въезду или съезду.
- Используя полученные распределения на въездах и съездах из множеств  $K_{intrack}$ ,  $K_{outtrack}$  вместо реальных данных, а также данные с самого МКАД (которые мы считаем верно восстановленными в разделе 5.2) и данные с въездов и съездов из множеств  $K_{indet}$ ,  $K_{outdet}$  решаем задачу (3.6).

Для решения поставленной задачи предлагается использовать алгоритм 1, использующий понятие дисбаланса  $N = N_{ain} + N_{in} - N_{aout} - N_{out}$ . Также введём следующие обозначения  $max\_cars\_in = k \cdot max\_cars\_per\_enter/exit$  — максимальное число въезжающих по въездам АТС,  $max\_cars\_out = k' \cdot max\_cars\_per\_enter/exit$  — максимальное число съезжающих по съездам АТС, где  $max\_cars\_per\_enter/exit$  — максимальное число АТС которые могут проехать по съезду/въезду за две минуты,  $k$  — число въездов,  $k'$  — число съездов. Значение  $max\_cars\_per\_enter/exit$  равно 60 АТС [22], то есть 1 АТС за каждые две секунды.

### 3.4 Вычислительный эксперимент

В работе проведён вычислительный эксперимент на реальных данных с МКАДа за 2012 год и проверен предложенный подход к агрегации данных с автомагистралей.

**Алгоритм 1:** Алгоритм восстановления суммарных значений потока на въездах/съездах использующий уравнение баланса

**если**  $N \neq 0$  **то**

**если**  $N > 0$  **то**

$$max\_extra\_cars = N_{out} + (max\_cars\_in - N_{in})$$

**если**  $N < max\_extra\_cars$  **то**

$$N_{estout} = N_{out} - N \cdot N_{out} / max\_extra\_cars$$

$$N_{estin} = N_{in} + N \cdot (max\_cars\_in - N_{in}) / max\_extra\_cars$$

**иначе**

$$N_{estout} = 0$$

$$N_{estin} = max\_cars\_in$$

**иначе**

$$max\_extra\_cars = N_{in} + (max\_cars\_out - N_{out})$$

**если**  $|N| < max\_extra\_cars$  **то**

$$N_{estin} = N_{in} - N \cdot N_{in} / max\_extra\_cars$$

$$N_{estout} = N_{out} + N \cdot (max\_cars\_out - N_{out}) / max\_extra\_cars$$

**иначе**

$$N_{estin} = 0$$

$$N_{estout} = max\_cars\_out$$

### 3.4.1 Описание данных

В данной работе используются данные с GPS-треков и дорожных датчиков за 2012 год. Данные с GPS-треков представляют собой набор сегментов, каждый из которых соотносится с некоторым участком автодороги. Объединение сегментов покрывает весь рассматриваемый участок транспортной сети. Для каждого сегмента известно число проехавших за двухминутный интервал трековых АТС  $N_{track}$  и среднее время их проезда по нему, из которого впоследствии рассчитывается скорость  $V_{track}$ . Также если за две минуты по данному сегменту проехало менее трех трековых АТС, то они не учитываются.

Для каждого датчика известно его местоположение на автомагистрали. Данные с датчиков состоят из числа проехавших за две минуты АТС  $N_{det}$  для каждой из полос и их скорости  $V_{det}$ . Заметим, что в данных с датчиков также

могут быть ошибки, например на рис. 3.2 показаны данные датчика, в которых отсутствуют записи за 4 часа.

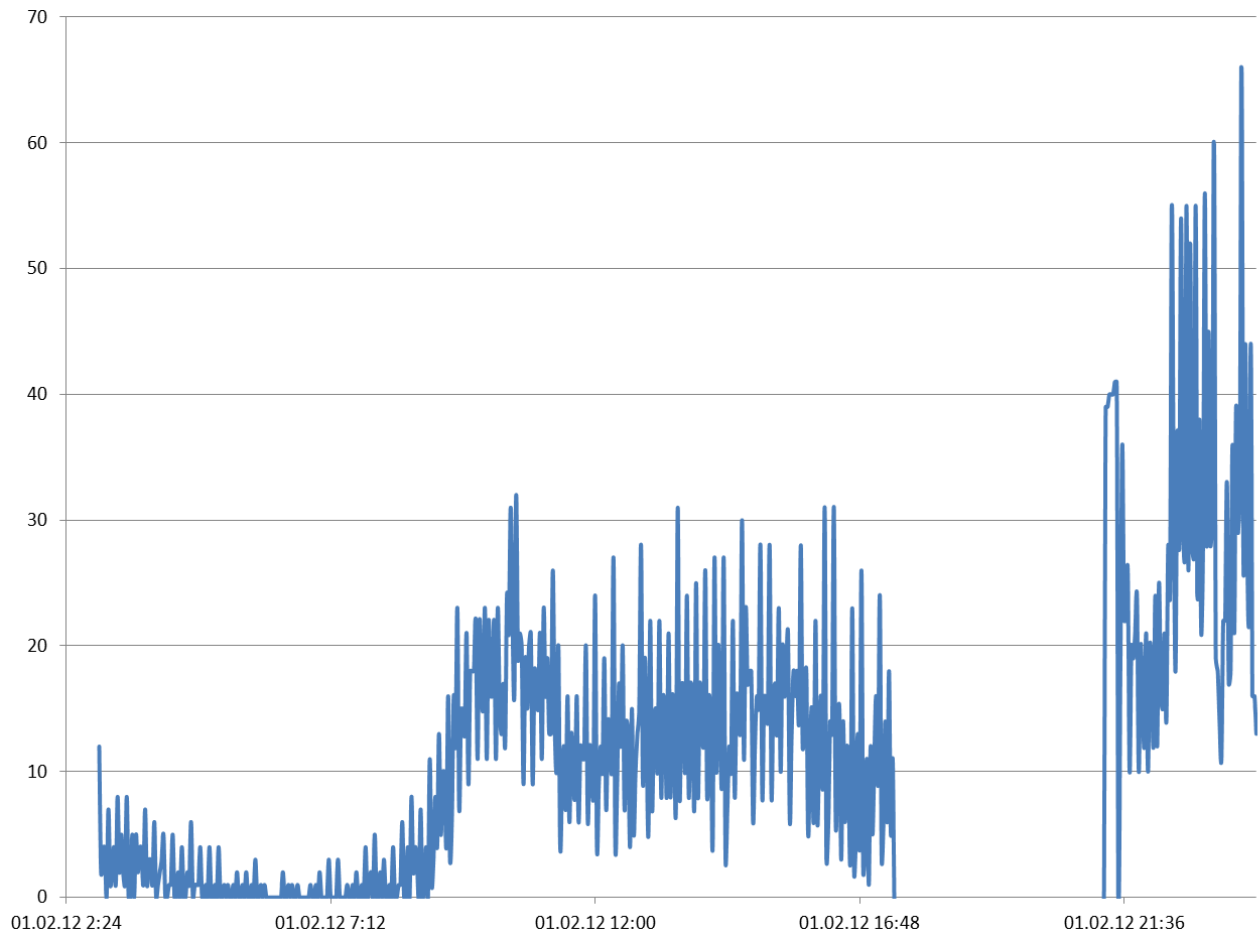


Рисунок 3.2 — Число зарегистрированных датчиком АТС в зависимости от времени суток. Детектор перестаёт фиксировать АТС в 17:25 и начинает в 21:15.

### 3.4.2 Эксперимент на автомагистрали

В экспериментах вместо числа АТС использовалась плотность АТС, чтобы учесть различные длины сегментов. Обозначим плотность АТС на участке автомагистрали, полученную с помощью данных дорожных датчиков  $\rho_{det} = N_{det}/l$ , где  $l$  — длина участка автомагистрали в данных GPS-треков.  $\rho_{est} \in \mathbb{R}_+^n$ ,  $\rho_{det} \in \mathbb{R}_+^n$  — вектора соответствующих по времени значений  $\rho_{est}, \rho_{det}$ , где  $n$  — число двухминутных интервалов в выбранном временном промежутке.

Для решения задачи (3.4) необходимо сначала получить преобразование скорости, решив задачу (3.3). Решением задачи (3.3) является следующее выражение:

$$V_{\text{est}} = 12.34 + 0.639V_{\text{track}}. \quad (3.11)$$

На рис. 3.3 показана зависимость плотности АТС от времени суток в случае использования преобразования (3.11) (слева) и в случае использования скоростей, полученных с GPS-треков  $V_{\text{track}}$  (справа). При использовании преобразования (3.11) ошибка аппроксимации на обучении  $\sigma(\mathbf{a}_1 | \rho_{\text{track}}, \mathbf{V}_{\text{est}}, \rho_{\text{det}}) = 0.03$  и корреляция  $\text{corr}(\rho_{\text{est}}, \rho_{\text{det}}) = 0.787$ , в то время как при использовании данных с GPS-треков ошибка аппроксимации  $\sigma(\mathbf{a}_2 | \rho_{\text{track}}, \mathbf{V}_{\text{track}}, \rho_{\text{det}}) = 0.042$  и корреляция  $\text{corr}(\rho_{\text{est}}, \rho_{\text{det}}) = 0.672$ . Это означает, что использование преобразования (3.11) повышает качество аппроксимации.

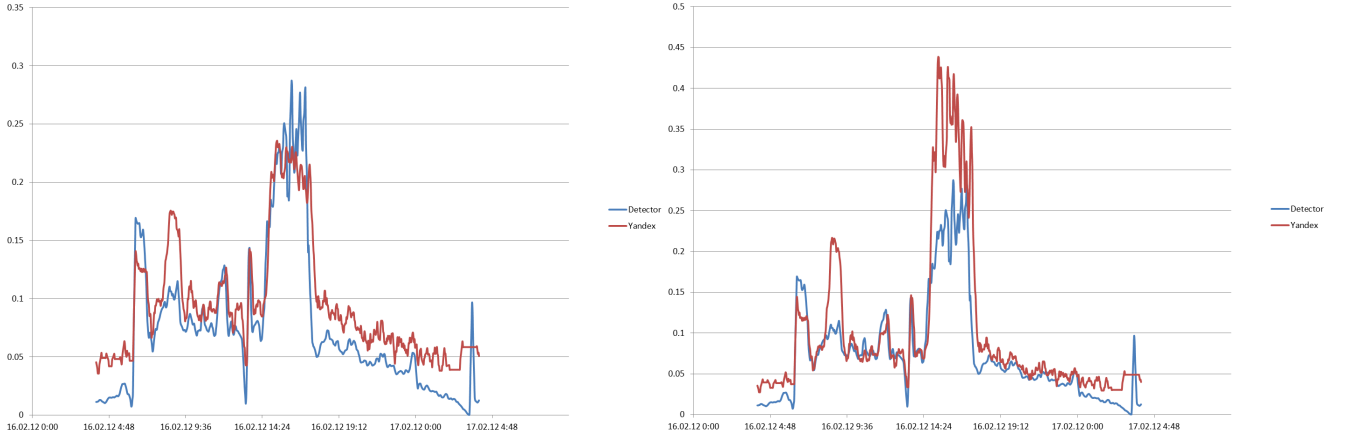


Рисунок 3.3 — Графики полученных с помощью моделей плотностей в случае с использованием модели для скорости (слева) и без (справа).

Далее рассмотрим метод улучшения качества аппроксимации с помощью построения нескольких моделей для данных с различными значениями плотности АТС, определяемыми по данным датчиков. Для этого возьмём множество данных за февраль  $L$  для датчика и подсегмента под ним и выделим из них множество  $H \subset L$  — данные, соответствующие плотности АТС более 0.05 АТС/м, которая является переходной между фазами свободного и синхронизированного потока для МКАД [52].

Задача (3.4) решается для данных  $L$  и  $H$  отдельно с получением векторов параметров  $\mathbf{a}_L, \mathbf{a}_H$  соответственно. Решением задачи (3.4) на данных  $H$  является следующее выражение:

$$N_{\text{est}} = 157.78 + 4.54N_{\text{track}} - 4.59 \log(N_{\text{track}}) + 0.153V_{\text{est}} - 85.069N_{\text{track}}/V_{\text{track}}, \quad (3.12)$$

а на данных  $L$ :

$$N_{\text{est}} = 117.75 + 2.11N_{\text{track}} + 41.55 \log(N_{\text{track}}) - 0.327V_{\text{est}} - 128.89N_{\text{track}}/V_{\text{est}} \quad (3.13)$$

Первая модель использовалась при плотности выше 0.1 АТС/м (плотность, соответствующая началу синхронизированной фазы [52]), вторая — при плотности ниже 0.1 АТС/м. Корреляция на обучении составила 0.787, средняя ошибка 0.03 и сравнение результата  $\rho_{\text{det}}$  с  $\rho_{\text{est}}$  показано на рис. 3.4. Для контроля выбраны четыре пары датчик-сегмент и проведены вычисления с использованием моделей (3.12), (3.13). На контроле корреляция составила 0.823, 0.80, 0.85, 0.65, средняя ошибка 0.0363, 0.0382, 0.0339, 0.0393 соответственно и сравнение результата  $\rho_{\text{det}}$  с  $\rho_{\text{est}}$  показано на рис. 3.5 для одной из тестовых пар.

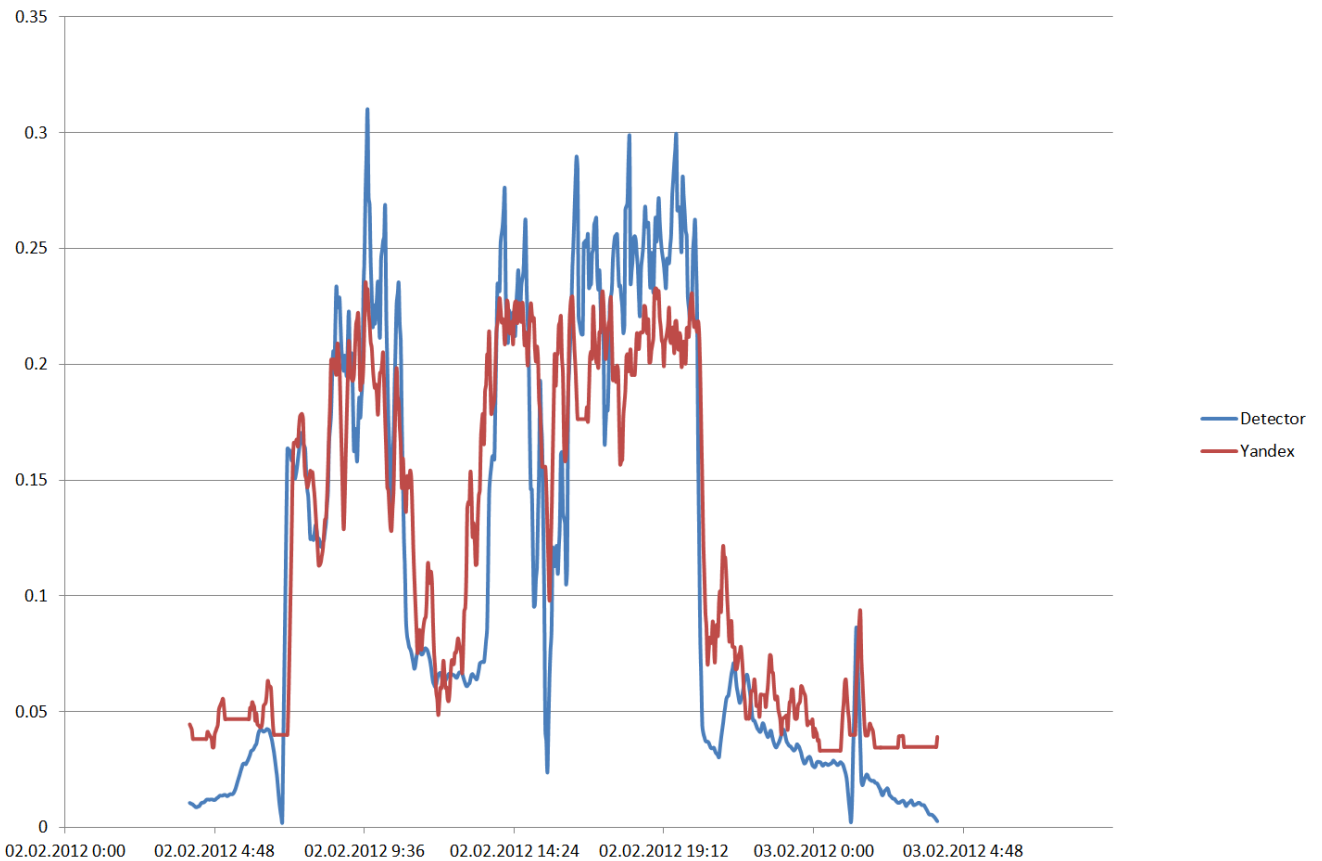


Рисунок 3.4 — Средняя за 10 минут плотность АТС рассчитанная по данным датчика и аппроксимированным трековым данным на обучении.

Также был проведён эксперимент для проверки возможности использования построенной модели для получения оценки количества проехавших АТС в режиме реального времени с использованием данных GPS-треков. Чтобы обучить модель в этом случае, необходимо использовать исторические данные за некоторый промежуток времени до дня, для которого надо получить оценку. В

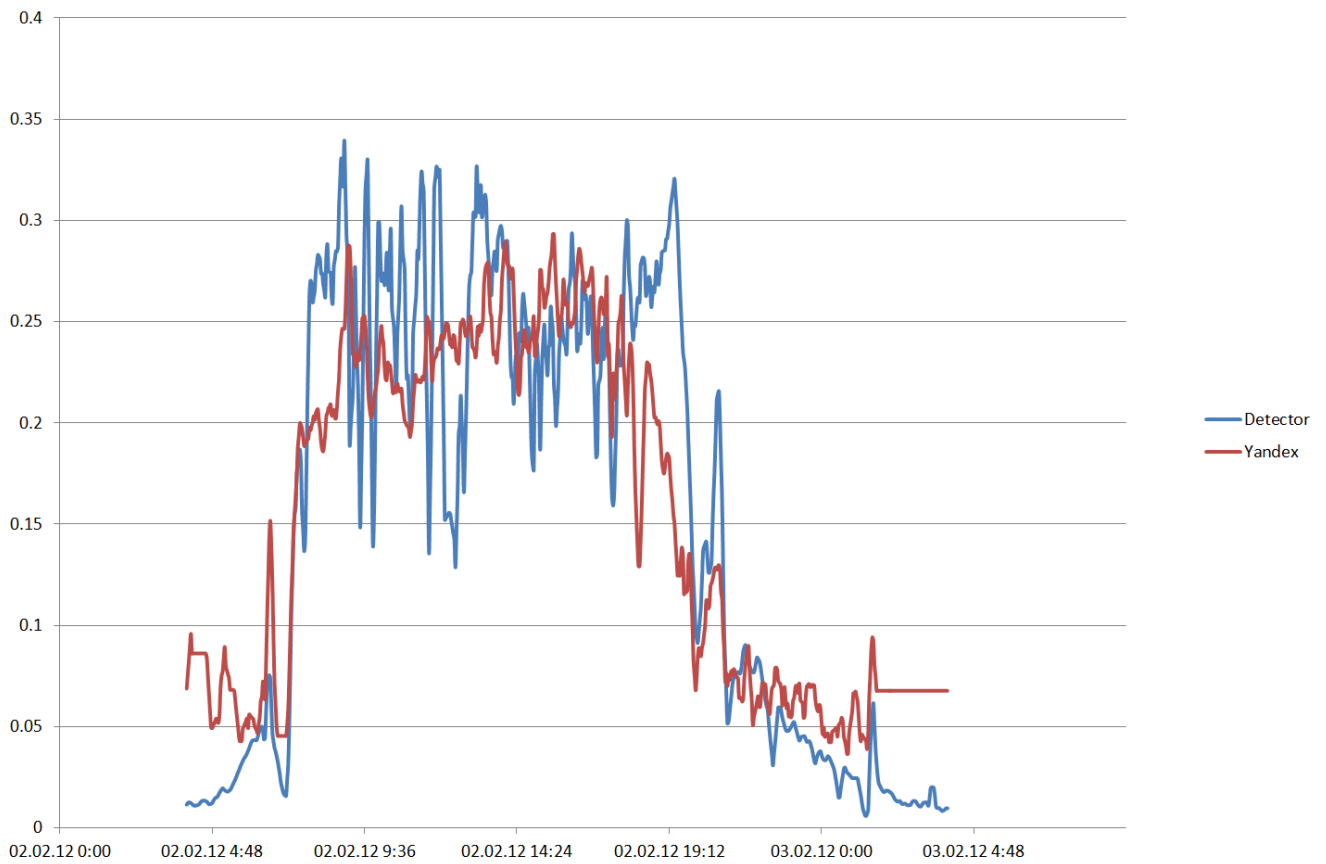


Рисунок 3.5 — Средняя за 10 минут плотность АТС рассчитанная по данным датчика и аппроксимированным трековым данным на контроле.

нашем случае для обучения брались данные за каждые 7 дней перед рассматриваемым днём, который является контрольным временным интервалом. На рис. 3.6 показана зависимость функции ошибки и коэффициента корреляции от дня на усреднённых за 10 минут данных для построенных моделях для каждого дня.

На рис. 3.7, 3.8, 3.9 показаны результаты работы моделей (3.8), (3.9), (3.10). Сравнение рассматриваемых моделей приведено в таблице 1. Из таблицы 1 следует, что лучшей является модель (3.7).

В таблице 2 приведено сравнение среднеквадратической ошибки моделей (3.7), (3.8), (3.9), (3.10) при большой плотности  $\rho_{\text{det}} > 0.2$ . Из таблицы 2 следует, что модель (3.7) значительно лучше при больших плотностях, чем модели (3.8), (3.10) и лучше модели (3.9).

Таблица 1 — Сравнение моделей при всех значениях плотности  $\rho_{\text{det}}$

	Модель (3.7)	Модель (3.8)	Модель (3.9)	Модель (3.10)
Среднеквадратическая ошибка	<b>0.03</b>	0.031	0.0326	0.0314
Корреляция	<b>0.787</b>	0.781	0.765	0.78

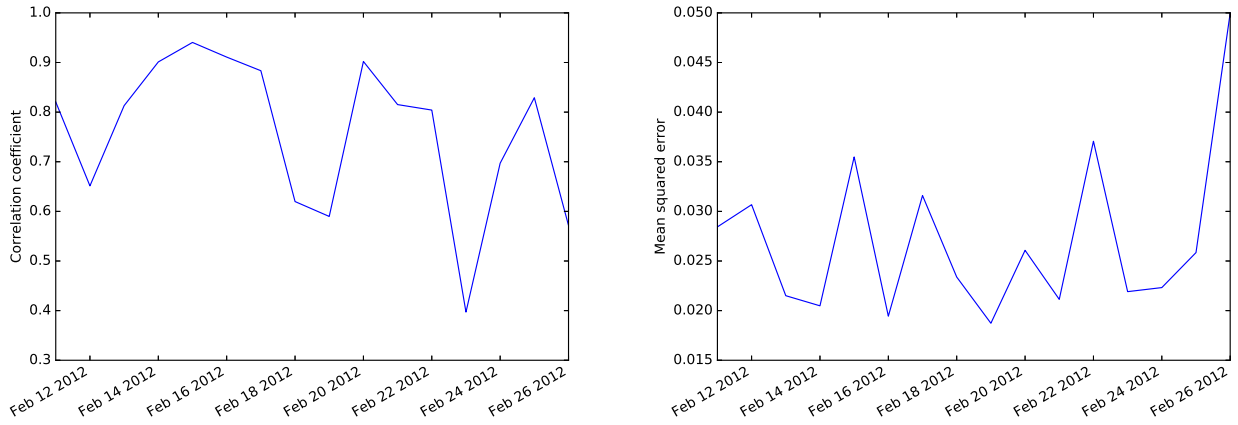


Рисунок 3.6 — Корреляция для усреднённых за 10 минут данных и среднеквадратичная ошибка на контроле для эксперимента с обучением по 7 дням.

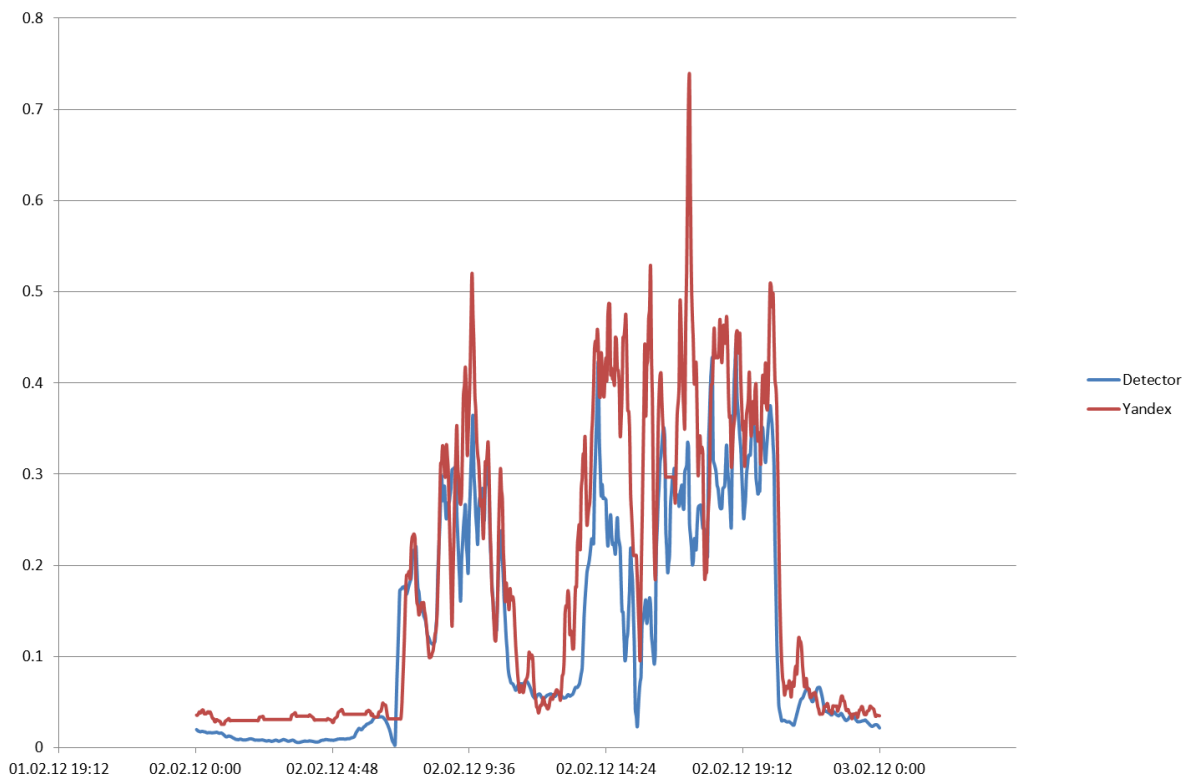


Рисунок 3.7 — Плотность АТС для результатов обучения моделим (3.8).

Таблица 2 — Сравнение моделей при плотности  $\rho_{\text{det}} > 0.2$

	Модель (3.7)	Модель (3.8)	Модель (3.9)	Модель (3.10)
Среднеквадратическая ошибка	<b>0.058</b>	0.119	0.065	0.093

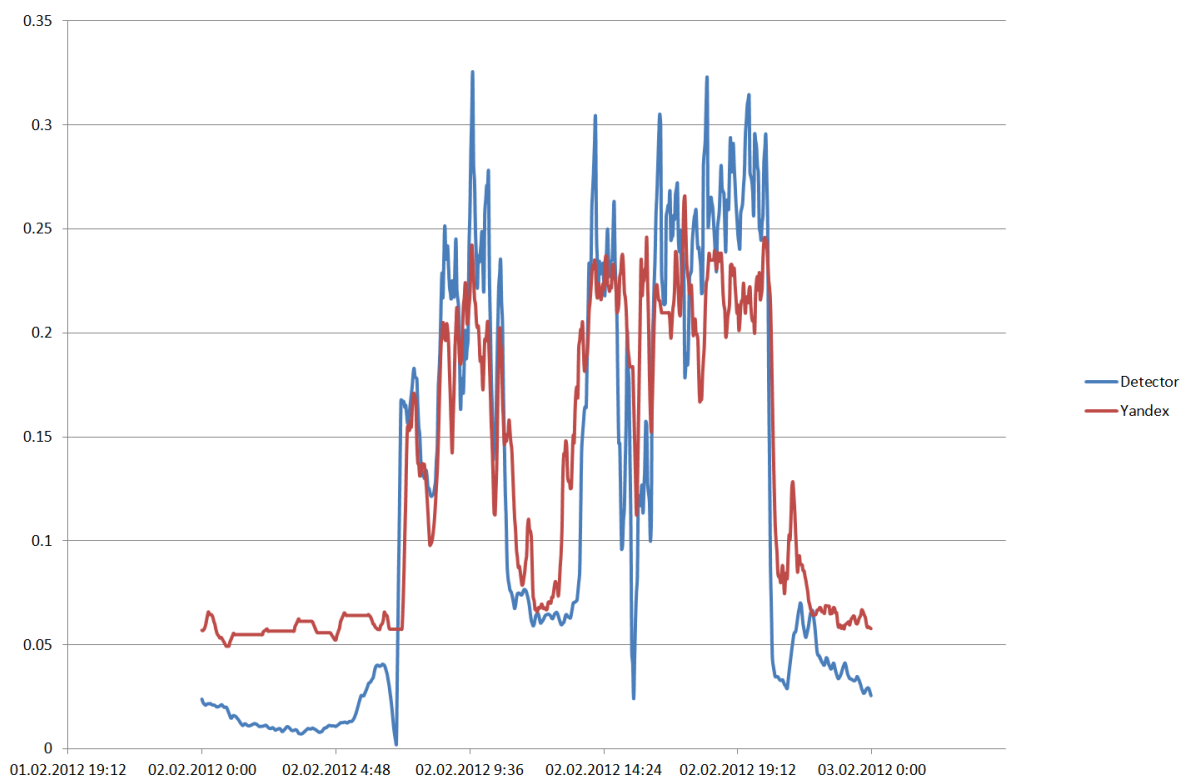


Рисунок 3.8 — Плотность АТС для результатов обучения модели (3.9).

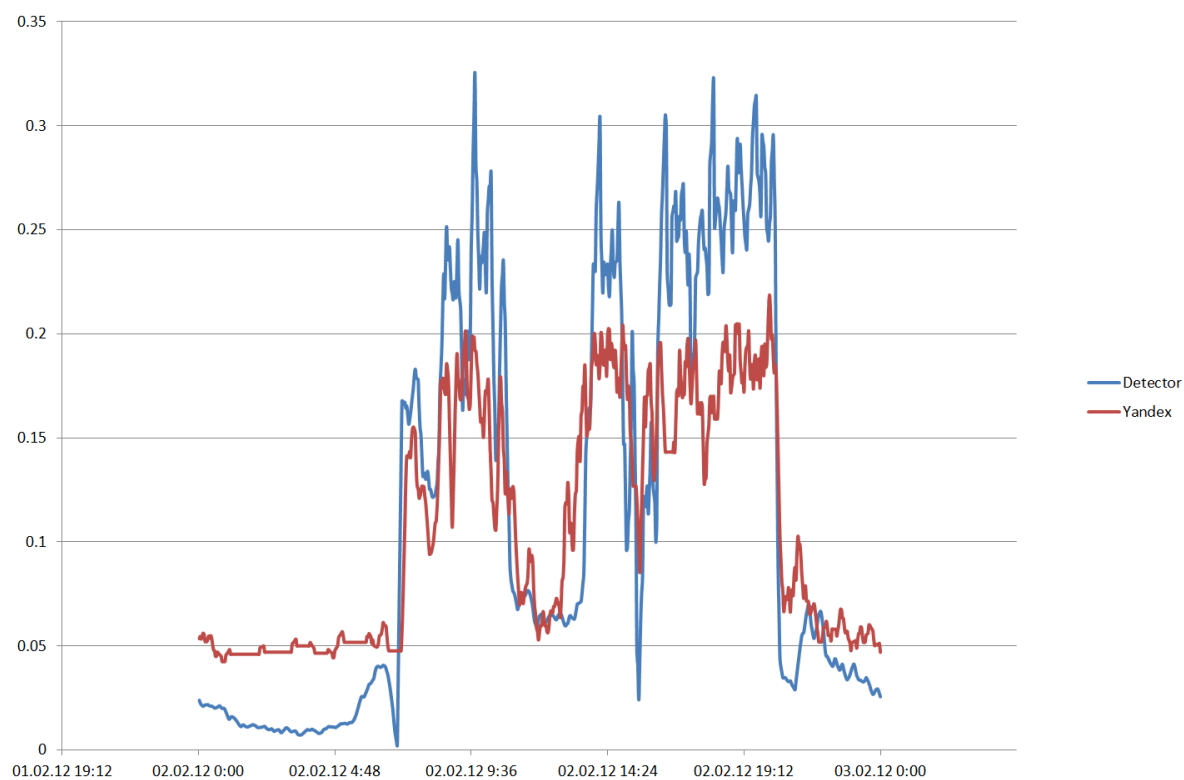


Рисунок 3.9 — Плотность АТС для результатов обучения модели (3.10).

### 3.4.3 Эксперимент на въездах и съездах

Приведем на примере двух перекрестков результат восстановления числа въехавших АТС за 02.02.2012 года. На одном из перекрестков датчиками закрыты все въезды и выезды кроме одного въезда, результат работы алгоритма 1 представлен на рис. 3.10. На рис. 3.10 показано, что результат работы алгоритма 1 (красная кривая) проходит в области, соответствующей сумме данных с датчика и данных с GPS-треков (зелёные точки), то есть ограничение в задаче (3.6) выполняется с достаточной точностью.

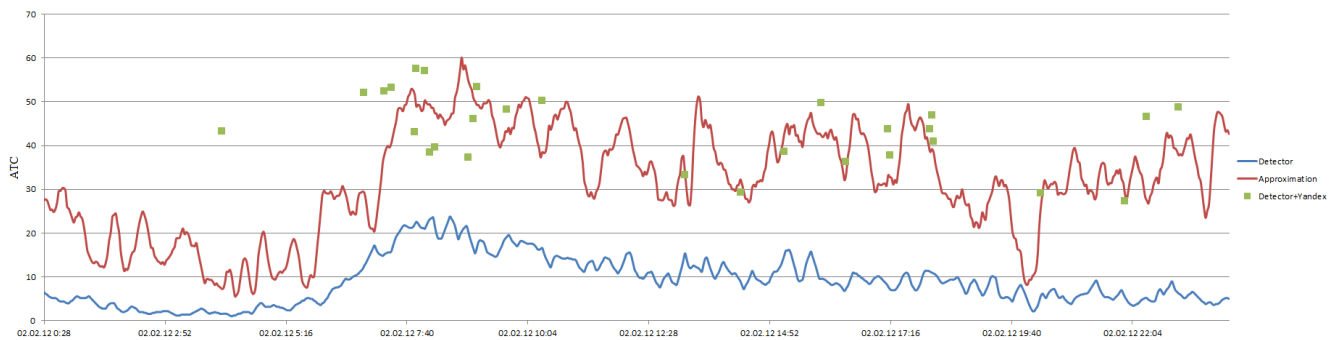


Рисунок 3.10 — Пример восстановления числа въехавших АТС. Синяя линия — число проехавших под датчиком на въезде АТС, зелёные точки — сумма данных с датчика и GPS-треков в моменты времени из множества  $I_{in}$ . Красная линия — восстановленные значения суммарного числа въехавших АТС  $N_{\text{estin}}$ .

На втором перекрестке датчиками закрыты оба въезда, но один из датчиков фиксировал проехавшие АТС полчаса за день (до пяти АТС) и этот въезд был также включён в множество  $K_{\text{intrack}}$ , данных же трекового типа на данном въезде нет, результат работы алгоритма 1 представлен на рис. 3.11. На рис. 3.11 показано, что результат работы алгоритма 1 (красная кривая) проходит в области, соответствующей сумме данных с датчика и данных с GPS-треков (зелёные точки), то есть ограничение в задаче (3.6) выполняется с достаточной точностью. Также на рис. 3.11 показано, что  $N_{\text{estin}}$  в большинство двухминутных интервалов отличается от данных закрытого датчиком въезда (синяя кривая) менее чем на 5 АТС, а иногда полностью совпадает с ним. Таким образом, данные с закрытого плохим датчиком въезда подтверждаются (малое число зафиксированных АТС), а также становится понятна причина отсутствия данных трекового типа на данном въезде — слишком слабый поток АТС. Все значения

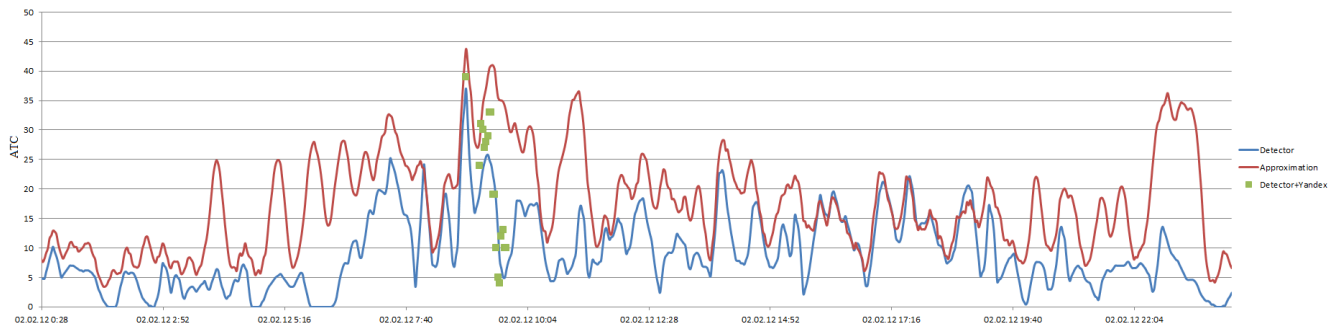


Рисунок 3.11 — Пример восстановления числа въехавших АТС. Синяя линия — число проехавших под датчиком на въезде АТС, зелёные точки — сумма данных с датчика и GPS-треков в моменты времени из множества  $I_{in}$ . Красная линия — восстановленные значения суммарного числа въехавших АТС  $N_{estim}$ .

на рис. 3.10,3.11 усреднены за 10 минут.

### 3.5 Заключение

В данной главе поставлена задача восстановления данных с GPS-треков на основе данных с дорожных датчиков. Задача разделена на два случая: в разделе 3.1.1 поставлена задача восстановления данных на автомагистрали, в разделе 3.1.2 поставлена задача восстановления данных на въездах и съездах с автомагистрали. Данные подзадачи существенно отличаются объёмом данных с GPS-треков и дорожных датчиков.

В разделе 3.2 предложена методология восстановления числа и скорости проехавших по сегменту автомагистрали АТС на основе данных с GPS-треков. В разделе 3.3 предложена методология восстановления числа и скорости АТС на въездах и съездах на основе данных с GPS-треков.

Раздел 3.4 посвящен вычислительным экспериментам. Вычислительные эксперименты показали высокую точность предложенного метода восстановления данных на автомагистрали. Отдельно продемонстрирована недостаточность данных с GPS-треков для восстановления детального поведения автомобилей на перекрестке, даже с учётом знания точного числа въехавших и съехавших с перекрестка по основной автомагистрали автомобилей.

Результаты полученные в данной главе детально описаны в работах [58; 60].

## Глава 4. Описание математической модели

Данная модель необходима для быстрого моделирования транспортных сетей большого масштаба с сильно разрывными потоками из-за светофорного управления въездами на автомагистраль и возможностью качественно моделировать процессы формирования и исчезновения заторных ситуаций в транспортной сети. Ввиду высоких требований микроскопических моделей к вычислительным мощностям, а также трудностями макроскопических моделей при моделировании сильно разрывных потоков в данном разделе приводится мезоскопическая модель транспортных потоков пригодная для вышеизложенной задачи.

Далее приводится полное математическое описание предлагаемой мезоскопической модели с описанием процедуры моделирования автомагистрали с её использованием.

### 4.1 Структура модели

#### 4.1.1 Внутренние свойства модели

Транспортная сеть представляет собой связный ориентированный граф  $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \mathbf{E})$ , где  $\mathbf{V}$  - множество вершин,  $\mathbf{E} = \{(i, j)\}$  - множество ребер графа. На граф также накладываются ограничения на максимальную и минимальную степень вершин  $d(i): \min(d(i)) = 1$  и  $\max(d(i)) = 3$ . Также  $\forall i : d(i) > 1 \rightarrow \exists j, l \in \mathbf{V} : (j, i), (i, l) \in \mathbf{E}$ , т.е. не существует вершины, в которой только заканчиваются несколько ребер, и не существует вершины, в которой только начинаются несколько ребер.

Определим теперь все типы вершин графа в зависимости от их степеней.

1.  $d(i) = 1$ . В данном случае существует два варианта:

- а)  $i : \exists(i, j) \in \mathbf{E}$ . Такие вершины будем называть *вершинами-въездами*. Вершины въезды образуют множество  $\mathbf{V}_{\text{in}}$  и явля-

ются источниками автомобильно-транспортных средств(АТС) в рассматриваемой модели.

- б)  $i : \exists(j,i) \in \mathbf{E}$ . Такие вершины будем называть *вершинами-съездами*. Вершины съезды образуют множество  $\mathbf{V}_{\text{out}}$  и являются стоками автомобилей в рассматриваемой модели.
2.  $d(i) = 2$ . Это внутренние вершины модели образующие множество  $\mathbf{V}_{\text{int}}$ .
  3.  $d(i) = 3$  — вершины-центры перекрестков дорожно-транспортной сети. Данные вершины также входят в множество  $\mathbf{V}_{\text{int}}$ , но образуют еще два подмножества.
    - а) Если  $\exists(i,j) \in \mathbf{E}, (i,k) \in \mathbf{E} : j \neq k$ , то такие вершины образуют множество  $\mathbf{V}_{\text{sep}}$  — вершины в которых происходит разделение потоков в дорожно-транспортной сети.
    - б) Если  $\exists(j,i) \in \mathbf{E}, (k,i) \in \mathbf{E} : j \neq k$ , то такие вершины образуют множество  $\mathbf{V}_{\text{mer}}$  — вершины, в которых происходит слияние потоков в дорожно-транспортной сети.

Таким образом,  $\mathbf{V} = \mathbf{V}_{\text{int}} \cup \mathbf{V}_{\text{out}} \cup \mathbf{V}_{\text{in}}$  — все вершины распределены по трем непересекающимся группам. Вершины же перекрестки с  $d(i) = 3$  дополнительно разделены по типу перекрестка причем  $\mathbf{V}_{\text{sep}} \cap \mathbf{V}_{\text{mer}} = \emptyset$ . Ввиду того, что в данной работе рассматриваются только автомагистрали, то вершины с  $d(i) = 4$  и более не встречаются.

Разделим схожим образом ребра инцидентные этим вершинам. Рассмотрим для этого некоторое ребро  $(i,j)$ .

1. Если  $i \in \mathbf{V}_{\text{in}}$ , то ребро  $(i,j)$  — это ребро-въезд. Такие ребра образуют множество въездов  $\mathbf{E}_{\text{in}}$ .
2. Если  $j \in \mathbf{V}_{\text{out}}$ , то ребро  $(i,j)$  — это ребро-съезд. Такие ребра образуют множество съездов  $\mathbf{E}_{\text{out}}$ .
3. Если  $i \in \mathbf{V}_{\text{int}}$  и  $j \in \mathbf{V}_{\text{int}}$ , то ребро  $(i,j)$  — это внутреннее ребро модели.

Такие ребра образуют множество внутренних ребер модели  $\mathbf{E}_{\text{int}}$ .

Также как и с вершинами  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{int}} \cup \mathbf{E}_{\text{out}} \cup \mathbf{E}_{\text{in}}$  за исключением случая, когда модель представляет из себя одно ребро, который в этой работе не рассматривается.

Определим теперь понятие состояния модели в момент времени  $t$ . Для этого нам понадобится понятие автомобильной группы на ребре  $(i,j) : \mathbf{A}_k^t = \{\text{Pos}_k, V_k, N_k\}$ , обладающей следующими характеристиками:

1.  $\text{Pos}_k$  — позиция начала группы относительно начала ребра, на которой она расположена.
2.  $V_k$  — скорость группы АТС.
3.  $N_k$  — размер группы АТС из  $\mathbb{R}_{\geq 0} = \mathbb{R}_+$ .

Пусть теперь  $\mathbf{A}_{i,j}^t = \{\mathbf{A}_k^t\}$  — упорядоченное множество автомобильных групп на ребре  $(i,j)$ . Причем  $\forall l, m : l < m \rightarrow \text{Pos}_l > \text{Pos}_m$  — группы не могут обгонять друг друга.

Таким образом, введем состояние системы в момент времени  $t$  как  $\mathbf{A}^t = \{\mathbf{A}_{i,j}^t\} \cup \{A_{\text{out},i,j}^t\}$ , т.е. положение, скорость, размер и тип всех автомобильных групп на всех ребрах дорожно-транспортной сети. Группы АТС  $\{A_{\text{out},i,j}^t\}$  представляют собой специальные группы-буферы. Их особые свойства рассматриваются в разделе Общих свойств модели.

Для расчетов нам также понадобится понятие потенциала трансфера  $\text{Tr}_{(i,j),k}^t(\mathbf{A}^t, \mathbf{A}^{t-1})$  — число АТС, которые могут съехать с ребра  $(i,j)$  на ребро  $(j,k)$  в интервал времени от  $t-1$  до  $t$ . Данная величина вычисляется заново на каждой временной итерации в зависимости от состояния системы.

#### 4.1.2 Внешние свойства модели

Определим теперь свойства модели задаваемые при ее инициализации.

Рассмотрим предварительно три ребра с  $d(j) = 3$  :  $(i, j), (j, k_1), (j, k_2)$ . В данной работе мы считаем  $(j, k_1)$  продолжением автомагистрали, а  $(j, k_2)$  — съездом с нее. Данное распределение полностью задается в момент инициализации модели.

Перечислим все внешние параметры модели для каждой ребра  $(i, j) \in \mathbf{E}$  графа  $\mathbf{G}$ .

1. Длина ребра  $l_{i,j}$ .
2. Число полос, по которым разрешено движение автомобилей по данному ребру  $n_{i,j}$ .
3.  $I_{i,j} = \{0, 1\}$  — идентификатор того, является ребро съездом или нет. Если является, то  $I_{i,j} = 1$ .
4. Функция скорости для данного ребра  $V = f_{i,j}(\rho)$ ,  $f_{i,j} : \mathbb{Q}_+ \rightarrow \mathbb{Q}_+$ , где  $\rho \in \mathbb{R}_+$  — плотность АТС. В данной работе рассматриваются только

ограниченные непрерывные монотонно убывающие функции скорости. Процедура получения данной функции из экспериментальных данных детально описана в разделе 2.

5. Матрица перемешивания в узле  $j$  в момент времени  $t$ , задаваемая функцией  $M_j(t)$ . В случае если  $j : \#(j,k) \in \mathbf{E}_{\text{out}} \rightarrow \forall t : M_j(t) = 0$ .
6. Интенсивность источника в узле  $i$  в момент времени  $t$ , задаваемая функцией  $F_i(t)$ . Для всех  $i : i \notin \mathbf{V}_{\text{in}} \rightarrow \forall t : F_i(t) = 0$ .

Также у каждого ребра есть буфер АТС  $A_{\text{out},i,j}^t = \{\text{Pos}_{\text{out},i,j}, V_{\text{out},i,j}, N_{\text{out},i,j}\}$ , представляющий из себя группу АТС с  $\text{Pos}_{\text{out},i,j} = l_{i,j}$ ,  $V_{\text{out},i,j} = 0$ . Данная группа моделирует очередь на съезд с ребра  $(i,j)$  — т.е. группу  $(j,k)$  с  $I_{i,j} = 1$ . Работа с данной группой детально описана в разд. Алгоритмов перемещения и объединения групп АТС 4.2.

Будем считать, что в модели все автомобили имеют фиксированный размер  $L_{\text{car}}^{\text{avg}}$ . В дальнейшем, путем изменения этой величины можно также исследовать зависимость поведения автомагистрали от состава потока автомобилей. С его помощью получаем максимальное число автомобилей на ребре  $(i,j)$  как  $N_{\text{max}}^{i,j} = \frac{l_{i,j} \cdot n_{i,j}}{L_{\text{car}}^{\text{avg}}}$ .

Введем также понятие динамического размера автомобилей  $L_{\text{car}}(V) = L_{\text{car}}^{\text{avg}} + a \cdot V$ , где  $a = 0.504$ . Данная величина отражает тот факт, что автомобили в среднем на определенной скорости не сближаются сильнее некоторого расстояния. Сама же константа  $a$ , как и данное приближение, взята из книги [47]. Видно, что данное соотношение — это соотношение из модели Танака 1.1.2 без квадратичного члена отвечающего за влияние аномальных погодных условий (дождь, снег).

Таким образом, получаем, что все характеристики автомобильной группы ограничены сверху.

1. Положение  $\text{Pos}_k$  группы АТС длиной ребра на которой группа находится.
2. Скорость  $V_k$  ограничена максимальной скоростью на ребре, которую можно определить из функции скорости  $f_{i,j}(\rho)$ .
3. Максимальный размер  $N_k$  ограничен максимальным числом автомобилей на ребре  $N_{\text{max}}^{i,j}$ .

Однако поскольку в нашей модели все группы АТС движутся так, как будто каждый автомобиль в группе обладает полным знанием обо всех других автомобилях, то это накладывает на группы логическое ограничение на их раз-

мер, так как сложно ожидать такого поведения у АТС в огромной группе. Мы в данной работе считаем разумным ограничение в  $N_{\max} = 20$  АТС.

Также нам понадобится величина среднего ускорения группы АТС  $a_{\text{avg}}$  для ограничения увеличения скорости движения групп АТС по ребрам автомагистрали. В данной работе величина ускорения взята за константу и равна  $2.2 \text{ м/с}^2$  (см. [26]).

## 4.2 Алгоритмы перемещения и объединения групп АТС

Определим как группы АТС объединяются в одну, как переезжают с одного ребра на другое, как движутся по ребру и как съезжают на ребра-съезды. Также определим функцию расчета  $\text{Tr}_{(i,j),k}^t(\mathbf{A}^t, \mathbf{A}^{t-1})$  на каждом временном шаге.

### 4.2.1 Движение групп АТС по ребру

На каждой итерации алгоритма надо рассчитать новое положение групп АТС для каждого ребра. Перерасчет положения групп а также их скорости производит функция  $\text{group\_mover}(\mathbf{A}_{i,j}^t, k, (i,j), \tau, t)$  по алгоритму 2. Расчеты по данному алгоритму сводятся к следующим шагам.

Шаг 1. Для выбранной группы АТС  $\mathbf{A}_k^t$  на ребре  $(i,j)$  рассчитываем ее скорость  $V_k'$  на основании плотности автомобилей на участке автодороги перед ней.

Шаг 2. Рассчитываем новое положение группы АТС.

Шаг 3. Если группа оказалась в конце ребра:

- а) рассчитать сколько времени она ехала до конца ребра;
- б) в соответствии с матрицей перемешивания часть группы добавляется в буфер-группу  $A_{\text{out},i,j}^t$ ;
- в) оставшаяся часть группы  $\mathbf{A}_k^t$  пытается переехать на следующее для нее ребро с  $I_{j,m_1} = 0$ ;

г) группа-буфер  $A_{\text{out},i,j}^t$  пытается переехать на следующее для нее ребро с  $I_{j,m_1} = 1$ .

**Алгоритм 2:** Алгоритм расчета положения и скорости группы АТС.

**Вход:**  $\mathbf{A}_{i,j}^t$  — множество характеристик автомобильных групп на ребре;

$k$  — индекс рассматриваемой автомобильной группы;

$(i,j)$  — рассматриваемое ребро графа;

$\tau$  — временной шаг;

$t$  — текущий момент времени;

**если**  $\text{Pos}_k = l_{i,j}$  **то**

Если группа АТС уже в конце ребра то она просто пытается переехать на следующее ребро

Пусть  $j' : (j, j') \in \tilde{\mathbf{E}}$  — ребро с  $I_{j,j'} = 0$

group\_transferrer( $\mathbf{A}^t, \mathbf{A}^{t-1}, k, (i,j), (j,j'), \tau'$ ) из Алгоритма 4

**return** 0

$\text{Pos}_{k+} = V_k \cdot \tau$

Пусть  $\rho = \frac{\sum_{m=k+1}^{\text{len}(\mathbf{A}_{i,j}^t)} N_m}{l_{i,j} \cdot n_{i,j}}$  — плотность АТС на участке ребра  $(i,j)$  перед группой АТС  $k$ , тогда  $V'_k = f_{i,j}(\rho)$  — новая скорость группы АТС.

**если**  $V'_k - V_k > a_{\text{avg}} \cdot \tau$  **то**

$V'_k = V_k + a_{\text{avg}} \cdot \tau$

**если**  $\text{Pos}_k \geq l_{i,j}$  и  $k = 0$  **то**

$\tau' = \tau \cdot \frac{\text{Pos}_k - l_{i,k}}{V_k \cdot \tau}$  — 'оставшееся' время движения автомобильной группы

$\text{Pos}_k = l_{i,k}$

Добавим АТС в группу-буфер  $\mathbf{A}_{\text{out},i,j}^t$

$N_{\text{out},i,j+} = N_k \cdot M_j(t)$

$N_k = N_k \cdot (1 - M_j(t))$

Оставшиеся АТС должны продолжить движение по магистрали

Пусть  $j' : (j, j') \in \tilde{\mathbf{E}}$  — ребро с  $I_{j,j'} = 0$

group\_transferrer( $\mathbf{A}^t, \mathbf{A}^{t-1}, k, (i,j), (j,j'), \tau'$ ) по Алгоритму 4

Группа-буфер пытается съехать

Пусть  $j'' : (j, j'') \in \tilde{\mathbf{E}}$  — ребро с  $I_{j,j''} = 0$

group\_transferrer( $\mathbf{A}^t, \mathbf{A}^{t-1}, k, (i,j), (j,j''), \tau'$ ) по Алгоритму 4

**иначе**

**если**  $\text{Pos}_k \geq \text{Pos}_{i,k-1}$  **то**

$\text{Pos}_k = \text{Pos}_{k-1} - L_{\text{car}}(V_{k-1}) \cdot N_{k-1}$

group\_union( $\mathbf{A}_{i,j}, k, (i,j), t$ )

Если группа АТС  $\mathbf{A}_k^t$  все еще существует  $V_k = V'_k$

Заметим, что функция `group_transferrer` алгоритм 3 вызывается тут с временным шагом  $\tau'$ , что означает что группа АТС при переезде на новое ребро будет двигаться меньшее количество времени.

### 4.2.2 Объединение двух групп АТС

После изменения положения группы АТС на ребре нужно проверить не может ли она быть объединена с какой либо другой группой. Поскольку группы движутся только вперед и в нашей модели не могут обгонять друг друга, то проверка на возможность объединения идет только с группой перед рассматриваемой. То есть для группы АТС  $j$  рассматривается возможность ее слияния с группой  $j-1$ . За слияние групп отвечает функция `group_union`( $\mathbf{A}_{i,j}^t, k, (i,j), t$ ), работающая по алгоритму 3.

**Алгоритм 3:** Алгоритм объединения групп АТС.

**Вход:**  $\mathbf{A}_{i,j}^t$  — множество характеристик автомобильных групп на ребре;

$k$  — индекс рассматриваемой автомобильной группы;

$(i,j)$  — рассматриваемое ребро графа;

$t$  — текущий момент времени;

**если**  $k = 0$  **то**

Группу не с чем объединять так как она самая первая

**иначе**

**если**  $\text{Pos}_{k-1} - \text{Pos}_k \leq L_{\text{car}}(V_{k-1}) \cdot N_{k-1}$  и  $N_{k-1} + N_k \leq N_{\text{max}}$  **то**

Объединяем группы в одну

**если**  $k - 1 = 0$  и  $\text{Pos}(k - 1) = l_{i,j}$  **то**

$$N_{\text{exit}}^j + = N_k \cdot M_j(t)$$

$$N_{k-1} + = N_k \cdot (1 - M_j(t))$$

**иначе**

$$N_{k-1} + = N_k$$

$\text{del} \mathbf{A}_k^t$  — группа  $k$  удаляется

### 4.2.3 Перемещение групп АТС между ребрами

Когда группа автомобилей достигает конца ребра, на которой она находится, требуется определить какая ее часть переедет на следующий сегмент автомагистрали и какое положение и скорость примет на новом ребре. За данные расчеты отвечает функция  $\text{group\_transferrer}(\mathbf{A}^t, \mathbf{A}^{t-1}, k, (i,j), (j,j'), \tau, t)$  по алгоритму 4. Расчеты по данному алгоритму сводятся к следующим шагам.

Шаг 1. Определяем индекс новой группы АТС на ребре  $(j,j')$ .

Шаг 2. Определяем, может ли группа переехать на новое ребро полностью.

Если да:

- а) создаем новую группу АТС в конце ребра  $(j,j')$  с  $N_{k'} = N_k$ .
- б) Удаляем группу  $k$  из  $\mathbf{A}_{i,j}^t$ .

Шаг 3. Если нет:

- а) создаем новую группу АТС в конце ребра  $(j,j')$  с  $N_{k'} = N'$ , где  $N'$  — число АТС которые могут переехать.
- б) Уменьшаем размер группы  $k$  на величину  $N'$ .

Шаг 4. Вызываем функцию для перемещения новой группы по ребру  $(j,j')$ .

**Алгоритм 4:** Алгоритм перемещения группы АТС на новое ребро.

**Вход:**  $\mathbf{A}^t$  — состояние системы в текущий момент времени;

$\mathbf{A}^{t-1}$  — состояние системы в предыдущий момент времени;

$k$  — индекс рассматриваемой автомобильной группы;

$(i,j)$  — ребро с которой хочет съехать группа АТС;

$(j,j')$  — ребро на которую хочет съехать группа АТС;

$\tau$  — временной шаг;

$t$  — текущий момент времени;

**если**  $N_k \leq \text{Tr}_{(i,j),j'}^t(\mathbf{A}^t, \mathbf{A}^{t-1})$  **то**

Группа полностью может переехать на новое ребро

Пусть  $k' = \text{len}(\mathbf{A}_{j,j'}^t) + 1$  — индекс новой группы АТС

Создаем новую группу АТС на ребре  $(j,j')$  с индексом  $k'$  и характеристиками:

$$\text{Pos}_{k'} = 0, V_{k'} = f_{j,j'}(\rho), N_{k'} = N_k$$

Удаляем группу  $k$  из  $\mathbf{A}_{i,j}^t$

$$\text{group\_mover}(\mathbf{A}_{j,j'}^t, k', (j,j'), \tau, t)$$

**иначе**

Только часть группы переезжает на новое ребро

Пусть  $k' = \text{len}(\mathbf{A}_{j,j'}^t) + 1$  — индекс новой группы АТС

Создаем новую группу АТС на ребре  $(j,j')$  с индексом  $k'$  и характеристиками:

$$\text{Pos}_{k'} = 0, V_{k'} = f_{j,j'}(\rho), N_{k'} = \text{Tr}_{(i,j),j'}^t(\mathbf{A}^t, \mathbf{A}^{t-1})$$

$$N_{k-} = \text{Tr}_{(i,j),j'}^t(\mathbf{A}^t, \mathbf{A}^{t-1})$$

$$\text{group\_mover}(\mathbf{A}_{j,j'}^t, k', (j,j'), \tau, t)$$

## 4.3 Расчетный цикл

### 4.3.1 Расчет потенциала трансфера

Для начала определим то, как в конце каждой итерации рассчитывается сколько АТС могут переехать с ребра  $(i,j)$  на ребро  $(j,k)$ . Особенностью является то, что алгоритм рассчитывает не потенциал трансфера с ребра  $(i,j)$  на

ребро  $(j,k)$ , а все потенциалы трансфера  $\forall i : (i,j) \in \mathbf{E} \rightarrow \text{Tr}_{i,j}^k$ . То есть для ребра  $(j,k)$  рассчитываются всевозможные  $\text{Tr}_{i,j}^k$ .

Данный расчет производит функция  $\text{Tr\_calculator}(\mathbf{A}^t, \mathbf{A}^{t-1}, (j,k), \tau)$  по алгоритму 5. В процессе расчета нам также понадобятся величины  $Q(i,j) = \max(\rho \cdot f_{i,j}(\rho))$  — максимальный поток АТС на ребре  $(i,j)$ ,  $N_{\max}^{i,j}$  — максимальное число АТС на ребре  $(i,j)$  и  $N_{i,j}^t = \sum_{m=0}^{\text{len}(\mathbf{A}_{i,j}^t)} N_m$  — текущее число АТС на ребре  $(i,j)$ .

Процедура расчета сводится к определению двух величин:

- 1)  $P_i$  — потенциальное количество АТС которые могут доехать до конца ребра  $(i,j)$  предшествующей  $(j,k)$ ;
- 2)  $N_{\text{total}}$  — сколько всего АТС может переехать на ребро  $(j,k)$  на основании ее вместимости и максимального потока на ней.

В итоге число АТС, которые могут переехать с ребра  $(i,j)$  на ребро  $(j,k)$  определяется формулой  $N_{\text{total}} \cdot \frac{P_i}{\sum P_i}$ .

**Алгоритм 5:** Алгоритм расчета  $\text{Tr}_{i,j}^k$ .

**Вход:**  $\mathbf{A}^t$  — состояние системы в текущий момент времени;

$\mathbf{A}^{t-1}$  — состояние системы в предыдущий момент времени;

$(j,k)$  — ребро для которого проводится расчет;

$\tau$  — временной шаг;

Пусть  $\mathbf{I} = \{i : (i,j) \in \mathbf{E}\}$  — множество ребер предшествующих рассматриваемому

**для всех**  $i \in \mathbf{I}$

$P_i = 0$  — число АТС которые теоретически могут достигнуть конца их ребра на следующей временной итерации

**для всех**  $m = 0; l \leq \text{len}(\mathbf{A}_{i,j}^t); m + +$

**если**  $\text{Pos}_m + V_m \cdot \tau \geq m_{i,j}$  **то**

**если**  $(j,k) \in \mathbf{E}_{\text{int}}$  **то**

$$P_{i+} = N_m \cdot (1 - M_j(t))$$

**иначе**

$$P_{i+} = N_m \cdot M_j(t)$$

Определим  $N_{\text{total}}$  — сколько всего АТС может переехать на ребро  $(j,k)$

**если**  $N_{\text{max}}^{j,k} - N_{\text{cur}}^{j,k} < Q(j,k)$  **то**

$$N_{\text{total}} = N_{\text{max}}^{j,k} - N_{\text{cur}}^{j,k}$$

**иначе**

$$N_{\text{total}} = Q(j,k)$$

**для всех**  $i \in \mathbf{I}$

$$\text{Tr}_{i,j}^k = N_{\text{total}} \cdot \frac{P_i}{\sum P_i}$$

**4.3.2 Процедура расчета**

Процедура перехода от состояния системы  $\mathbf{A}^{t-1}$  к состоянию  $\mathbf{A}^t$  происходит в соответствии со следующим циклом.

1.  $\forall (i,j) \in \mathbf{V}_{\text{out}}$  : удаляем все группы АТС находящиеся на этом ребре, так как это ребра - стоки.
2.  $\forall (i,j) \in \mathbf{V}_{\text{in}}$  : формируем новую группу АТС  $k' = \text{len}(\mathbf{A}_{i,j}^t) + 1$  с  $\text{Pos}_{k'} = 0$ ,  $V_{k'} = f_{j,j'}(\rho)$ ,  $N_{k'} = F_i(t)$ .

3. Пусть  $\mathbf{C}$  — некоторое подмножество ребер графа. Будем выполнять следующие действия пока оно не пусто:

а)  $\mathbf{C} = \{(i, j)\}, (i, j) \in \mathbf{V}_{\text{out}}$ .

б)  $\forall (i, j) \in \mathbf{C} \rightarrow \forall \mathbf{A}_k^t \in \mathbf{A}_{i,j}^t \rightarrow \text{group\_mover}(\mathbf{A}_{i,j}^t, k, (i, j), \tau, t)$  — для каждой группы АТС рассчитываем ее новое положение.

Причем расчет производится упорядоченно по убыванию величины  $\text{Pos}_k$ , причем группы-буферы обсчитываются первыми.

в)  $\mathbf{C}' = \{(k, i)\} : \exists j : (i, j) \in \mathbf{C}$  — формируем новое подмножество для расчетов.

г)  $\mathbf{C} = \mathbf{C}'$ .

4.  $\forall (i, j) \in \mathbf{E} \rightarrow \forall \mathbf{A}_k^t \in \mathbf{A}_{i,j}^t \rightarrow \text{group\_union}(\mathbf{A}_{i,j}^t, k, (i, j), t)$  — объединяем группы АТС, если это возможно.

Таким образом, получаем состояние системы  $\mathbf{A}^t$ .

#### 4.4 Заключение

Была полностью описана предлагаемая мезоскопическая модель транспортных потоков для моделирования крупных транспортных сетей. В разделах 4.1.1, 4.1.2 приведены внутренние и внешние свойства моделей. Раздел 4.2 посвящён описанию всех необходимых алгоритмов расчёта для перехода между состоянием системы в момент времени  $t - 1$  и  $t$ . В разделе 4.3.2 приведена процедура расчёта с использованием приведённых алгоритмов.

Результаты полученные в данной главе детально описаны в работе [62].

## Глава 5. Вычислительные эксперименты. Проверка работоспособности модели

В первую очередь необходимо проверить адекватность вышеизложенного подхода на модельных данных во всех режимах работы автомагистрали. В данном разделе проводится два типа экспериментов — на модельных и на реальных данных, оба призваны проверить поведение модели в различных конфигурациях дорожной сети.

Эксперименты на модельных данных сводятся к проверке поведения модели на соответствие реально наблюдаемым процессам на простейших сегментах транспортной сети — прямой дороге, стыке двух дорог, съезд с автомагистрали, въезд на автомагистраль. Графики представляют из себя тепловые карты по оси  $x$  которой отложено расстояние от начала участка магистрали, по оси  $y$  — время. В конце автомагистрали всегда находится небольшое ребро представляющий из себя сток.

Эксперименты на реальных данных проводятся на прямом участке магистрали длиной 2 километра с помощью расположенных на этом участке автомагистрали дорожных датчиков. Один из датчиков используется для генерации автомобилей на въезде в моделируемый участок магистрали, второй — для верификации результатов. Проводятся два эксперимента — эксперимент с моделированием прямой дороги и эксперимент с виртуальным перекрытием одной из полос магистрали. В первом эксперименте рассчитывается показатель среднеквадратической ошибки

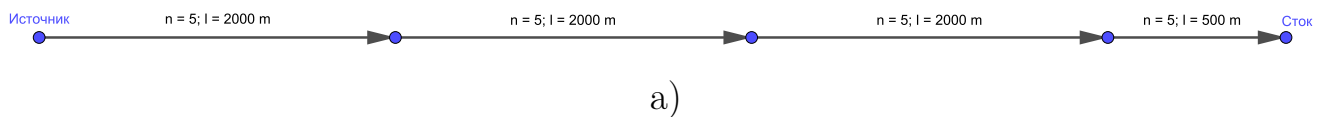
$$S = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (n(k) - \bar{n}(k))^2},$$

где  $K$  — число временных интервалов,  $\bar{n}$  — зафиксированное дорожным датчиком число проехавших по участку магистрали АТС с целью верификации результатов моделирования на реальных данных.

## 5.1 Модельные данные

### 5.1.1 Прямая дорога

Для начала рассмотрим поведение модели для простой пятиполосной дороги длиной 6 километров без перекрестков с линейно нарастающим вплоть до 150 АТС/мин потоком изображенное на фиг. 5.1. В модели данная дорога представлена тремя ребрами по 2 километра. Данный эксперимент показывает, что в модели нет существенных краевых эффектов на стыке ребер.



Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту

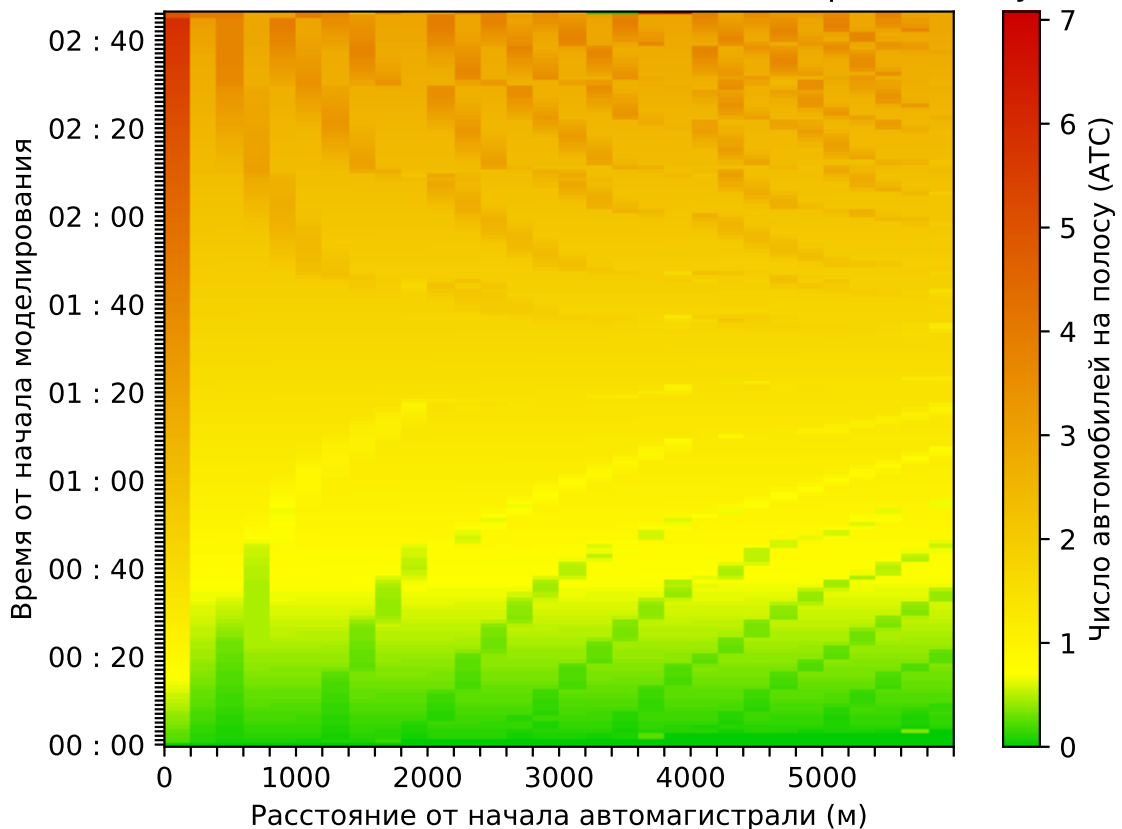
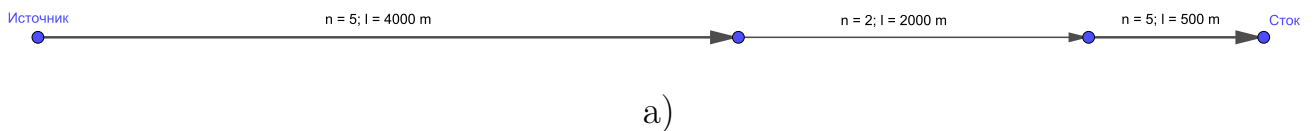


Рисунок 5.1 — а) Схема простой дороги в модели состоит из 3 сегментов по 2 километра. б) Тепловая карта автомобилей на простой дороге без перекрестков с линейно нарастающим вплоть до 150 АТС/мин потоком.

### 5.1.2 Прямая дорога с сужением и синусоидальным потоком

Для следующего эксперимента возьмем прямой участок пятиполосной дороги с сужением до двухполосной. В данном эксперименте с целью рассмотрения как процесса формирования затора, так и его исчезновения пустим на вход синусоидальный поток с периодом равным времени моделирования и амплитудой в 85 АТС/мин. Результат моделирования можно наблюдать на фиг. 5.2. На графике видно, что при уменьшении потока на сегменте, соответствующем двухполосной дороге, наблюдается разрыв потока АТС, который мы связываем с групповыми эффектами модели.



Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту

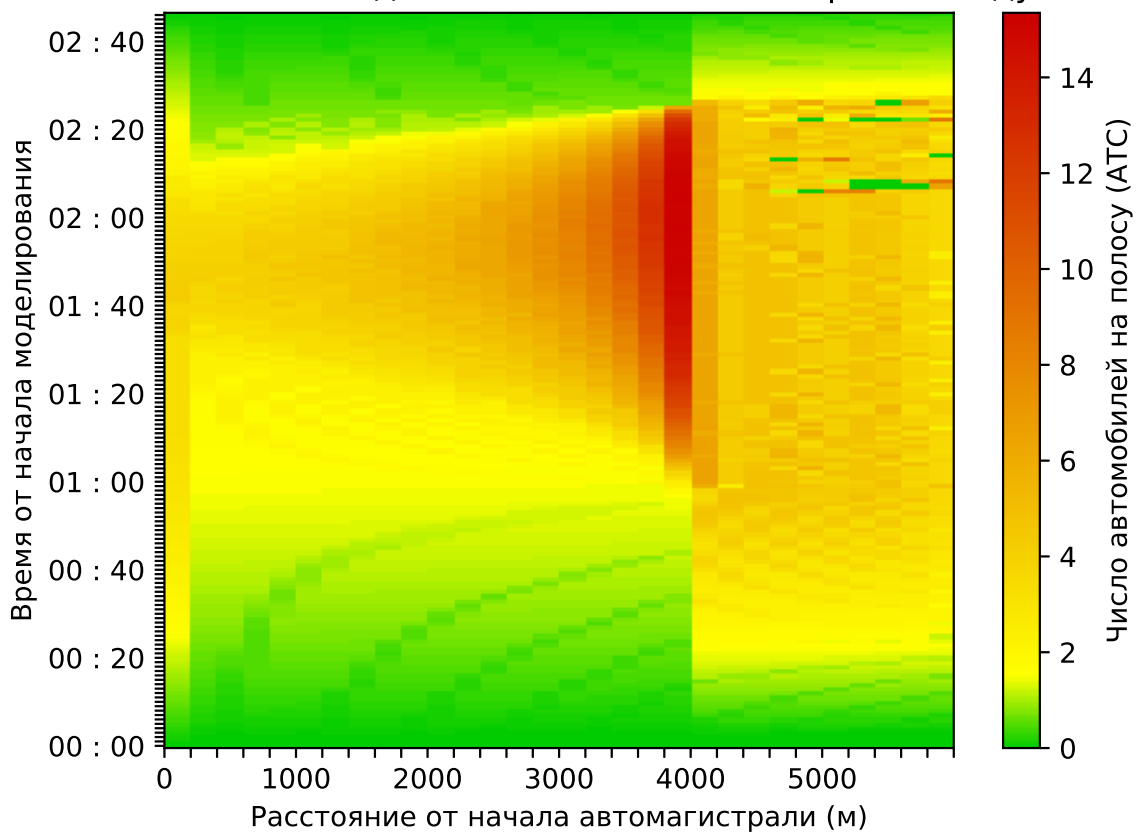
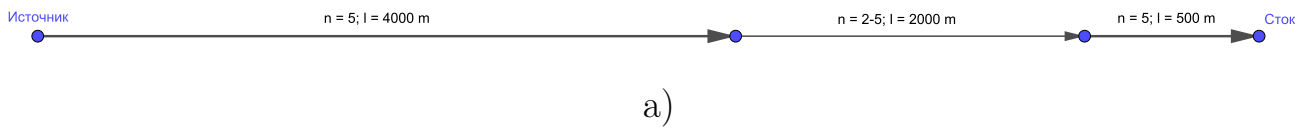


Рисунок 5.2 — а) Схема дороги. б) Тепловая карта автомобилей на пятиполосной дороге без перекрестков с сужением до двух полос и синусоидальным потоком на входе.

### 5.1.3 Прямая дорога с пропадающим сужением

Также рассмотрим ситуацию, когда при постоянном потоке в 100 АТС/мин на пятиполосной дороге с сужением до двухполосной данное сужение в середине моделирования пропадает. Такая ситуация может сложиться, например, при прекращении ремонтных работ или устранении аварии. Результаты моделирования можно наблюдать на фиг. 5.3.



Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту

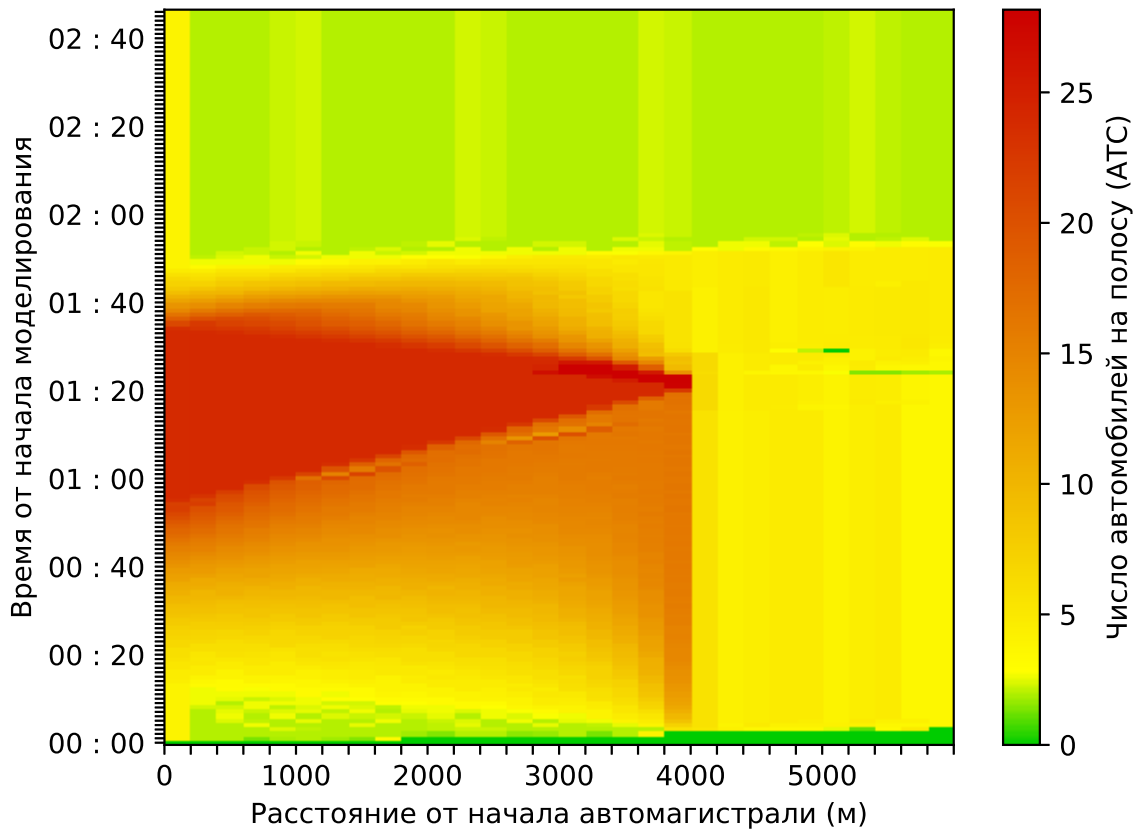
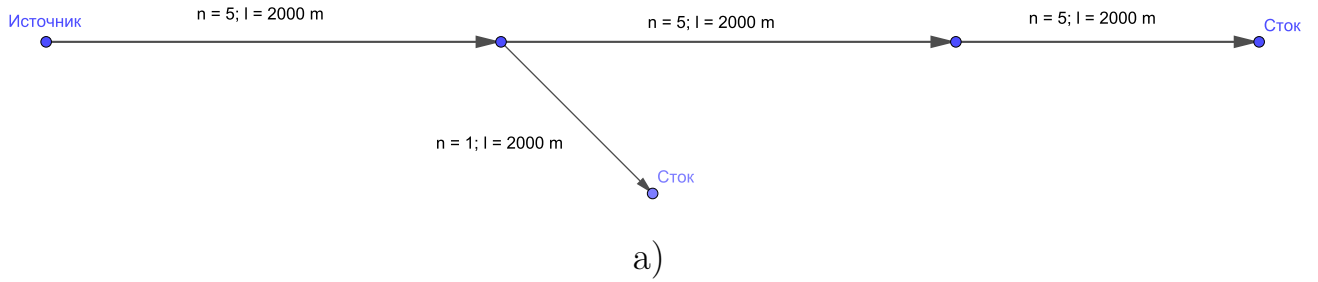


Рисунок 5.3 — а) Схема дороги. б) Тепловая карта автомобилей на пятиполосной дороге без перекрестков с сужением до двух полос пропадающим в середине моделирования и постоянным потоком в 100 АТС/мин.

#### 5.1.4 Перекресток со съездом

Промоделируем оба варианта перекрестков возможных в предложенной модели. Перекресток со съездом и перекресток с въездом. В обоих случаях основная автомагистраль – пятиполосная. Въезд или съезд однополосные.

В эксперименте со съездом входной поток – 65 АТС/мин. Доля съезжающих автомобилей линейно растет с 20% до 60%. На фиг. 5.4 видно, что из-за недостаточной пропускной способности съезда на основной автомагистрали образуется пробка.



Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту

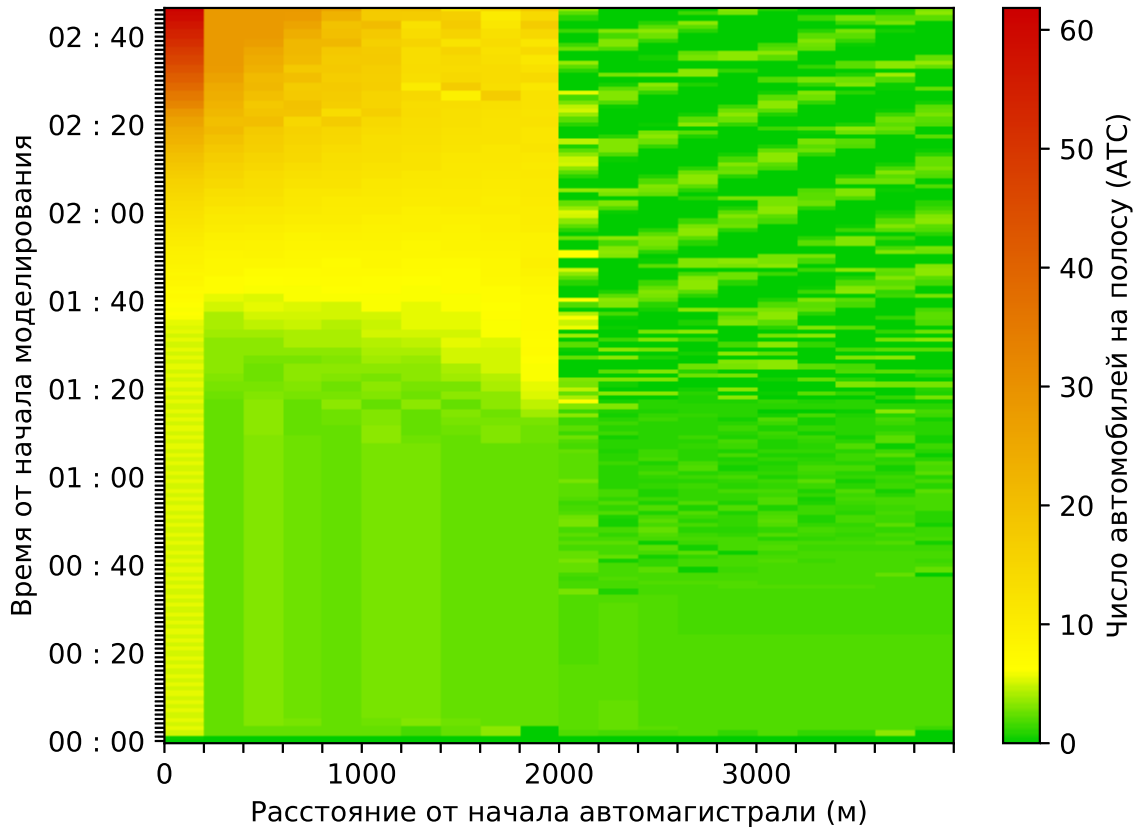
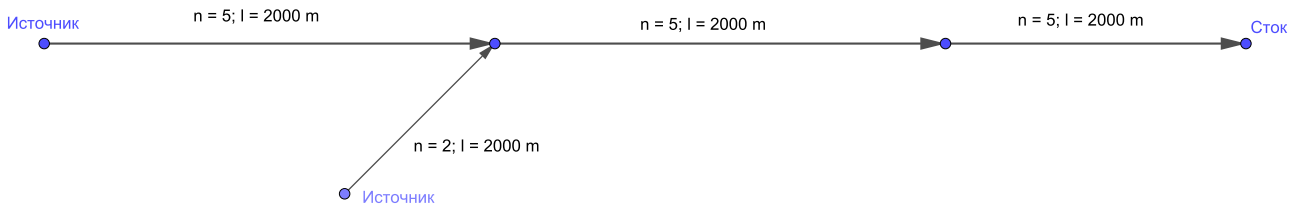


Рисунок 5.4 — а) Схема дороги. б) Тепловая карта автомобилей на пятиполосной дороге со съездом.

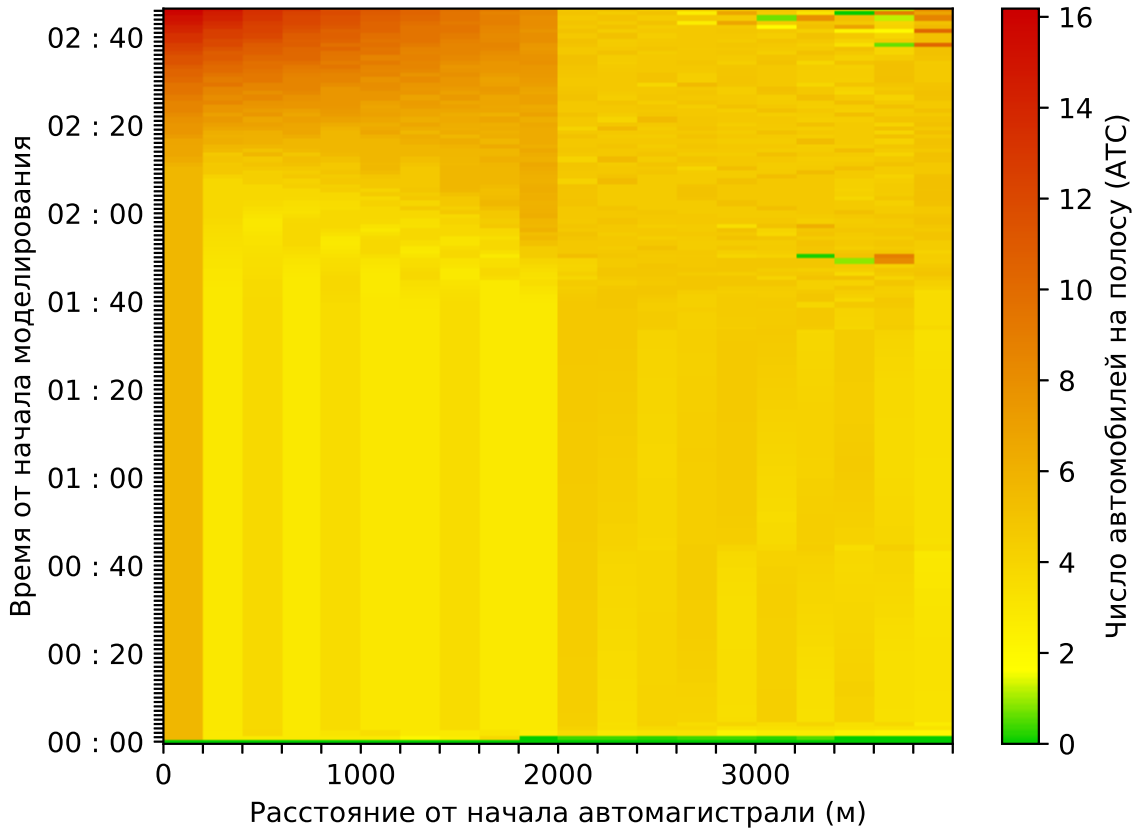
### 5.1.5 Перекресток с въездом

В эксперименте со въездом поток на автомагистрали — 140 АТС/мин, поток на въезде линейно растёт от 20 до 50 АТС/мин. В данном случае также образуется пробка на основной автомагистрали, что видно на фиг. 5.5.



а)

Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту



б)

Рисунок 5.5 — а) Схема дороги. б) Тепловая карта автомобилей на пятиполосной дороге со въездом с постепенно нарастающим потоком с него.

## 5.2 Данные дорожных датчиков

### 5.2.1 Прямая дорога

В данном эксперименте мы воспользовались построенной для данного участка автомагистрали фундаментальной диаграммой [55]. Полный временной интервал эксперимента — одна неделя, графики приведены за один день.

В приведенном эксперименте проводится проверка результатов модели в простейшем случае моделирования числа съехавших АТС по числу въехавших на участке автомагистрали без въездов и съездов. Результаты видны на графике 5.6. Среднеквадратичная ошибка  $S = 18.4$ .

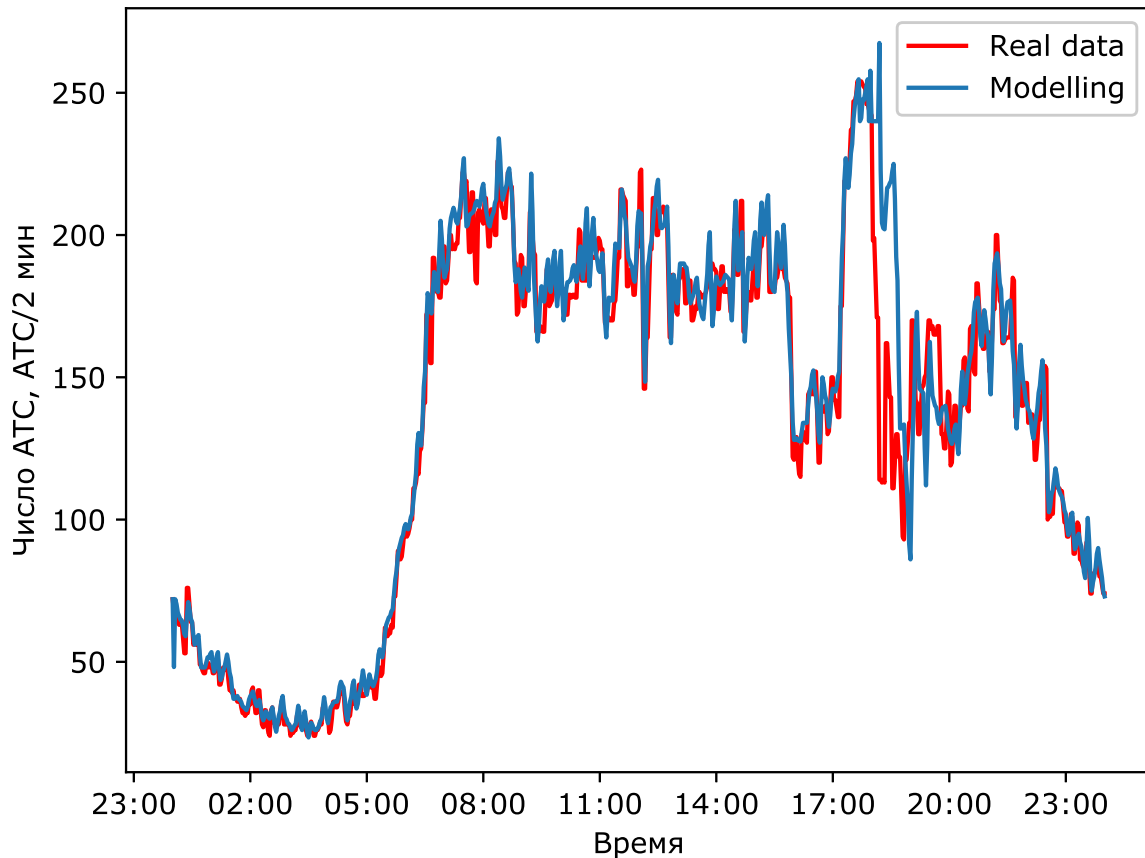


Рисунок 5.6 — График полученного с помощью модели числа съехавших АТС (красная линия) в сравнении с числом съехавших АТС зафиксированных дорожным датчиком (синяя линия) за один день. Среднеквадратичная ошибка  $S = 18.4$ .

### 5.2.2 Эксперимент с перекрытием полосы

Во втором эксперименте на основе реальных данных проводится моделирование ситуации, когда одна из полос на автомагистрали перекрывается. Сам

эксперимент проводится на том же участке автомагистрали и за тот же промежуток времени, что и первый в разделе 5.2.1. В данном эксперименте у нас нет данных для расчета среднеквадратичной ошибки и он был поставлен для рассмотрения поведения модели в данной ситуации. Результаты за тот же день, что и в первом эксперименте на данных дорожных датчиков можно увидеть на графике 5.7.

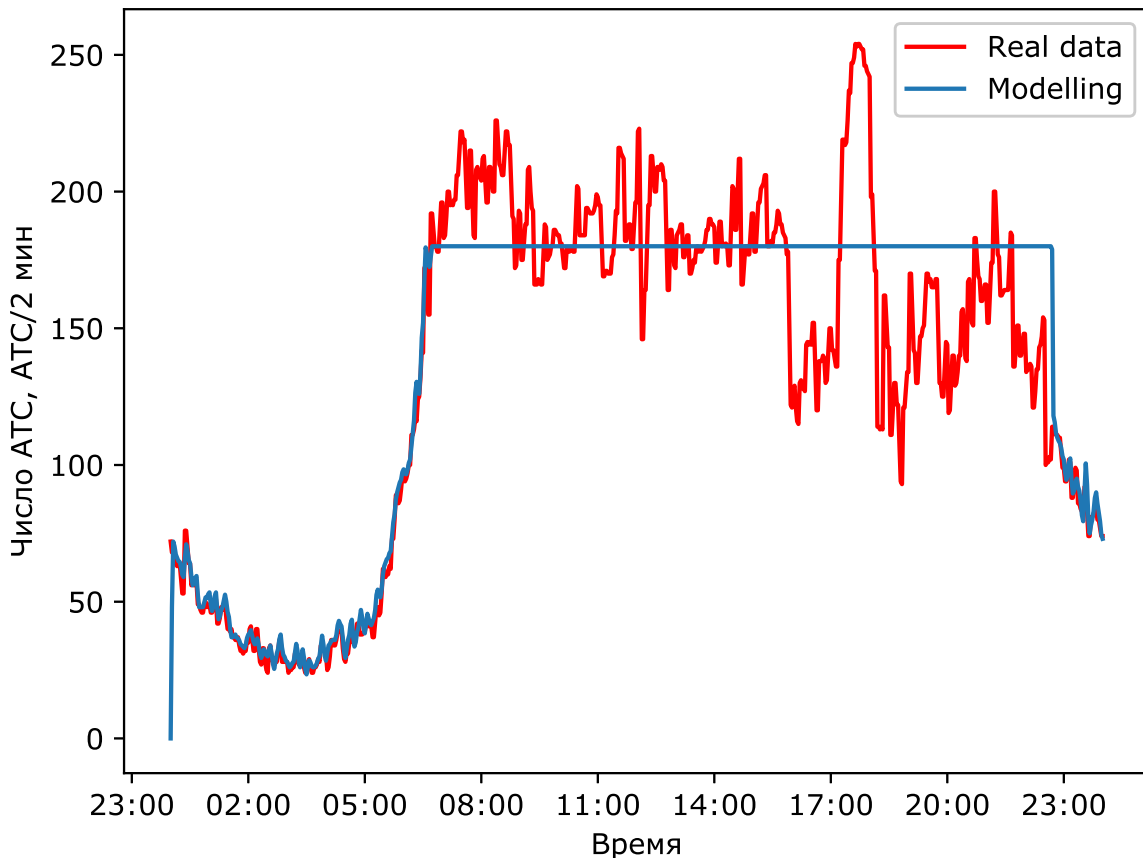


Рисунок 5.7 — График полученного с помощью модели числа съехавших АТС (красная линия) в сравнении с числом съехавших АТС зафиксированных дорожным датчиком (синяя линия) за один день.

Видно, что АТС не могут съехать из за того, что пропускная способность автомагистрали снизилась, что приводит к появлению горизонтальной линии на графике. Однако, через некоторое время после того как поток должен был спасть, что видно на графике реальных данных за тот же временной промежуток, дорога освобождается и результат моделирования приходит в соответствие с реальными данными.

### 5.3 Заключение

Эксперименты из данного раздела показывают работоспособность модели для моделирования всевозможных конфигураций автомагистрали при любом потоке АТС на ней. Показано, что модель адекватно моделирует поведение АТС на автомагистрали как в ситуации достаточной её пропускной способности, так и при её превышении, а также моделирует различные варианты образования заторных ситуации как при распространении пробки из за проблем на магистрали на фиг. 5.2, так и по причине недостаточной пропускной способности прилегающих съездов 5.4.

На реальных данных (рис. 5.6) показано, что в модели нет потери автомобилей и она моделирует реальный участок автомагистрали в соответствии с зафиксированными дорожными датчиками данными. Полученная ошибка моделирования связана как с несовершенством модели, так и с ошибками в видеофиксации дорожными датчиками.

На 5.7 экспериментально продемонстрирована состоятельность модели при перекрытии части автомагистрали — видно, что при уменьшении потока АТС пробка исчезает и результаты приходят в соответствие с реальными данными.

Результаты полученные в данной главе детально описаны в работе [64].

## Глава 6. Вычислительный эксперимент на данных Московской кольцевой автомобильной дороги

В данном разделе на модельных данных проверим гипотезу о возможности повышения пропускной способности автомагистрали за счет адаптивного управления её въездами на примере МКАД. Для проверки данной гипотезы на реальных данных у нас недостаточно информации с дорожных датчиков на въезде на МКАД. В разделе также приводится процедура построения математической модели МКАД с помощью данных топологии GPS-навигатора, обоснование построения модельного потока на въезде и принцип принятия решения автомобилистами о съезде с автомагистрали.

### 6.1 Построение модели МКАД

Модель транспортной сети в данной работе представляет из себя связанный ориентированный граф  $\mathbf{G}$ . Данный граф строится на основе топологии МКАД и прилегающих к нему дорог. При построении графа вручную размечаются основные ребра-въезды на автомагистраль и ребра-съезды с автомагистрали. Причем разметка въездов разделяет их на два типа — въезды с магистралей, направленных в Москву, и с магистралей, направленных из Москвы. Это нужно ввиду того, что пиковый поток на этих двух типах въездов приходится на разное время суток.

Поскольку в топологии не выделены сегменты, отвечающие за сам МКАД, но указаны координаты каждого ребра, то выделение автомагистрали проводится следующим образом:

1. Выбирается один сегмент  $i$  на автомагистрали; так как координаты начала и конца сегмента известны, то можем представить его как вектор  $\mathbf{i}$ .
2. Ищутся все сегменты топологии, идущие после него, и считается их векторное представление. Обозначим множество этих векторов через  $\mathbf{S}$ .

3.  $\forall \mathbf{j} \in \mathbf{S}$  — рассчитываем угол между векторами  $(\mathbf{i}; \mathbf{j})$  и выбираем сегмент с наименьшим углом как продолжение магистрали  $\mathbf{i}'$ .
4. Возвращаемся к пункту 1 с  $\mathbf{i} = \mathbf{i}'$ , пока не вернулись в исходный сегмент (для МКАД) или не достигнем ее конца (в этом случае требуется задать сегмент — конец автомагистрали).

Данная процедура значительно уменьшает объемы ручной работы для формирования графа  $\mathbf{G}$ . Однако она все же допускает ошибки и требуется формирование небольшого списка сегментов топологии, точно не являющихся искомой автомагистралью. В данной работе этот список состоит из 14 сегментов. Все еще требуется вручную разметить основные въезды и съезды с автомагистрали, однако можно проигнорировать незначительные, т.е. съезды на небольшие прилегающие дороги и въезды на них, поток на которых пренебрежимо мал для целей этой работы.

В результате работы по данному алгоритму получен связный ориентированный граф  $\mathbf{G}$  одной из сторон МКАД со всеми необходимыми въездами и съездами.

## 6.2 Генерация синтетических данных на въездах

Ввиду отсутствия открытых источников данных с дорожных датчиков на въездах требуется сгенерировать реалистичный поток автомобилей синтетически. По информации от ЦОДД [53] по всему МКАД за сутки проезжает 1,36 миллионов автомобилей (т.е. приблизительно 680 тысяч АТС по одной стороне), а по имеющимся данным с дорожных датчиков пиковый поток АТС на въезде составляет 60 АТС/мин. Пример данных с дорожных датчиков показан на рис. 6.1.

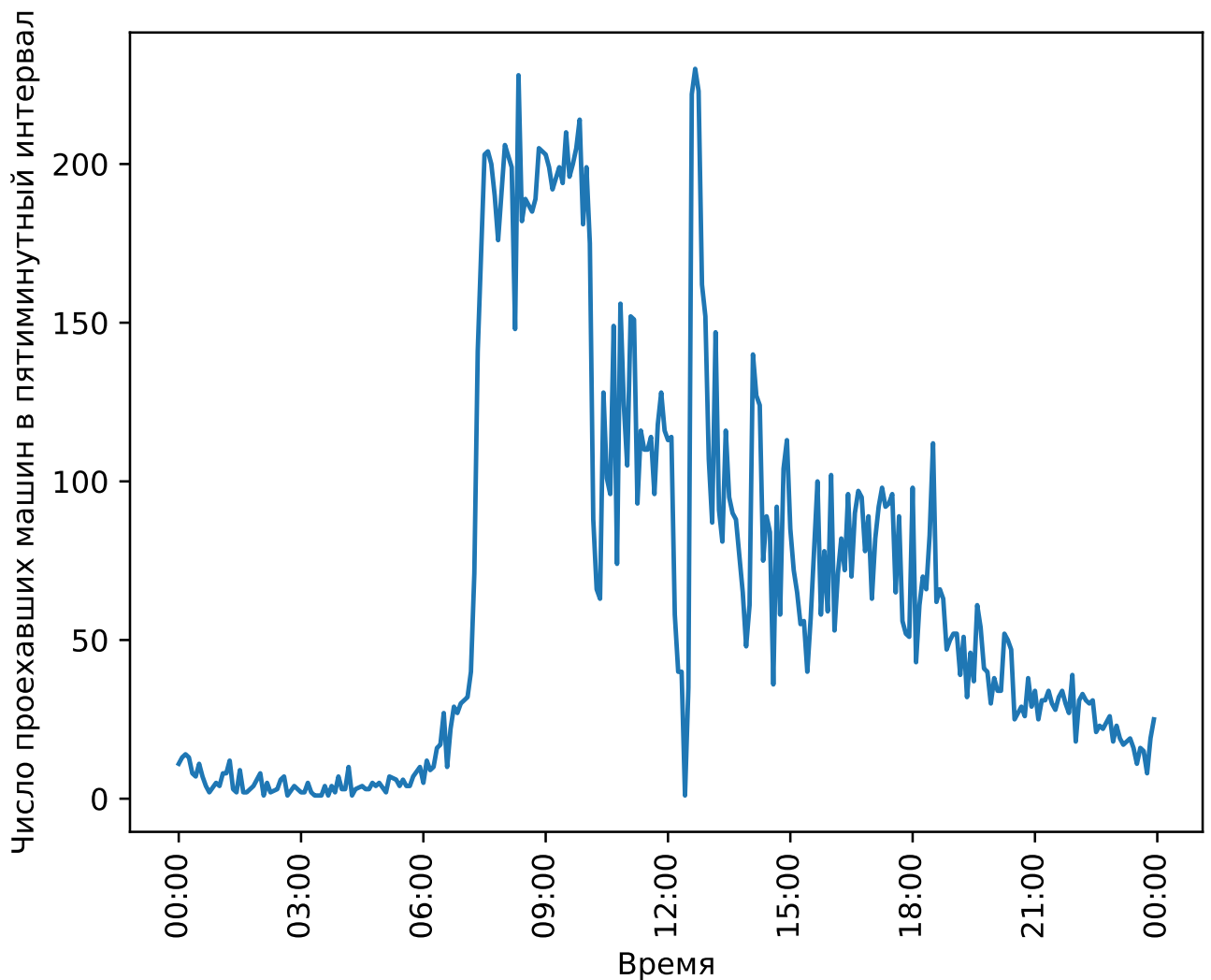


Рисунок 6.1 — Данные с дорожного датчика за один день. Пиковая нагрузка 45 АТС/мин в 8:20.

Таким образом, в экспериментах функции входного потока на въездах строились так, чтобы походить на данные с реального дорожного детектора и соответствовали информации о пиковой (или средней, если это требовалось) нагрузке на въезде и числу проезжающих по автомагистрали за день АТС.

Как говорилось выше, все въезды также вручную были разделены на два класса:

1. Въезды с магистралей по направлению из Москвы, на которых поток АТС нарастает ближе к вечеру.
2. Въезды с магистралей по направлению в Москву, на которых поток АТС нарастает утром и спадает к вечеру.

### 6.3 Описание данных

В разделе проводится моделирование внешней стороны Московской кольцевой автомобильной дороги (МКАД), рис. 6.2. Для построения графа использовалась топология, взятая у компании Яндекс в 2014 г. Полученная топология, а также увеличенный участок МКАД со съездами и въездами изображены на рис. 6.3.

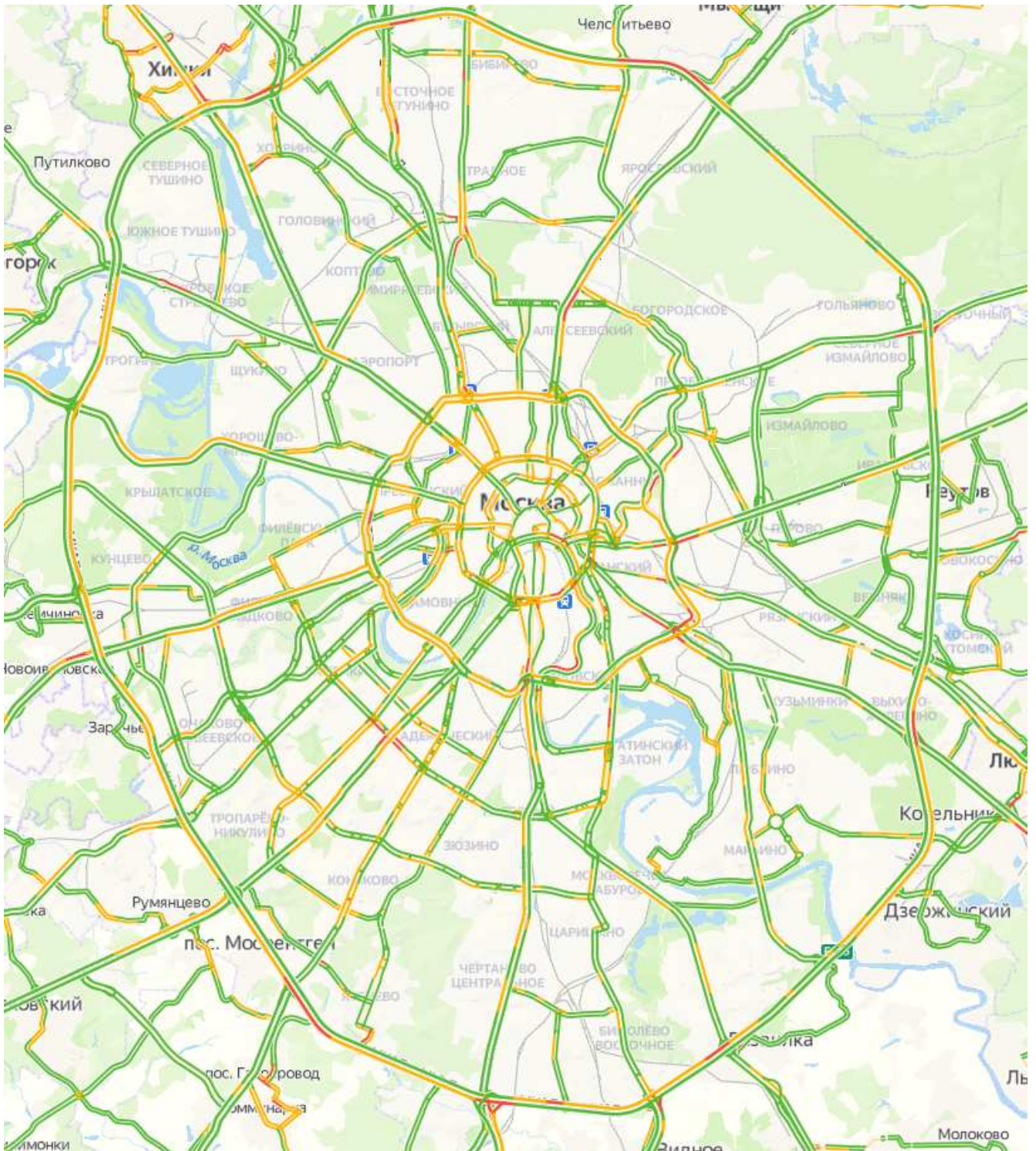
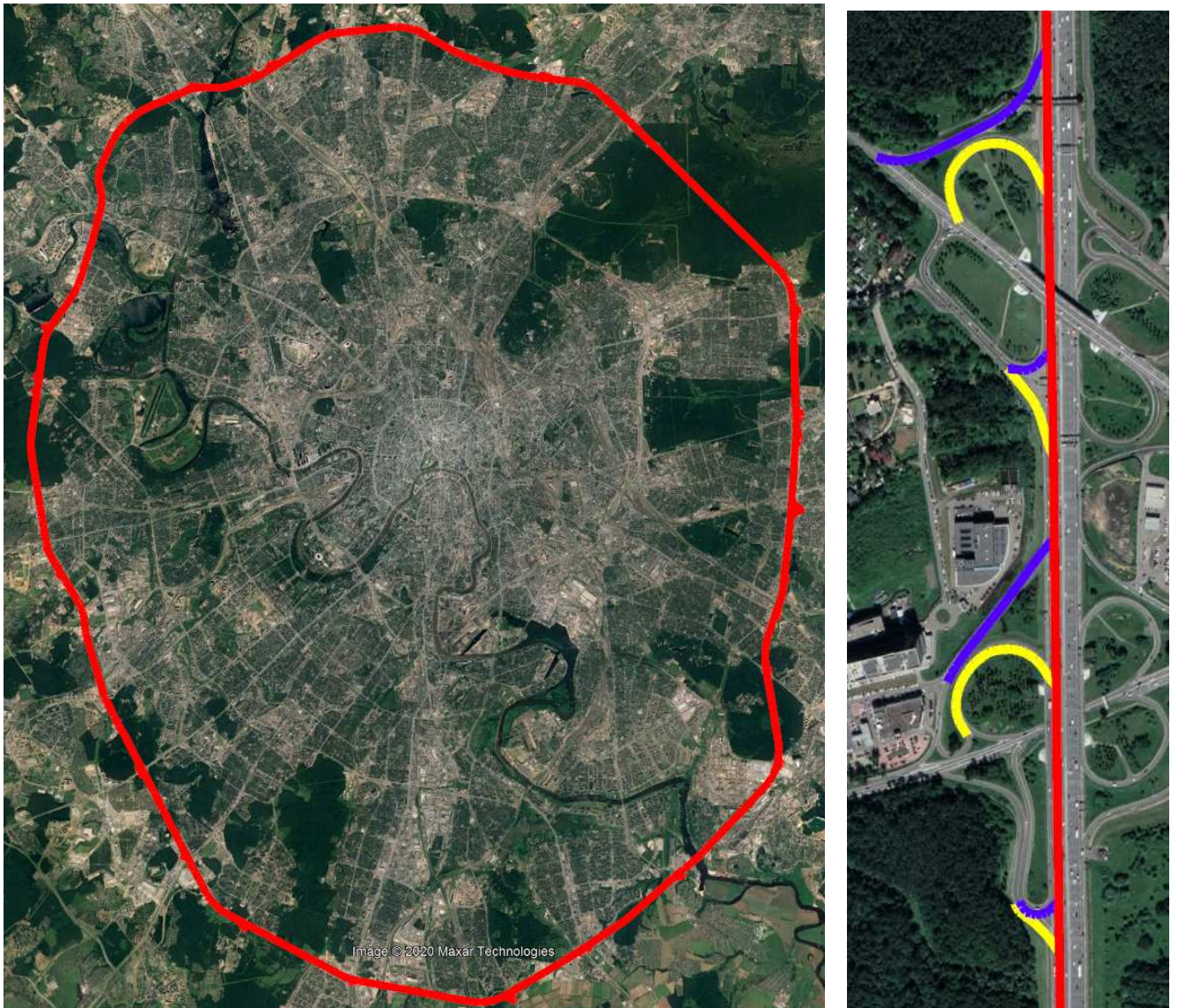


Рисунок 6.2 — Типичные пробки по понедельникам в 18:15 на основе статистики сервиса «Яндекс-пробки» транспортной сети Москвы и МКАД, в частности по состоянию на 16.05.21.

В данном разделе во всех экспериментах использовалось несколько фундаментальных диаграмм поток-плотность, полученных анализом реальных данных с дорожных датчиков за 2012 г. Бралось всего несколько фундаментальных диаграмм эмпирическим образом распределенных между участками



а)

б)

Рисунок 6.3 — а) Вид расчетного графа МКАД, полученного с помощью топологии компании Яндекс, б) Конфигурация въездов и съездов с МКАД в полученном на основе топологии компании Яндекс графе. Красная линия — МКАД, желтая — въезды на магистраль, синяя — съезды с нее.

МКАД с целью проверки работоспособности модели в ситуации существенно недостаточных для построения всех диаграмм данных. В следующих разделах будет показан полный эксперимент на основе всех фундаментальных диаграмм поток-плотность для всех сегментов транспортной сети.

## 6.4 Моделирование МКАД без вычисления всех фундаментальных диаграмм

Проведены следующие группы вычислительных экспериментов:

1. Эксперименты со средней, но продолжительной, пиковой загрузкой на въезды с проверкой эффекта от динамического ограничения входного потока в зависимости от состояния автомагистрали.
2. Эксперименты с высокой, но непродолжительной, пиковой загрузкой въездов (что более соответствует данным от ЦОДД) с проверкой эффекта от динамического ограничения входного потока в зависимости от состояния автомагистрали.
3. Эксперименты с длинными въездами с высокой, но непродолжительной, пиковой загрузкой въездов с проверкой эффекта от динамического ограничения входного потока в зависимости от состояния автомагистрали. В данной группе экспериментов максимальная длина очереди на въездах на МКАД увеличена для расчетов времени ожидания на въезде на магистраль без управления въездами и с ним.

В связи с отсутствием реальных данных о числе покидающих автомагистраль транспортных средств в каждый момент времени считаем эту долю фиксированной и выбранной из следующих соображений:

1. проезжать более половины МКАД в одну сторону неосмысленно так как в данном случае можно поехать в другую сторону,
2. на половине МКАД в рассматриваемой модели 32 съезда.

Таким образом, если  $x$  — доля съезжающих на каждом съезде АТС, то величина  $(1 - x)^{30}$  должна быть мала. В экспериментах используется величина  $x = 12\%$ .

В каждой группе экспериментов также проводится моделирование ситуации установки светофора на въездах на автомагистраль. В таком случае алгоритм ограничения входного потока на МКАД выглядит следующим образом:

- Для каждого сегмента автомагистрали по направлению движения АТС после рассматриваемого въезда посчитаем плотность автомобилей  $\rho$  на ней.

- В зависимости от величины  $\rho_{\text{opt}} - \rho$ , где  $\rho_{\text{opt}}$  — плотность, при которой достигается максимальный поток на рассматриваемом сегменте автомагистрали, входной поток ограничивается на  $l < l_{\text{max}}$  процентов.
- Ограничения для каждого из сегментов складываются и получается результирующее понижение входного потока АТС.

Важной характеристикой моделируемой системы считаем временные потери на проезд по транспортной сети относительно пустой автомагистрали, т.е. автомагистрали, по которой возможно движение АТС с максимально допустимой скоростью. Каждую минуту рассчитывается среднее продвижение каждого автомобиля в модели и сравнивается с расстоянием, которое он мог бы преодолеть по пустой магистрали. Это преобразуется в график временных потерь, который трактуется как время простоя автомобиля в транспортной сети за минуту.

#### 6.4.1 Эксперименты со средней загрузкой.

В данной группе экспериментов въезды считаются однополосными и функции входного потока изображены на рис. 6.4(а). В данном случае есть два типа въездов на автомагистраль — с утренней и вечерней пиковыми загрузками в течение трех часов.

**Эксперимент без управления въездами.** Результаты моделирования автомагистрали при такой конфигурации въездов представлены на рис. 6.4(б). Число реально въехавших автомобилей и количество проехавших за день по транспортной сети АТС изображены на рис. 6.5(а). График временных потерь — на рис. 6.5(б).

Видно, что при такой конфигурации входных потоков заторы возникают всего в нескольких местах и потом со временем распространяются по автомагистрали. Так как пробки успевают исчезнуть к вечеру, то МКАД не останавливается полностью, хотя при меньшей доли съезжающих автомобилей это произойдет.

**Эксперимент с управлением въездами.** Промоделируем ситуацию, в которой при увеличении потока на автомагистрали будем ограничивать поток с ближайших въездов на автомагистраль искусственно, например с помощью

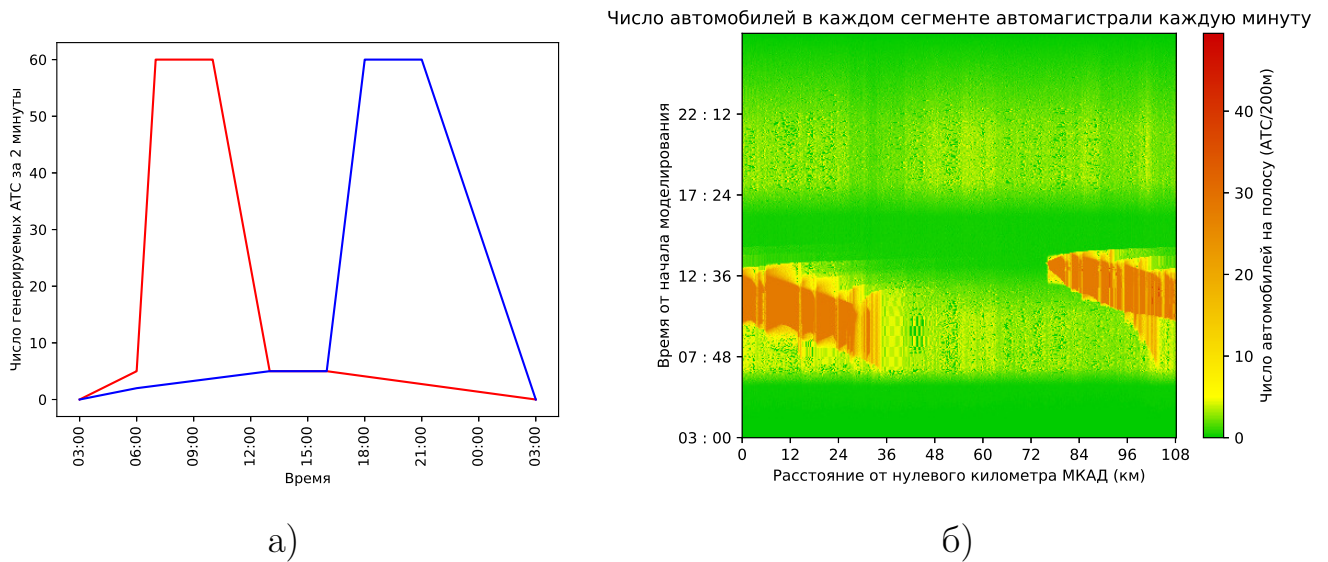


Рисунок 6.4 — а) Графики загрузки двух типов въездов — с утренней и вечерней пиковыми нагрузками в эксперименте со средней загрузкой. б) Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте со средней загрузкой.

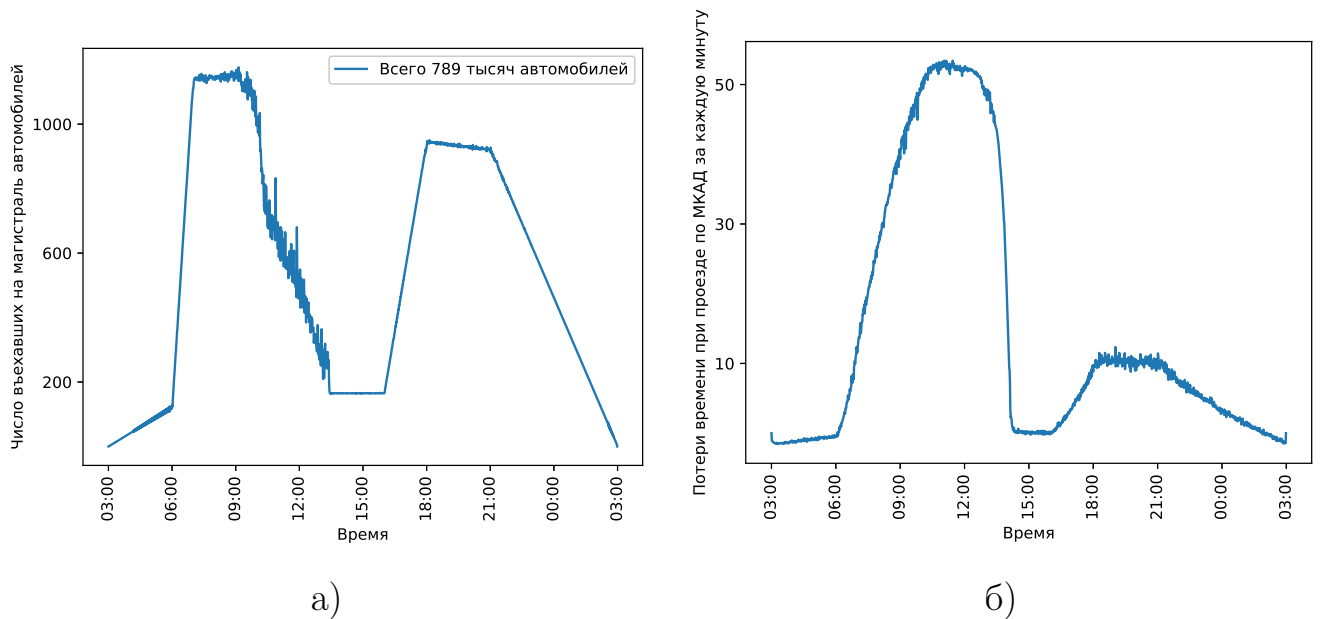


Рисунок 6.5 — а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте со средней загрузкой. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте со средней загрузкой.

светофора. В данном эксперименте можем перекрывать въезд вплоть до 80% в зависимости от плотности автомобилей на магистрали. Результаты моделирования при такой конфигурации въездов представлены на рис. 6.6. Число реально въехавших автомобилей и количество проехавших за день по транспортной се-

ти АТС изображены на рис. 6.7(а). График временных потерь проезда по всей автомагистрали представлен на рис. 6.7(б).

Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту

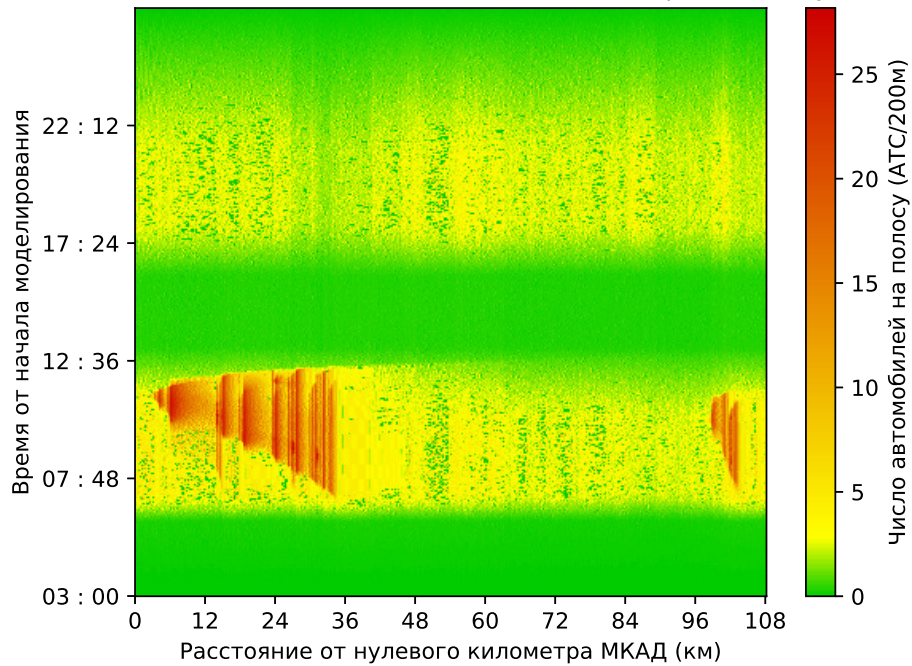
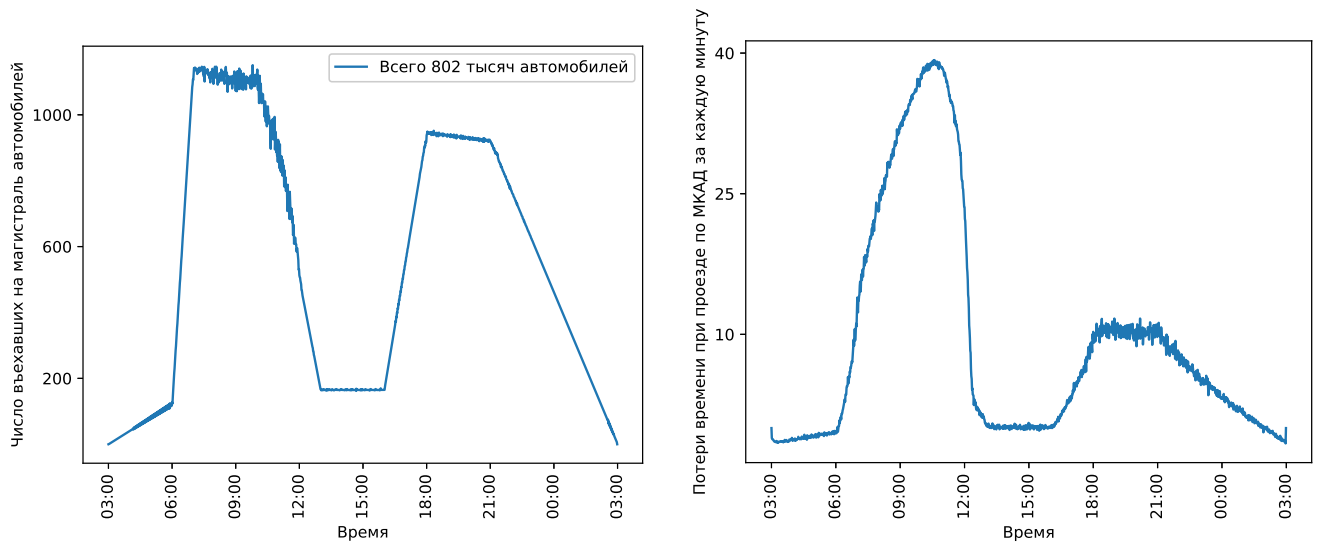


Рисунок 6.6 — Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами.



а)

б)

Рисунок 6.7 — а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами.

На графиках видно уменьшение времени затора на МКАД, а также небольшое увеличение числа проехавших автомобилей. Однако временные потери на проезд по автомагистрали значительно снизились. Интегральная разность между графиками временных потерь на рис. 6.5(б) и 6.7(б) составляет около 4,5 минут.

### 6.4.2 Эксперименты с высокой загрузкой

В данной группе экспериментов въезды считаются двухполосными и функции входного потока изображены на рис. 6.8(а). В данном случае есть два типа въездов на автомагистраль — с утренней и вечерней пиковыми нагрузками в течение трех часов.

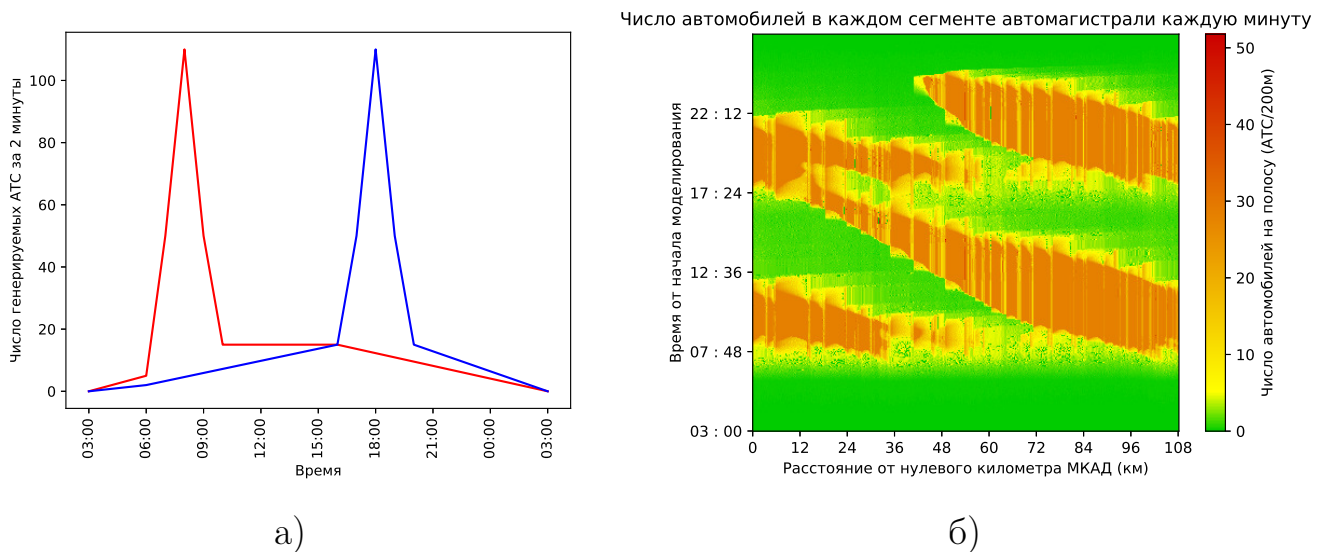


Рисунок 6.8 — а) Графики загрузки двух типов въездов — с утренней и вечерней пиковыми нагрузками в эксперименте с высокой загрузкой. б) Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте с высокой загрузкой.

**Эксперимент без управления въездами.** Результаты моделирования при такой конфигурации въездов представлены на рис. 6.8(б). Видно, что в данной конфигурации потоков на въездах заторные движения образуются по всей протяженности автомагистрали, объединяясь впоследствии в один большой. В данном эксперименте МКАД практически полностью занят пробкой с утра до

вечера. На рис. 6.9(а) показано число реально въехавших автомобилей и количество проехавших за день по магистрали АТС. График временных потерь проезда по всей автомагистрали представлен на рис. 6.9(б).

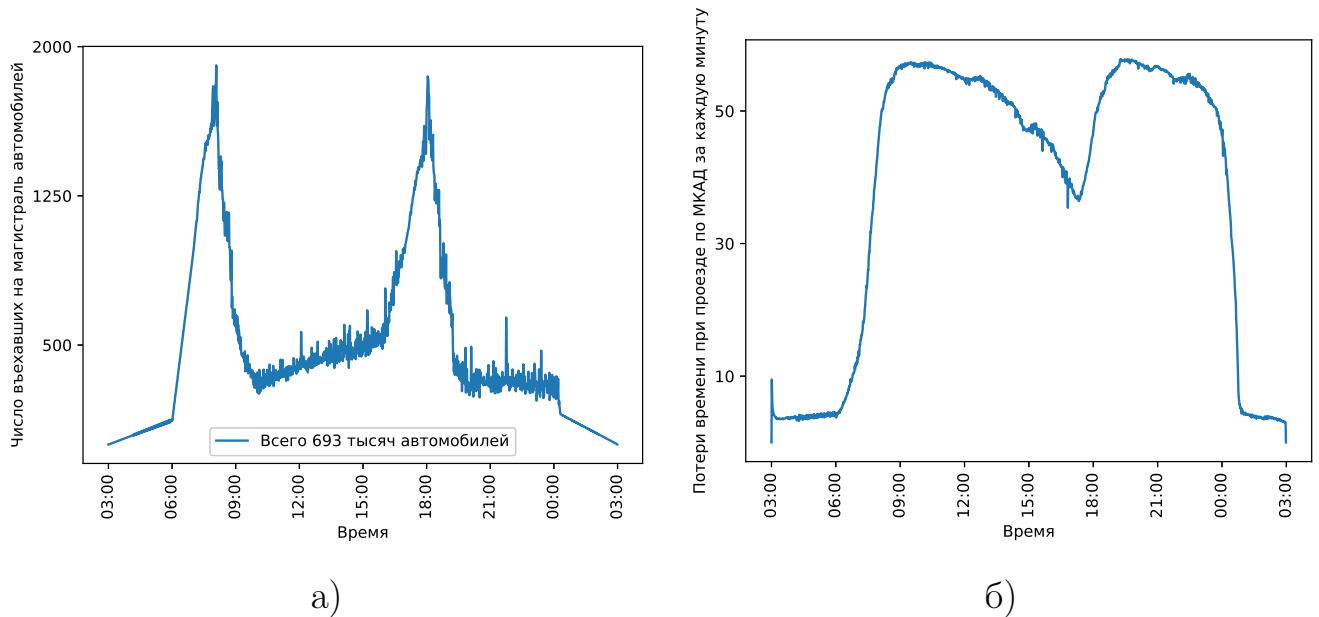


Рисунок 6.9 — а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте с высокой загрузкой. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте с высокой загрузкой.

**Эксперимент с управлением въездами.** В данном эксперименте с управлением въездами также перекрываем въезды вплоть до 80% в зависимости от плотности автомобилей на магистрали. Результаты моделирования, число въехавших автомобилей и график временных потерь при проезде по магистрали изображены на рис. 6.6, 6.7(а) и 6.7(б) соответственно.

На графиках видно уменьшение времени затора на МКАД, а также небольшое увеличение числа проехавших автомобилей. Хотя число проехавших по МКАД автомобилей увеличилось незначительно, временные потери на проезд по автомагистрали сильно снизились, а временной интервал затрудненного движения уменьшился. Интегральная разность между графиками на рис. 6.9(б) и 6.11(б) составляет чуть более 18 минут.

Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту

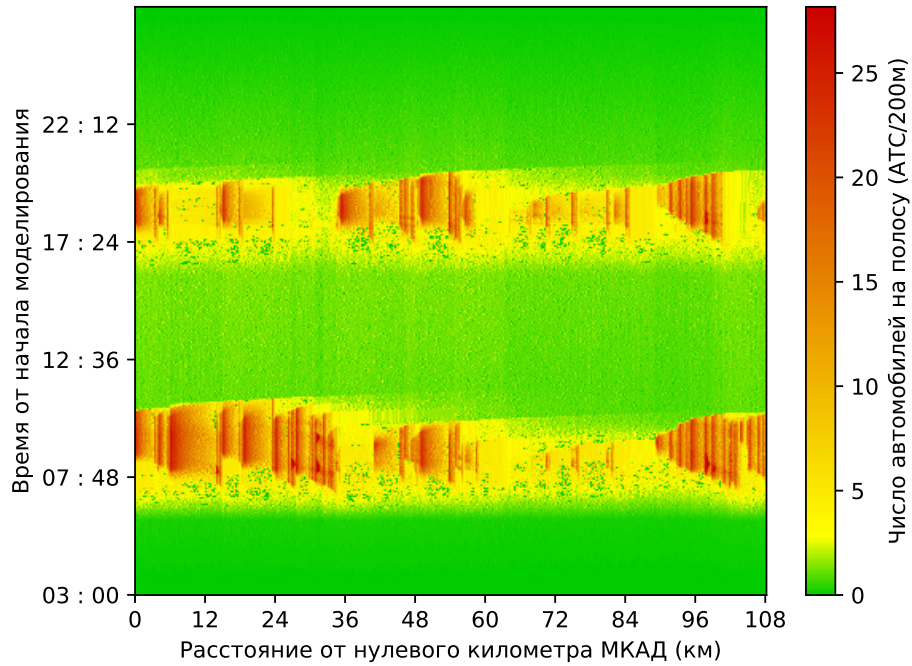


Рисунок 6.10 — Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами.

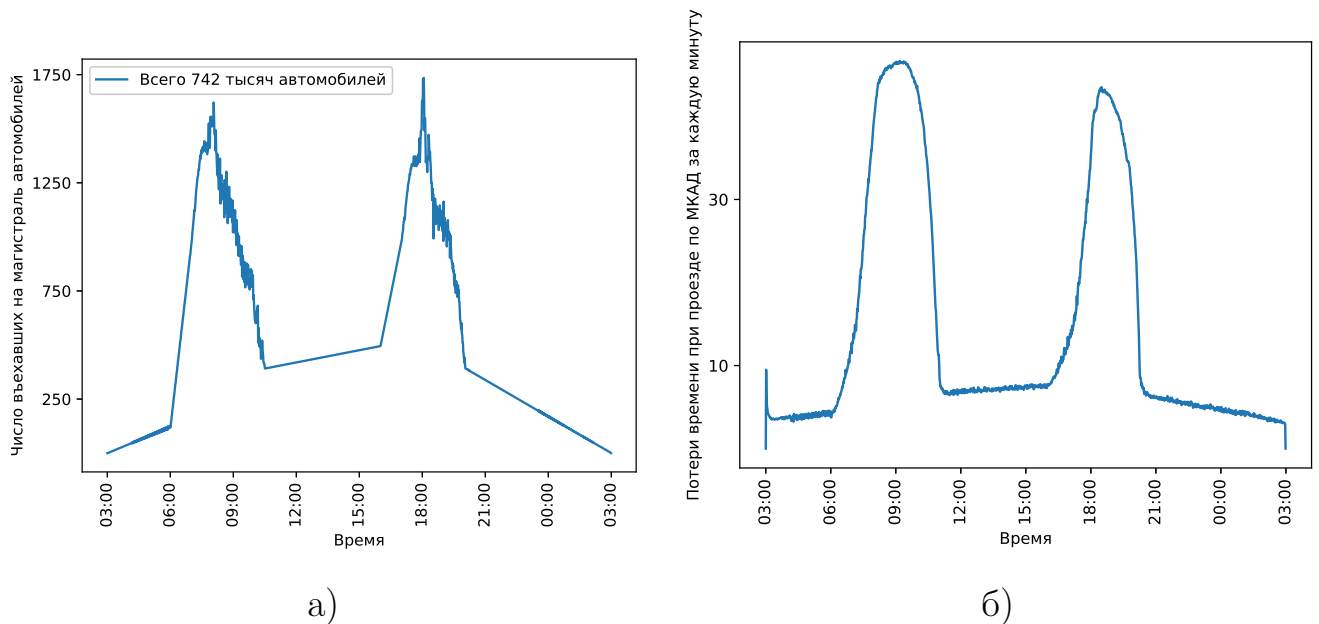


Рисунок 6.11 — а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами.

### 6.4.3 Эксперименты с высокой загрузкой с длинными въездами

В данной группе экспериментов функции входного потока соответствуют потоку в предыдущем эксперименте и изображены на рис. 6.8. В данном случае у нас есть два типа въездов на автомагистраль — с утренней и вечерней пиковыми загрузками в течение трех часов. Въезды на автомагистраль - все протяженностью в 6 километров в отличие от уже проведенных экспериментов, в которых их длина бралась 2 километра.

В данном разделе приведем все результирующие графики парами. Результаты моделирования представлены на рис. 6.12. Число реально въехавших автомобилей и количество проехавших за день по магистрали АТС изображены на рис. 6.13. График временных потерь проезда по всей автомагистрали представлен на рис. 6.14. График временных потерь въезда на автомагистрали относительно пустой транспортной сети показан на рис. 6.15.

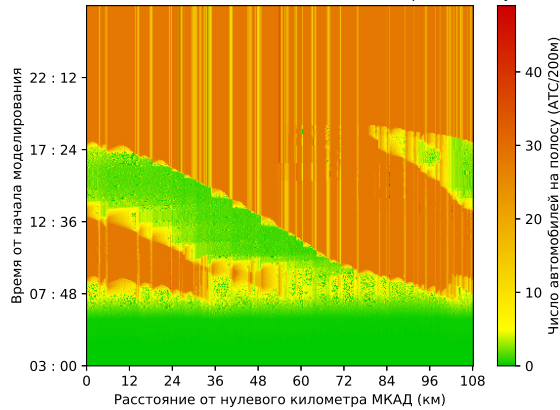
В эксперименте видно, что из-за большого числа автомобилей, ожидающих въезда на МКАД без управления въездами, автомагистраль полностью забивается и не успевает освободиться до конца моделирования. Поскольку динамическое управление въездами не позволяет пробке поддерживаться за счет ограничения входного потока на магистраль, наблюдается значительное улучшение состояния магистрали и сильная локализация затора во времени.

Интегральная разность между графиками на рис. 6.15 составляет чуть более 26 минут. Однако имеет смысл не учитывать сугубо экстремальную вечернюю ситуацию с практически полной остановкой автомагистрали. В этом случае при расчете интеграла до 15:00 задержка ожидания проезда по МКАД составит около 7 минут за половину суток.

## 6.5 Моделирование МКАД с вычислением всех фундаментальных диаграмм

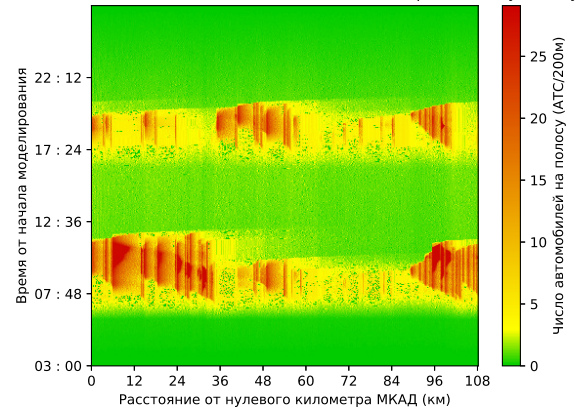
В данном разделе описываются эксперименты, аналогичные проведенным в разделе 6.4 однако теперь для каждого сегмента МКАД была рассчитана соответствующая ему фундаментальная диаграмма на основе данных с дорожных

Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту



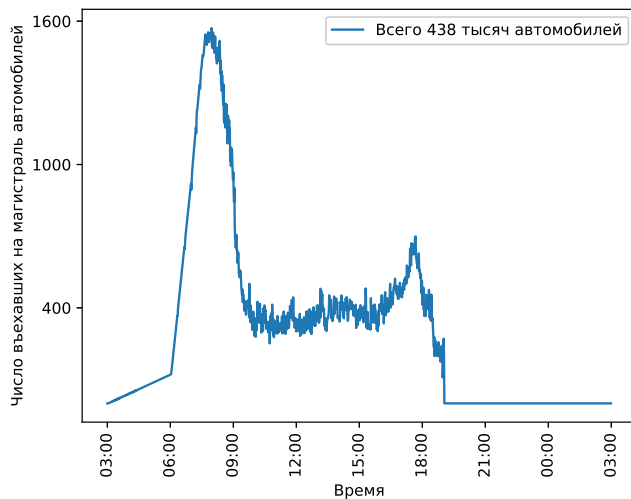
а) Без управления въездами

Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту

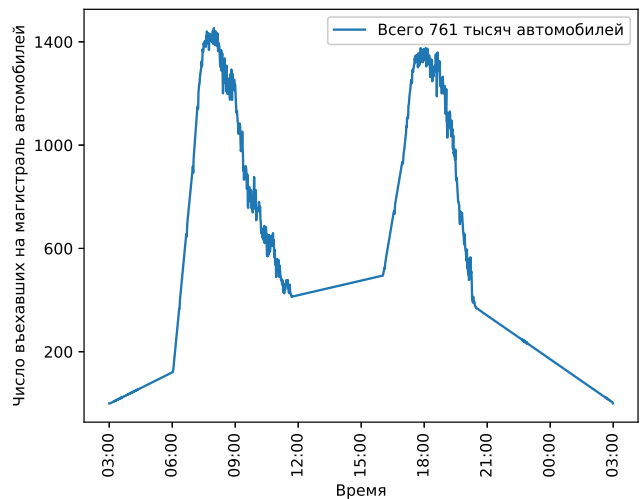


б) С управлением въездами

Рисунок 6.12 — Количество автомобилей на полосу в модели транспортной сети за день в эксперименте с высокой загрузкой.



а) Без управления въездами

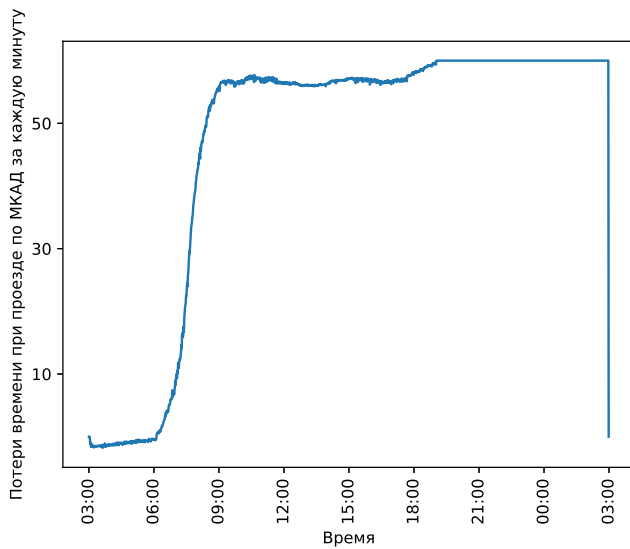


б) С управлением въездами

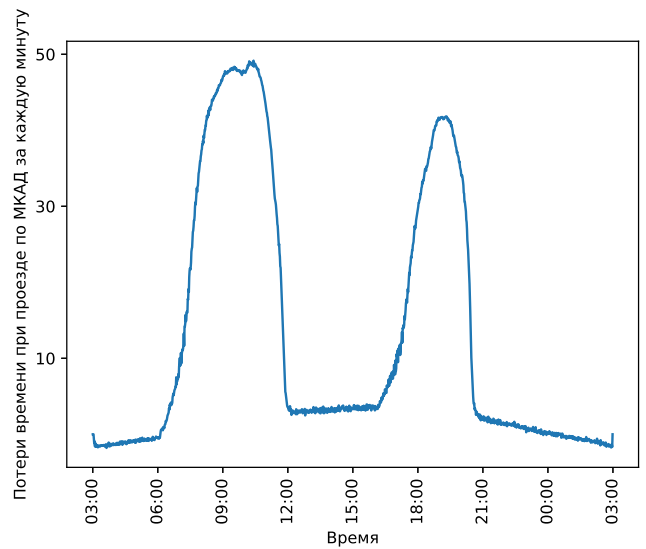
Рисунок 6.13 — Графики суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте с высокой загрузкой.

датчиков расположенных над этим сегментом либо рядом с ним. Проводятся следующие группы экспериментов:

1. Эксперименты со средней, но продолжительной, пиковой загрузкой на въезды с проверкой эффекта от динамического ограничения входного потока в зависимости от состояния автомагистрали.
2. Эксперименты с высокой, но непродолжительной, пиковой загрузкой въездов (что более соответствует данным от ЦОДД) с проверкой эффекта от динамического ограничения входного потока в зависимости от состояния автомагистрали.

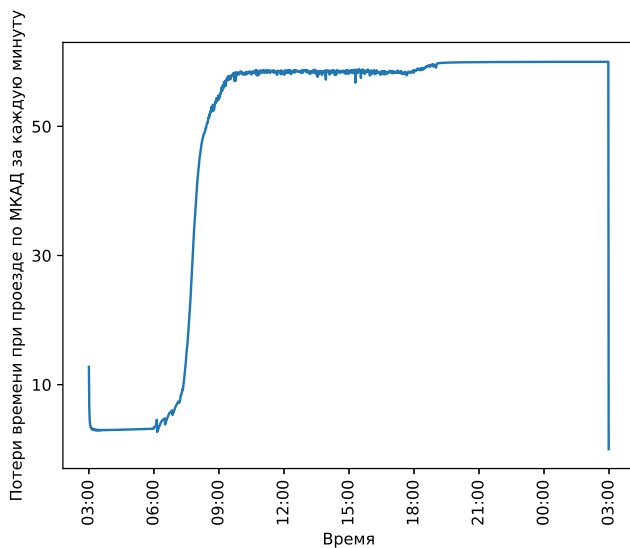


а) Без управления въездами

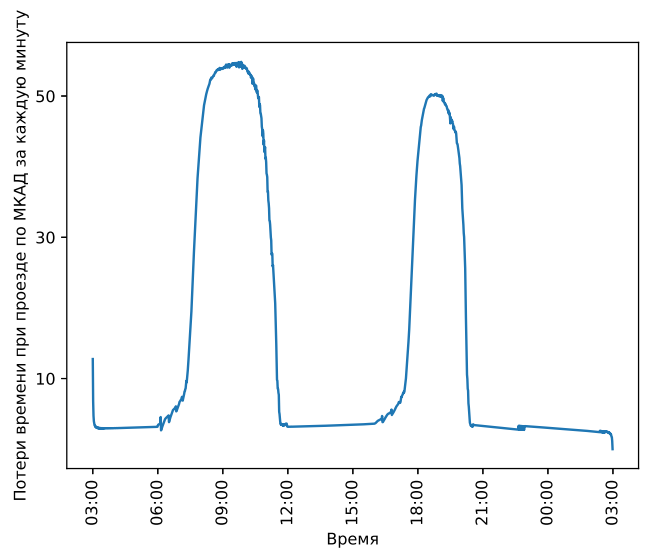


б) С управлением въездами

Рисунок 6.14 — Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте с высокой загрузкой.



а) Без управления въездами



б) С управлением въездами

Рисунок 6.15 — Временные потери на въезд на автомагистраль в эксперименте с высокой загрузкой.

В данном разделе принимаются все те же предположения что и в разделе 6.4, а конкретно — доля съезжающих автомобилей равна 12%, а управление въездами происходит по аналогичному алгоритму:

- Для каждого сегмента автомагистрали по направлению движения АТС после рассматриваемого въезда посчитаем плотность автомобилей  $\rho$  на ней.

- В зависимости от величины  $\rho_{\text{opt}} - \rho$ , где  $\rho_{\text{opt}}$  — плотность, при которой достигается максимальный поток на рассматриваемом сегменте автомагистрали, входной поток ограничивается на  $l < l_{\text{max}}$  процентов.
- Ограничения для каждого из сегментов складываются и получается результирующее понижение входного потока АТС.

### 6.5.1 Эксперименты со средней загрузкой

В данной группе экспериментов въезды считаются однополосными и функции входного потока изображены на рис. 6.4. В данном случае есть два типа въездов на автомагистраль — с утренней и вечерней пиковыми загрузками в течение трех часов.

Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту

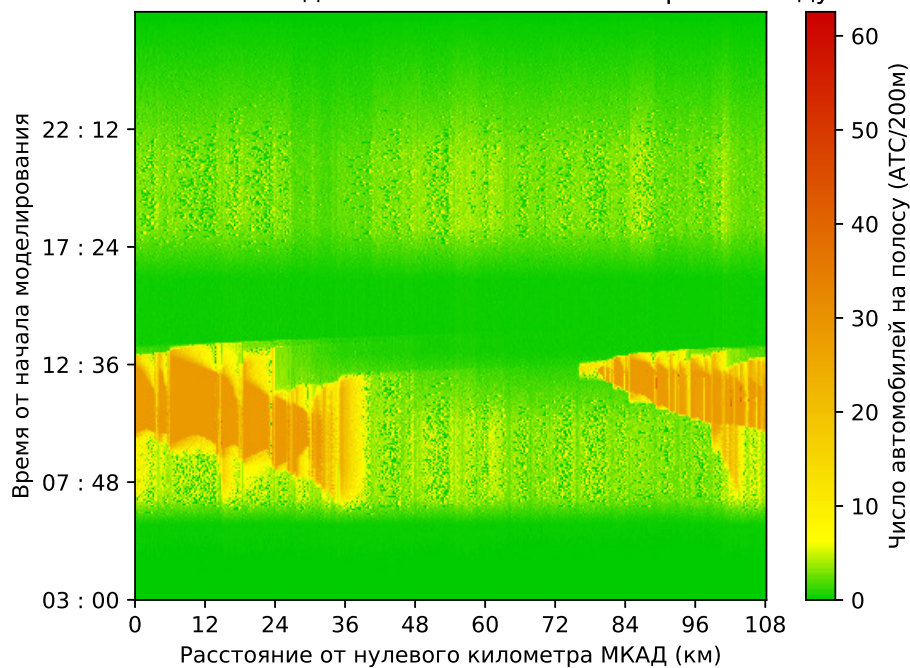


Рисунок 6.16 — Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте со средней загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм.

**Эксперимент без управления въездами.** Результаты моделирования автомагистрали при такой конфигурации въездов представлены на рис. 6.16. Число реально въехавших автомобилей и количество проехавших за день по

транспортной сети АТС изображены на рис. 6.17(а). График временных потерь - на рис. 6.17(б).

Видно, что при такой конфигурации входных потоков заторы возникают всего в нескольких местах и потом со временем распространяются по автомагистрали. Так как пробки успевают исчезнуть к вечеру, то МКАД не останавливается полностью, хотя при меньшей доли съезжающих автомобилей это произойдет. В сравнении с аналогичным экспериментом из предыдущего раздела пробка исчезает быстрее при спаде входного потока АТС.

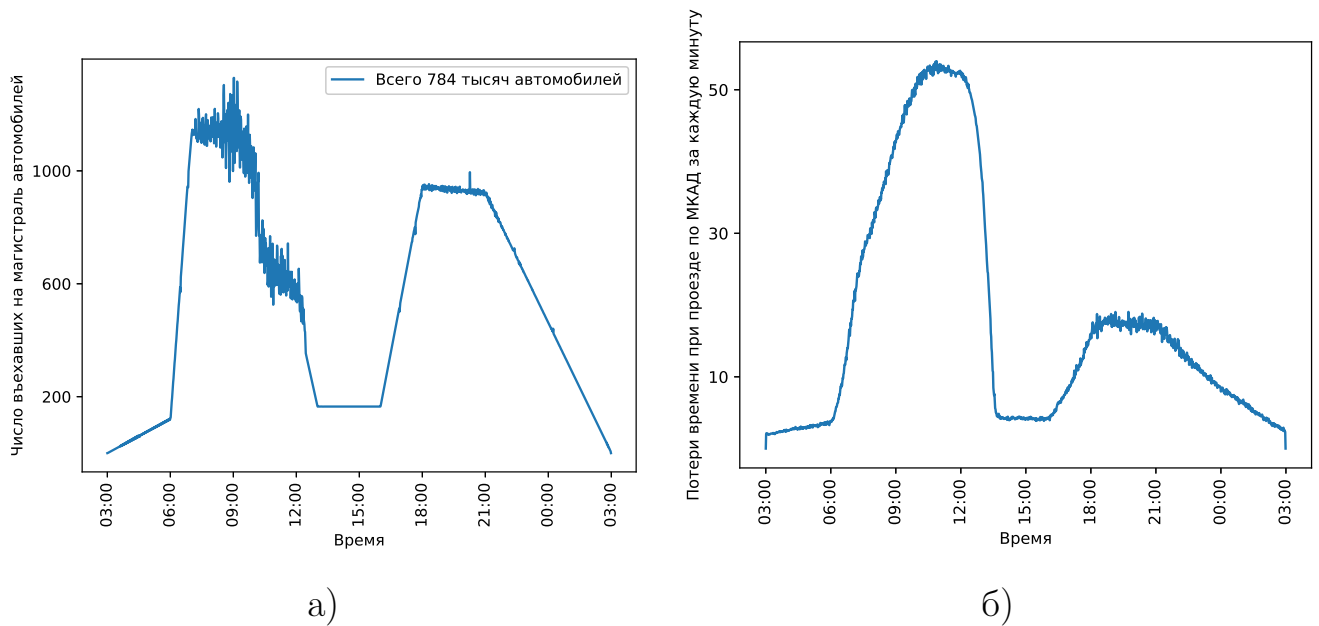


Рисунок 6.17 — а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте со средней загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте со средней загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм.

**Эксперимент с управлением въездами.** Аналогично предыдущему разделу, промоделируем ситуацию светофорного управления въездами с возможностью перекрывать вплоть до 80% входного потока. Результаты моделирования при такой конфигурации въездов представлены на рис. 6.18. Число реально въехавших автомобилей и количество проехавших за день по транспортной сети АТС изображены на рис. 6.19(а). График временных потерь проезда по всей автомагистрали представлен на рис. 6.19(б).

На графиках видно уменьшение времени затора на МКАД, а также небольшое увеличение числа проехавших автомобилей. Однако временные потери на проезд по автомагистрали значительно снизились. Интегральная разность

Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту

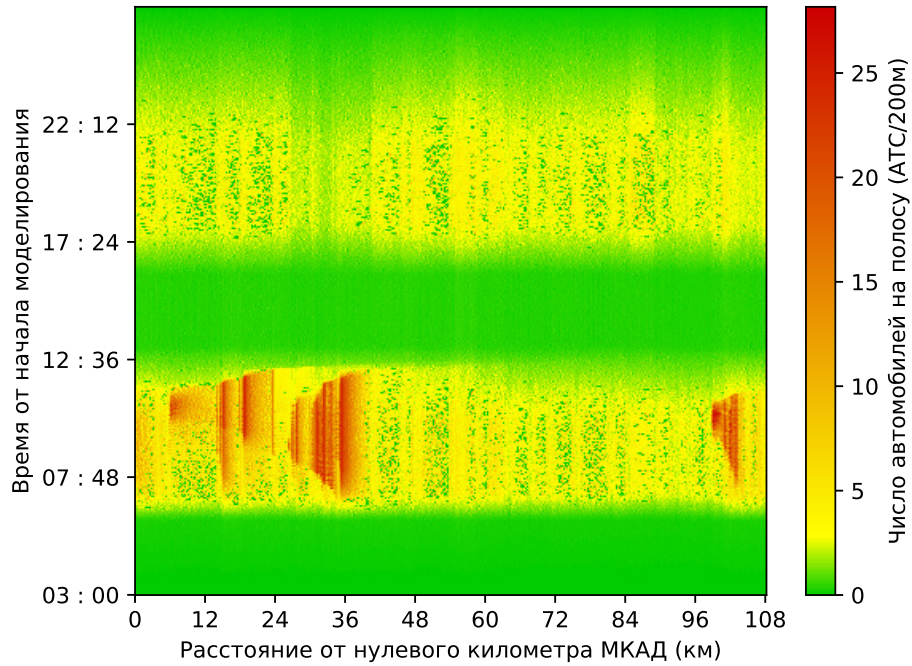
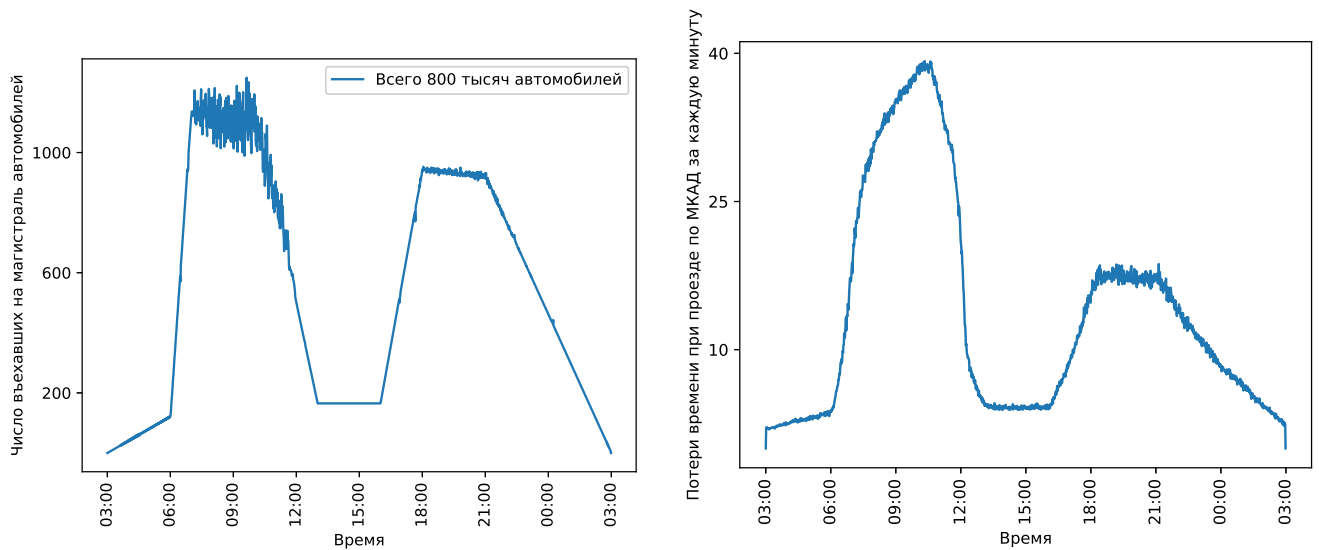


Рисунок 6.18 — Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм.



а)

б)

Рисунок 6.19 — а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм.

между графиками временных потерь на рис. 6.17(б) и 6.19(б) составляет около 1 минуты. Видно, что при низкой загрузке и более аккуратном моделировании с учетом всех фундаментальных диаграмм эффективность управления въездами достаточно сильно упала.

### 6.5.2 Эксперименты с высокой загрузкой

В данной группе экспериментов въезды считаются двухполосными и функции входного потока изображены на рис. 6.8. В данном случае есть два типа въездов на автомагистраль — с утренней и вечерней пиковыми нагрузками в течение трех часов.

Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту

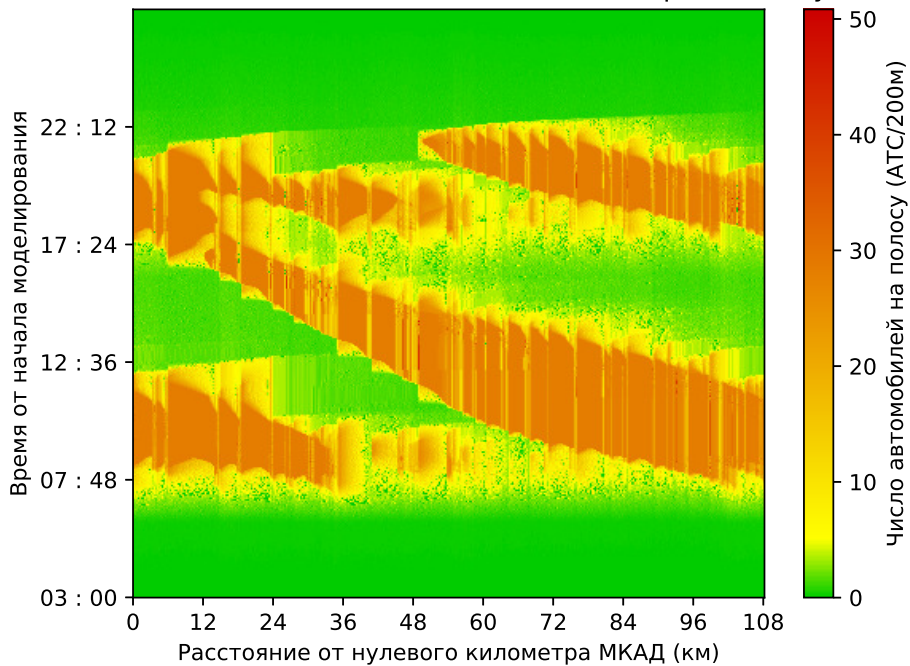


Рисунок 6.20 — Количество автомобилей на полосу в модели транспортной сети за день в эксперименте с высокой загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм.

**Эксперимент без управления въездами.** Результаты моделирования при такой конфигурации въездов представлены на рис. 6.20. Видно, что в данной конфигурации потоков на въездах заторные движения образуются по всей протяженности автомагистрали, объединяясь впоследствии в один большой. В данном эксперименте, аналогично эксперименту из предыдущего раздела,

МКАД практически полностью занят пробкой с утра до вечера. На рис. 6.9(а) показано число реально въехавших автомобилей и количество проехавших за день по магистрали АТС. График временных потерь проезда по всей автомагистрали представлен на рис. 6.9(б).

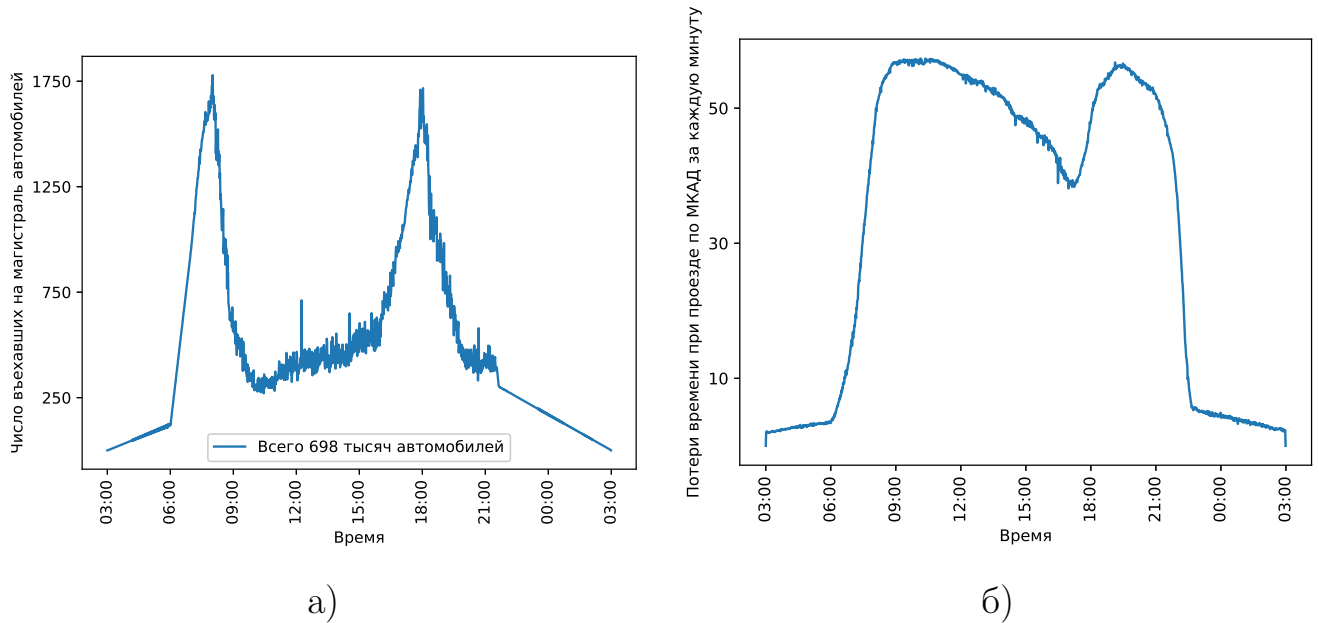


Рисунок 6.21 — а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте с высокой загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте с высокой загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм.

**Эксперимент с управлением въездами.** В данном эксперименте с управлением въездами также перекрываем въезды вплоть до 80% в зависимости от плотности автомобилей на магистрали. Результаты моделирования, число въехавших автомобилей и график временных потерь при проезде по магистрали изображены на рис. 6.6, 6.7(а) и 6.7(б) соответственно.

На графиках видно уменьшение времени затора на МКАД, а также небольшое увеличение числа проехавших автомобилей. Хотя число проехавших по МКАД автомобилей увеличилось незначительно, временные потери на проезд по автомагистрали сильно снизились, а временной интервал затрудненного движения уменьшился. Интегральная разность между графиками на рис. 6.21(б) и 6.23(б) составляет ровно 14 минут.

Число автомобилей в каждом сегменте автомагистрали каждую минуту

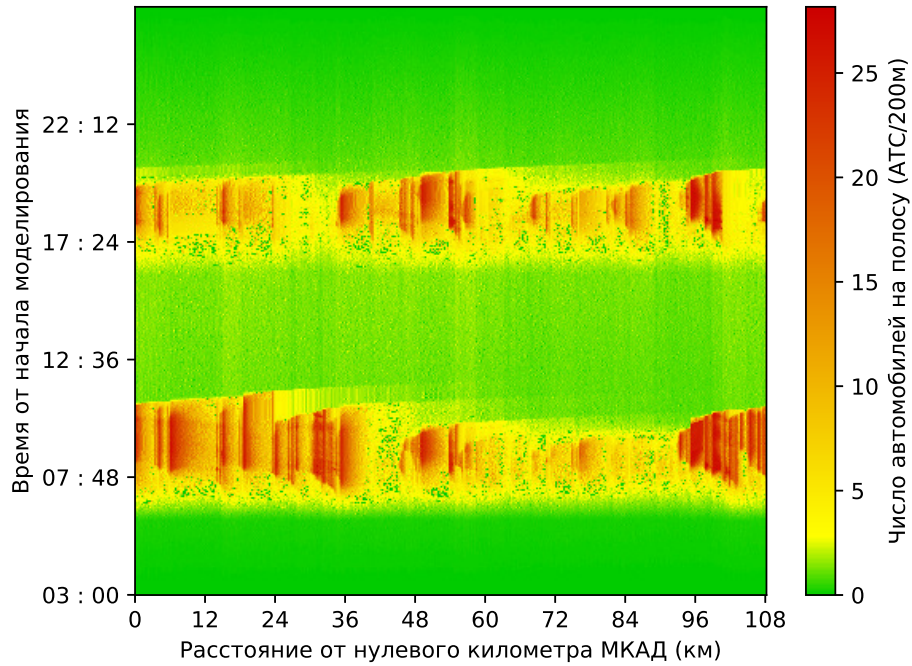
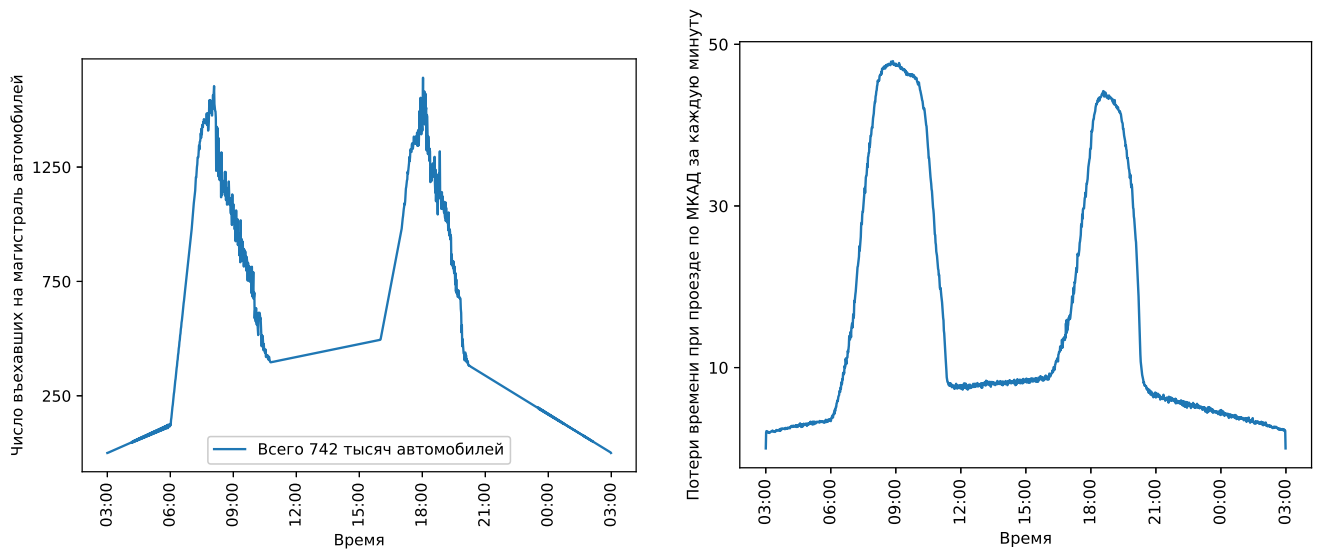


Рисунок 6.22 — Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм.



а)

б)

Рисунок 6.23 — а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм.

### 6.5.3 Сравнение с экспериментами с несколькими фундаментальными диаграммами

Видно, что модель показала свою устойчивость относительно точности расчета фундаментальных диаграмм. Несмотря на то, что результаты изменились, общая картина формирования и распространения затора в модели МКАД осталась неизменна.

Эксперименты из разделов 6.4.1 и 6.5.1 показывают схожую картину МКАД в течении дня. Однако, ввиду более аккуратных расчетов МКАД при средней загрузке сам по себе оказывается менее нагружен, а заторное состояние наблюдается меньшее время. Таким образом даже без управления въездами состояние МКАДа удовлетворительно для проезда и преимущества от управления в этом варианте минимальные — всего одна минута.

В эксперименте с высокой загрузкой на въездах 6.5.2 преимущество от управления все еще существенное — 14 минут. Это меньше чем в эксперименте из раздела 6.4.2 на 4 минуты, но все еще очень существенно. Тут мы также наблюдаем небольшие изменения в структуре распространения заторов.

Окончательно, для детального моделирования автомагистрали следует использовать как можно больше информации о её структуре, что приводит нас к необходимости использования наибольшего числа фундаментальных диаграмм. Несмотря на то, что общий результат экспериментов схож, это позволит нам не злоупотреблять светофорным управлением в тех ситуациях, когда в этом нет явной необходимости, что показывает нам сравнение экспериментов со средней загрузкой, а также более детально управлять въездами при сильно загруженности автомагистрали, не перекрывая въезды на те сегменты магистрали которые не являются ключевыми в формировании заторного движения.

## 6.6 Заключение

В разделе проведен широкий спектр экспериментов по моделированию МКАД с и без светофорного управления въездами. В разделе 6.4 проводится множество экспериментов по моделированию автомагистрали при различных

входных потоках на въездах с использованием одной фундаментальной диаграммы поток-плотность для всех сегментов транспортной сети. Во всех случаях показана эффективность светофорного управления.

В разделе 6.5 проводятся схожие эксперименты, но при расчёте всех необходимых фундаментальных диаграмм для всех сегментов транспортной сети. Показана устойчивость модели к точности расчёта фундаментальной диаграммы, а также эффективность светофорного управления.

## Глава 7. Сравнение результатов моделирования мезоскопической моделью с моделью разумного водителя (IDM)

Целью данного раздела является демонстрация применимости предложенной математической модели для моделирования больших транспортных сетей за существенно меньшее в сравнении с микроскопическими моделями, на примере модели разумного водителя [42], время. Ввиду того, что модель разумного водителя является одной из классических моделей, проводится сравнение результатов предложенной авторами модели с результатами микроскопической модели, а также показывается значительное преимущество предложенной модели по скорости вычислений.

Сравнение с моделью разумного водителя производится по двум основным причинам. Первая причина это отсутствие достаточного объема реальных данных с дорожных датчиков на всем протяжении МКАД, что приводит нас к необходимости брать достаточно точную модель с целью сравнения результатов моделирования. Вторая причина это необходимость в управлении въездами как конечная цель нашего исследования, что приводит нас к существенно разрывному потоку на въездах на автомагистраль который лучше моделируется микроскопическими моделями.

Окончательно проводятся два типа экспериментов: с моделированием небольшого участка автомагистрали полностью на основе данных с дорожных датчиков и моделирование всего МКАД.

### 7.1 Прямой участок автомагистрали

В данном эксперименте рассматривается моделирование одного дня движения на прямом участке автомагистрали длиной 1500 метров без значительных съездов и въездов. На вход подаются данные с дорожного датчика расположенного в начале участка, результаты сравниваются с данными дорожного датчика расположенного в конце участка. Результаты моделирования представлены на рис. 7.1. Окончательно, средняя относительная процентная ошибка (mean absolute percentile error - MAPE) для предложенной модели

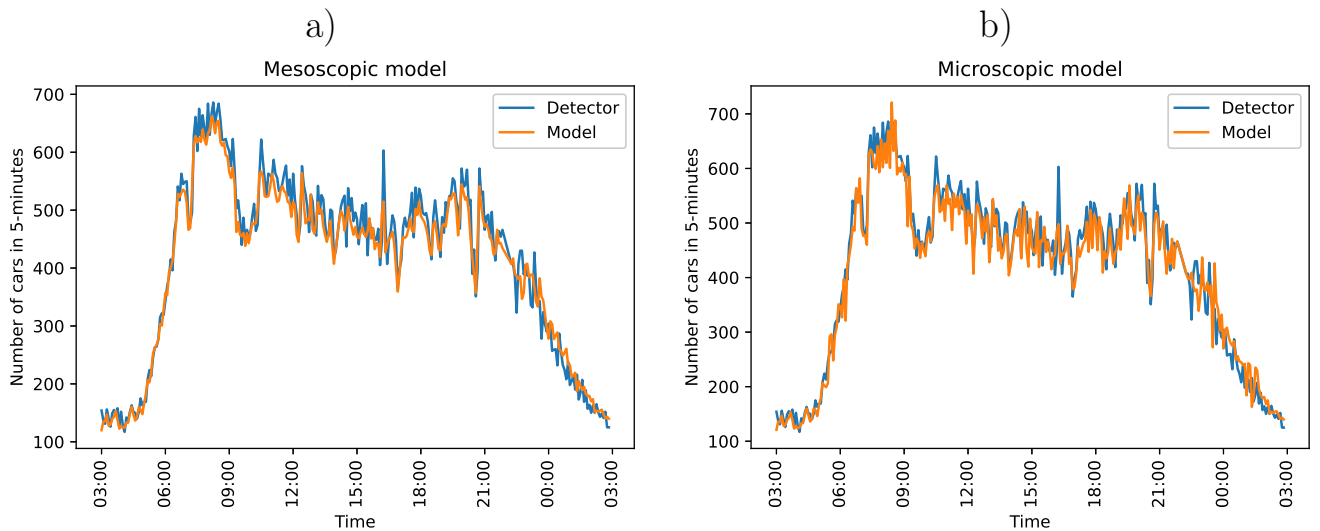


Рисунок 7.1 — а) Результаты моделирования предложенной мезоскопической моделью, б) Результаты моделирования микроскопической моделью.

составила 5.35%, для микроскопической модели составила 5.6%. Ошибка предложенной модели относительно модели разумного водителя - 1.7%. Расчётное время на одном ядре CPU мощностью 4.2 ГГц и объёмом оперативной памяти 32 ГБ составило 5.14 секунды для предложенной мезоскопической модели и 88.08 секунд для микроскопической модели. Значения времени усреднены на основе 100 экспериментов.

Проведем также замеры времени расчётов для обеих подходов при моделировании одного дня прямой дороги с фиксированным потоком АТС на въезде на дорогу в диапазоне от 5 до 48 АТС/мин, а также при фиксированном потоке АТС при увеличении длины моделируемого участка от 500 до 5000 метров. Результаты экспериментов представлены на рис. 7.2. Ускорение в моделировании мезоскопической моделью при увеличении числа АТС на въезде связано с групповыми свойствами модели — автомобили начали объединяться в группы.

## 7.2 Моделирование всей автомагистрали

В данном эксперименте проводится моделирование всего МКАД в течении 10 часов, въезды считаются однополосными и функции входного потока изображены на рис. 7.3. В данном случае у нас есть два типа въездов на автомагистраль — с утренней и вечерней пиковыми загрузками в течении трёх часов.

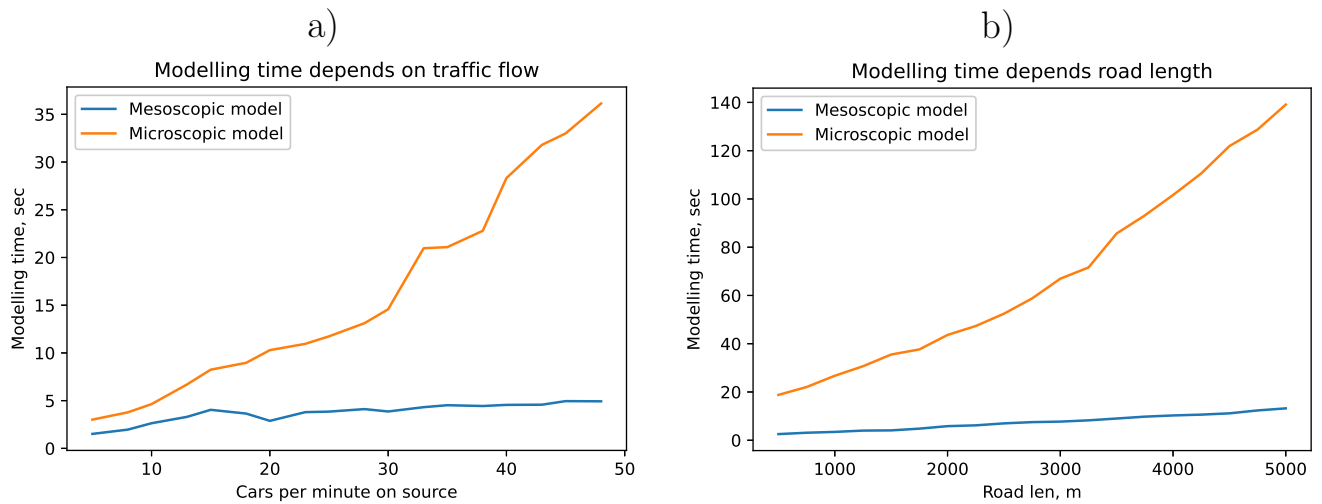


Рисунок 7.2 — а) Время моделирования в зависимости от потока АТС на въезде, б) Время моделирования в зависимости от длины моделируемого участка магистрали при входном потоке 45 АТС/мин.

Результаты моделирования представлены на рис. 7.4 Отметим, что в зоне свободного движения автомобилей, как это видно на рис. 7.4, ошибка достаточно высока ввиду того, что расхождение даже в 1 автомобиль приводит нас к относительной погрешности вплоть до 50%. Данная ситуация возникает ввиду того, что микроскопическая модель дискретна на съездах с автомагистрали — автомобиль либо полностью съезжает либо полностью остается на магистрали. Предложенная же мезоскопическая модель не воспринимает число автомобилей в группе как дискретную величину и автомобили в ней съезжают в автомагистрали более равномерно. При большом потоке автомобилей в среднем мы получаем одинаковое число съехавших транспортных средств, но при малом может наблюдаться существенное расхождение. Это приводит нас к выводу, что предложенная модель малоприменима для детального моделирования поведения малого числа автомобилей. Однако, моделирование свободного потока на уровне АТС/минуту не является целью данной модели. Ввиду данных замечаний расчёт ошибки проводится только для сегментов на которых хотя бы одна из моделей предсказывает поток выше 10 АТС/минуту.

Окончательно, средняя абсолютная процентная ошибка (mean absolute percentile error - MAPE) между предложенной моделью и моделью разумного водителя составила 5.4%. Если же рассматривать ошибку определения режима работы автомагистрали, которая интересует нас ввиду того, что мы рассматриваем нашу предложенную модель в первую очередь не для точного определения проехавших автомобилей, а для отслеживания изменения режима работы ав-

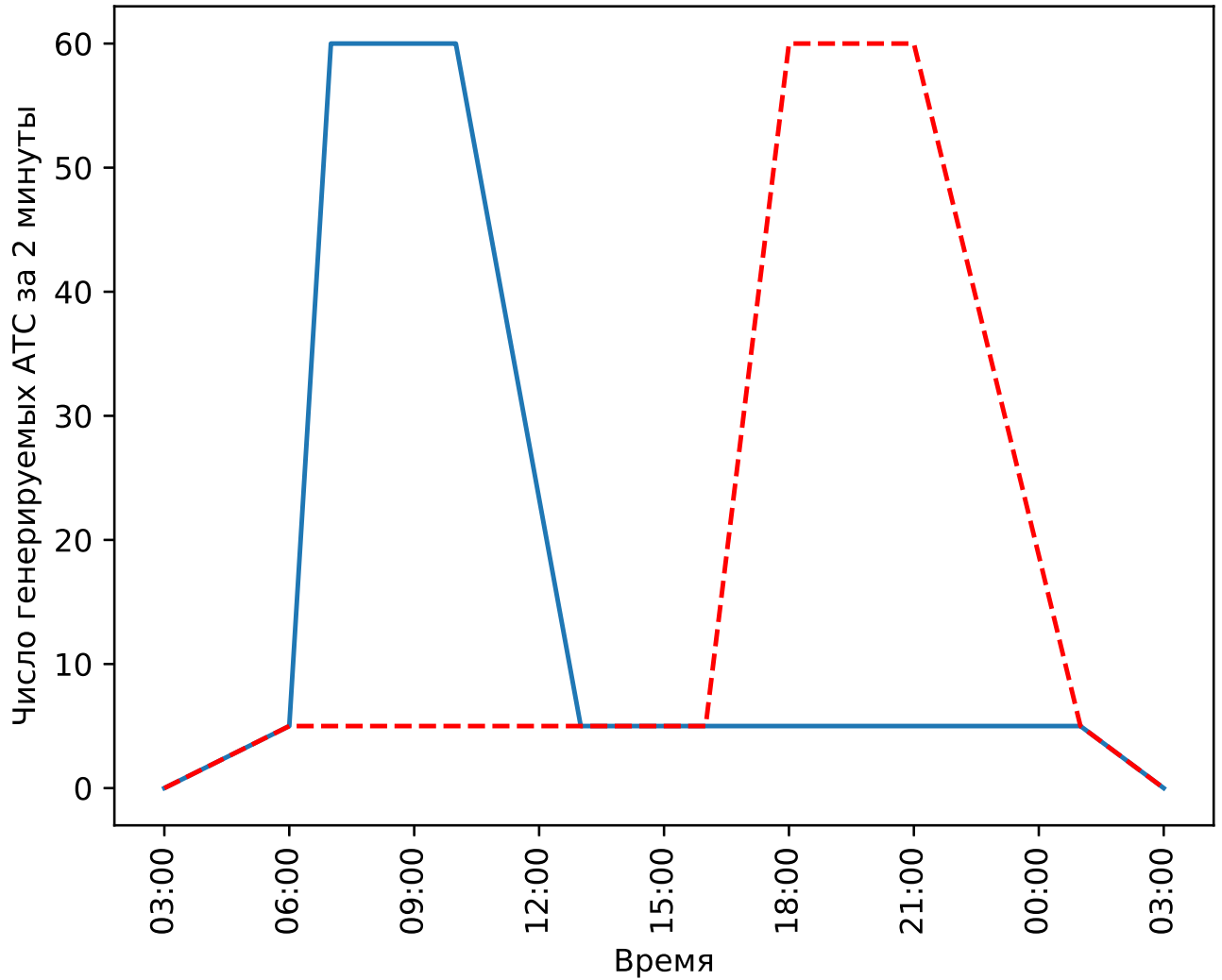


Рисунок 7.3 — Графики загрузки двух типов въездов — с утренней и вечерней пиковыми нагрузками

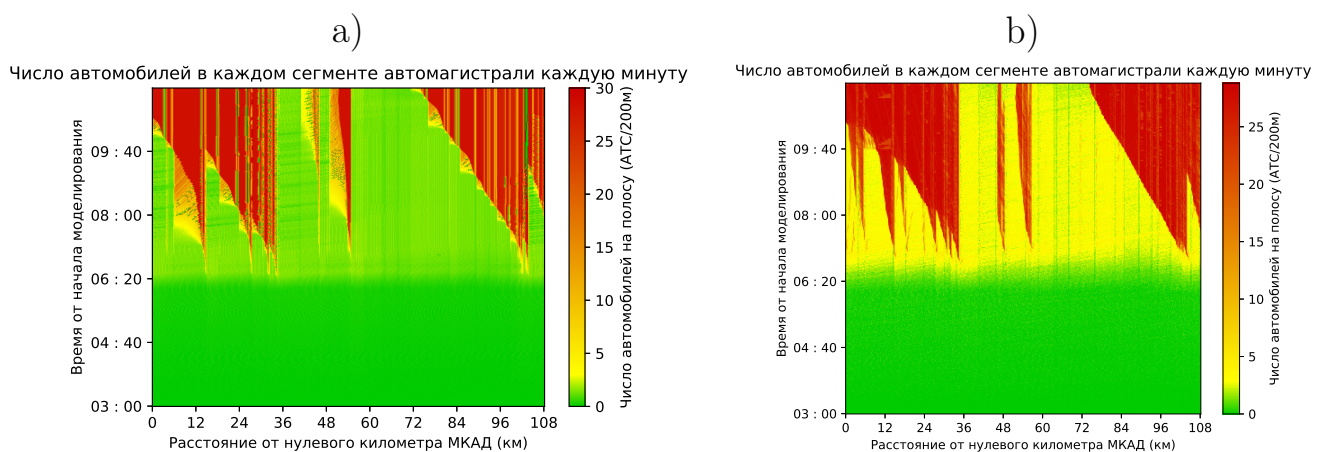


Рисунок 7.4 — а) Результаты моделирования предложенной мезоскопической моделью, б) Результаты моделирования микроскопической моделью.

томагистрали с целью светофорного управления ею, то ошибка определения режима составит 2.8%. Расчет ошибки определения режима проводился следу-

ющим образом - число АТС/минуту разделялось на 3 диапазона - от 0 до 10, от 10 до 20, от 20 до 30. При совпадении предсказанных моделями диапазонов в конкретное время в конкретном сегменте значение ошибки принималось за 0, иначе - за 1. Окончательно рассчитывается среднее значение ошибки по всем сегментам для всего моделируемого времени. Расчётное время на одном ядре CPU мощностью 4.2 ГГц и объёмом оперативной памяти 32 ГБ составило 25 минут 26 секунд для предложенной мезоскопической модели и 10 часов 19 минут для микроскопической модели. Существенное время расчета мезоскопической моделью мы в первую очередь связываем с сильно плотным режимом автомагистрали выбранным для моделирования ввиду наибольшего для нас интереса.

### 7.3 Выводы сравнения с моделью IDM

Проведено два эксперимента — на небольшом участке автомагистрали длиной полтора километра для которого полностью известен поток АТС на обоих его концах на котором можно оценить работоспособность моделей, а также эксперимент с моделированием всего МКАД для оценки временных затрат на моделирование предложенной мезоскопической моделью и классической микроскопической моделью. Результаты моделирования представлены в таблице 3. Показано, что предложенная мезоскопическая модель показывает схожие с

Таблица 3 — Сравнение предложенной модели и модели разумного водителя.

Модель	Небольшой сегмент		МКАД	
	Мезоскопическая	IDM	Мезоскопическая	IDM
<b>МАРЕ</b>	<b>5.35%</b>	5.6%	5.4%	
<b>Время вычислений</b>	<b>5.14 сек</b>	88.08 сек	<b>25 мин 26 сек</b>	10 ч 19 мин

классическими микроскопическими моделями результаты в рамках как задачи моделирования выделенной автомагистрали так и задачи моделирования участка автомагистрали. Причём при моделировании участка автомагистрали расчётное время показываемое мезоскопической моделью опережает время микроскопической модели в 17 раз. При моделировании всего МКАД время расчётов микроскопической моделью оказывается в 24 раза медленнее. Все вычислительные эксперименты проводились в однопоточном режиме на машине с CPU мощностью 4.2 ГГц и объёмом оперативной памяти 32 ГБ. Реализация

алгоритмов проводилась на языке программирования Python версии 3.11. Данный результат позволяет использовать мезоскопическую модель в ситуациях когда необходим быстрый результат прогноза при ограниченных вычислительных мощностях.

## Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Разработана мезоскопическая модель транспортных потоков на основе групп АТС;
2. Проведены вычислительные эксперименты подтверждающие адекватность и работоспособность изложенной модели;
3. Проведены эксперименты по адаптивному управлению въездами на МКАД с помощью построенной модели;
4. Подтверждена вычислительная эффективность модели.

В главе 4 предложена и описана новая мезоскопическая модель транспортных потоков пригодная к моделированию транспортных сетей большого масштаба с сильно разрывными потоками. Приведены внешние и внутренние свойства модели, а также все необходимые алгоритмы расчётов для перехода между состояниями системы в моменты времени  $t - 1$  и  $t$ .

В рамках инициализации модели, в главе 3 был разработан алгоритмы комплексирования данных с дорожных датчиков и GPS-треков. Данный алгоритм позволяет на основе небольшого объёма данных с дорожных датчиков и большого объёма более доступных данных с GPS-треков получить полную информацию о числе и скорости АТС на всех сегментах крупной магистрали в любой момент времени.

На основе полученных комплексированием данных, с использованием алгоритмов из главы 2 получены фундаментальные диаграммы поток-плотность для всех сегментов анализируемой в работе транспортной сети. Сам алгоритм построения фундаментальных диаграмм был разработан группой исследователей и предполагает минимальное вмешательство специалиста по анализу данных, позволяя, таким образом, в автоматизированном режиме получать фундаментальные диаграммы для произвольных сегментов транспортной сети с высокой скоростью, что также необходимо для инициализации рассмотренной в работе мезоскопической модели.

Проведен широкий спектр вычислительных экспериментов. В главе 5 рассмотрены всевозможные элементарные конфигурации транспортной сети с целью показать адекватность предложенной модели на синтетических данных. В главе 6 проводится моделирование одной из сторон МКАД с проверкой эффек-

тивности светофорного управления автомагистралью при установке светофоров на въездах. Наряду с экспериментами с различной плотностью потока на въездах в разделах 6.4.1, 6.4.2, 6.5.1 и 6.5.2, также проводится сравнение результатов моделирования при расчёте всех необходимых фундаментальных диаграмм в разделе 6.5 и при использовании только лишь одной фундаментальной диаграммы для всех сегментов МКАДа в разделе 6.4. В рамках экспериментов показано, что в зависимости от загруженности въездов на МКАД, путём светофорного управления можно получить временную выгоду при проезде по автомагистрали от 1 до 30 минут только за счёт установки светофоров.

Отдельно приведено сравнение предложенной мезоскопической модели и классической микроскопической модели разумного водителя в главе 7. Показано, что предложенная модель имеет схожую точность с моделью разумного водителя в задаче светофорного управления выделенной автомагистралью большого масштаба, имея при этом существенно большую вычислительную эффективность. Время, необходимое для моделирования предложенной мезоскопической моделью в некоторых случаях более чем в 20 раз меньше времени моделирования моделью разумного водителя.

## Список литературы

1. *Asano Y., Ito N., Inaoka H., Imai T., Uchitane T.* Traffic simulation of Kobe-city [Текст] // Proceedings of the international conference on social modeling and simulation, plus Econophysics Colloquium 2014. — Springer, Cham. 2015. — С. 255—264.
2. *Benassi A., Fouque J.-P.* Hydrodynamical limit for the asymmetric simple exclusion process [Текст] // The Annals of Probability. — 1987. — С. 546—560.
3. *Bieker L., Krajzewicz D., Morra A., Michelacci C., Cartolano F.* Traffic simulation for all: a real world traffic scenario from the city of Bologna [Текст] // Modeling Mobility with Open Data. — Springer, 2015. — С. 47—60.
4. *Boxill S. A., Yu L.* An evaluation of traffic simulation models for supporting its [Текст] // Houston, TX: Development Centre for Transportation Training and Research, Texas Southern University. — 2000.
5. *Bradski G.* Dr. dobb's journal of software tools [Текст]. — 2000.
6. *Burghout W., Koutsopoulos H. N., Andreasson I.* Hybrid mesoscopic–microscopic traffic simulation [Текст] // Transportation Research Record. — 2005. — Т. 1934, № 1. — С. 218—225.
7. *Canny J.* A computational approach to edge detection [Текст] // Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on. — 1986. — № 6. — С. 679—698.
8. *Daganzo C. F.* Requiem for second-order fluid approximations of traffic flow [Текст] // Transportation Research Part B: Methodological. — 1995. — Т. 29, № 4. — С. 277—286.
9. *Dey P. P., Chandra S., Gangopadhyay S.* Simulation of mixed traffic flow on two-lane roads [Текст] // Journal of Transportation Engineering. — 2008. — Т. 134, № 9. — С. 361—369.
10. *Eddy W., Convex Hull Peeling C.* 5th Symposium held at Toulouse 1982 [Текст] // Physica-Verlag. — 1982. — С. 42—47.

11. *Edelsbrunner H., Kirkpatrick D. G., Seidel R.* On the shape of a set of points in the plane [Текст] // Information Theory, IEEE Transactions on. — 1983. — Т. 29, № 4. — С. 551—559.
12. *El -Tantawy S., Abdulhai B., Abdelgawad H.* Multiagent reinforcement learning for integrated network of adaptive traffic signal controllers (MARLIN-ATSC): methodology and large-scale application on downtown Toronto [Текст] // IEEE Transactions on Intelligent Transportation System. — 2013. — Т. 14, № 3. — С. 1140—1150.
13. *Gartner N. H., Messer C. J., Rathi A.* Traffic flow theory-A state-of-the-art report: revised monograph on traffic flow theory [Текст]. — 2002.
14. *Gazis D. C.* Traffic science [Текст]. — 1974.
15. *Gundaliya P., Mathew T. V., Dhingra S. L.* Heterogeneous traffic flow modelling for an arterial using grid based approach [Текст] // Journal of Advanced Transportation. — 2008. — Т. 42, № 4. — С. 467—491.
16. *Guo H.-W., Gao Z.-Y., Zhao X.-M., Xie D.-F.* Dynamics of motorized vehicle flow under mixed traffic circumstance [Текст] // Communications in Theoretical Physics. — 2011. — Т. 55, № 4. — С. 719.
17. *Han K., Liu H., Gayah V., Friesz T., Tao T.* A robust optimization approach for dynamic traffic signal control with emission considerations [Текст] // Transportation Research Part C: Emerging Technologies. — 2016. — Т. 70. — С. 3—26.
18. *Huang W., Hu Y., Zhang X.* Enhancing Model-Based Anticipatory Traffic Signal Control with Metamodeling and Adaptive Optimization [Текст] // Mathematics. — 2022. — Т. 10, № 15. — С. 2640.
19. *Jerry L., Ray D.* Violin Plots: A Box Plot-Density Trace Synergism [Текст] // The American Statistician. — 1998. — Т. 52, № 2. — С. 181—184.
20. *Kanai M.* Two-lane traffic-flow model with an exact steady-state solution [Текст] // Physical Review E. — 2010. — Т. 82, № 6. — С. 066107.
21. *Kerner B. S.* Introduction to modern traffic flow theory and control [Текст]. Т. 700. — Springer, 2009.
22. *Kerner B. S.* The physics of traffic [Текст]. — Springer, 2004.

23. *Kholodov Y., Alekseenko A., Kazorin V., Kurzhanskiy A.* Generalization Second Order Macroscopic Traffic Models via Relative Velocity of the Congestion Propagation [Текст] // Mathematics. — 2021. — Т. 9, № 16. — С. 2001.
24. *Lan L. W., Chang C.-W.* Inhomogeneous cellular automata modeling for mixed traffic with cars and motorcycles [Текст] // Journal of advanced transportation. — 2005. — Т. 39, № 3. — С. 323–349.
25. *Lighthill M. J., Whitham G. B.* On kinematic waves. II. A theory of traffic flow on long crowded roads [Текст] // Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. Т. 229. — The Royal Society. 1955. — С. 281–345.
26. *Long G.* Acceleration characteristics of starting vehicles [Текст] // Transportation Research Record. — 2000. — Т. 1737, № 1. — С. 58–70.
27. *Løvås G. G.* Modeling and simulation of pedestrian traffic flow [Текст] // Transportation Research Part B: Methodological. — 1994. — Т. 28, № 6. — С. 429–443.
28. *Magne L., Rabut S., Gabard J.-F.* Towards an hybrid macro-micro traffic flow simulation model [Текст] // INFORMS spring 2000 meeting. — 2000.
29. *Mannion P., Duggan J., Howley E.* An experimental review of reinforcement learning algorithms for adaptive traffic signal control [Текст] // Autonomic road transport support systems. — Springer. 2016. — С. 47–66.
30. *Matas J., Galambos C., Kittler J.* Robust detection of lines using the progressive probabilistic hough transform [Текст] // Computer Vision and Image Understanding. — 2000. — Т. 78, № 1. — С. 119–137.
31. *Nagel K., Schreckenberg M.* A cellular automaton model for freeway traffic [Текст] // Journal de physique I. — 1992. — Т. 2, № 12. — С. 2221–2229.
32. *Newell G. F.* Nonlinear effects in the dynamics of car following [Текст] // Operations research. — 1961. — Т. 9, № 2. — С. 209–229.
33. *Oskarbski J., Kaszubowski D.* Applying a mesoscopic transport model to analyse the effects of urban freight regulatory measures on transport emissions—an assessment [Текст] // Sustainability. — 2018. — Т. 10, № 7. — С. 2515.

34. *Pang M., Huang J.* Cooperative Control of Highway On-Ramp with Connected and Automated Vehicles as Platoons Based on Improved Variable Time Headway [Текст] // Journal of Transportation Engineering, Part A: Systems. — 2022. — Т. 148, № 7. — С. 04022034.
35. *Papageorgiou M.* Some remarks on macroscopic traffic flow modelling [Текст] // Transportation Research Part A: Policy and Practice. — 1998. — Т. 32, № 5. — С. 323—329.
36. *Payne H. J.* Model of freeway traffic and control [Текст] // Mathematical Model of Public System. — 1971. — С. 51—61.
37. *Ratrouf N. T., Rahman S. M.* A comparative analysis of currently used microscopic and macroscopic traffic simulation software [Текст] // The Arabian Journal for Science and Engineering. — 2009. — Т. 34, 1B. — С. 121—133.
38. *Richards P. I.* Shock waves on the highway [Текст] // Operations research. — 1956. — Т. 4, № 1. — С. 42—51.
39. *Siebel F., Mauser W.* On the fundamental diagram of traffic flow [Текст] // SIAM Journal on Applied Mathematics. — 2006. — Т. 66, № 4. — С. 1150—1162.
40. *Tordeux A., Lämmel G., Hänseler F. S., Steffen B.* A mesoscopic model for large-scale simulation of pedestrian dynamics [Текст] // Transportation research part C: emerging technologies. — 2018. — Т. 93. — С. 128—147.
41. *Treiber M., Helbing D.* Explanation of observed features of self-organization in traffic flow [Текст] // arXiv preprint cond-mat/9901239. — 1999.
42. *Treiber M., Hennecke A., Helbing D.* Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations [Текст] // Physical review E. — 2000. — Т. 62, № 6. — С. 1805.
43. *Treuille A., Cooper S., Popović Z.* Continuum crowds [Текст] // ACM Transactions on Graphics (TOG). — 2006. — Т. 25, № 3. — С. 1160—1168.
44. *Wang H., Li J., Chen Q.-Y., Ni D.* Logistic modeling of the equilibrium speed–density relationship [Текст] // Transportation research part A: policy and practice. — 2011. — Т. 45, № 6. — С. 554—566.
45. *Zhang H. M.* A non-equilibrium traffic model devoid of gas-like behavior [Текст] // Transportation Research Part B: Methodological. — 2002. — Т. 36, № 3. — С. 275—290.

46. *Zhang H.* Anisotropic property revisited—does it hold in multi-lane traffic? [Текст] // *Transportation Research Part B: Methodological*. — 2003. — Т. 37, № 6. — С. 561—577.
47. *Гасников А.* [и др.]. Введение в математическое моделирование транспортных потоков [Текст]. — Litres, 2017.
48. *Джс У.* Линейные и нелинейные волны [Текст] // *Джс Уизем -М : Мир*. — 1977.
49. *Зенченко В.А., Ременцов А.Н., Павлов А.В., Сотсков А.В.* Оценка параметров окружающей среды и основных транспортных потоков, определяющих ситуацию на улично-дорожной сети [Текст] // *Современные наукоемкие технологии*. — 2012. — Т. 2012, № 2. — С. 52—59.
50. *Иносэ Х., Хамада Т.* Управление дорожным движением [Текст] // *М.: Транспорт*. — 1983. — Т. 248.
51. *Нейман Ф. Дж.* Теория самовоспроизводящихся автоматов/Дж. Фон Нейман [Текст] // *М.: УРСС*. — 2010.
52. *Холодов Я. А., Алексеенко А. Е., Холодов А. С., Васильев М. О., Мишин В. Д.* Разработка, калибровка и верификация модели движения трафика в городских условиях. Часть II [Текст] // *Компьютерные исследования и моделирование*. — 2015. — Т. 7, № 6. — С. 1205—1219.
53. Центр организации дорожного движения. Число АТС на МКАД [Электронный ресурс]. — URL: <https://rg.ru/2019/06/03/reg-cfo/stalo-izvestno-skolko-mashin-proezzhaiut-po-mkad.html> (дата обр. 28.03.2025).

### Публикации автора по теме диссертации

54. *Alekseenko A., Kholodov Y., Kholodov A., Starozhilets V., Chekhovich Y.* Adaptive traffic light control on highway entrances [Текст] // *Proceedings of the 2017 IEEE 20th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*. — 2017.

55. *Алексеевко А. Е., Холодов Я. А., Холодов А. С., Горева А. И., Васильев М. О., Чехович Ю. В., Мишин В. Д., Старожилец В. М.* Разработка, калибровка и верификация модели движения трафика в городских условиях. Часть I [Текст] // Компьютерные исследования и моделирование. — 2015. — Т. 7, № 6. — С. 1185—1203.
56. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Влияние управления въездами на автомагистраль на примере статистического моделирования транспортных потоков на МКАД [Электронный ресурс]. — 2021. — URL: [https://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2021/data/index\\_2.htm](https://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2021/data/index_2.htm).
57. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Использование мезоскопической модели для моделирования транспортных потоков на МКАД и управления въездами [Текст] // Математические методы распознавания образов. 20-я Всероссийская конференция с международным участием. — 2021. — С. 389—392.
58. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Комплексование данных из разнородных источников в задачах моделирования транспортных потоков [Текст] // Машинное обучение и анализ данных. — 2016. — Т. 2, № 3. — С. 260—275.
59. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Комплексование данных из разнородных источников в задачах моделирования транспортных потоков [Текст] // Интеллектуализация обработки информации ИОИ-2016. Тезисы докладов 11-й Международной конференции. — 2016. — С. 206—207.
60. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Об идентификации статистической модели транспортных потоков с использованием групп автомобильно-транспортных средств [Текст] // Машинное обучение и анализ данных. — 2017. — Т. 3, № 3. — С. 193—202.
61. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Об идентификации статистической модели транспортных потоков с использованием групп АТС [Текст] // Математические методы распознавания образов ММРО-2017. Тезисы докладов 18-й Всероссийской конференции с международным участием. — 2017. — С. 72—73.
62. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Об одном подходе к статистическому моделированию транспортных потоков [Текст] // Журнал вычислитель-

- ной математики и математической физики. — 2021. — Т. 61, № 7. — С. 1220—1232.
63. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Об одном подходе к статистическому моделированию транспортных потоков на МКАД и управлению въездами [Текст] // Интеллектуализация обработки информации. 13-я Международная конференция. — 2020. — С. 277—280.
64. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Об одном подходе к статистическому моделированию транспортных потоков на МКАД и управлению въездами [Текст] // Автоматика и телемеханика. — 2021. — № 11. — С. 114—134.
65. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Об одном подходе к статистическому моделированию транспортных потоков [Текст] // Математические методы распознавания образов. 19-я Всероссийская конференция с международным участием. — 2019. — С. 321—324.
66. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Статистическое моделирование движения транспортных средств по магистрали с управляемым въездом [Электронный ресурс]. — 2020. — URL: [https://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2020/index.htm](https://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2020/index.htm).
67. *Старожилец В. М., Чехович Ю. В.* Экспериментальная проверка вычислительной эффективности одной модели транспортных потоков [Текст] // Математические методы распознавания образов. 21-я Всероссийская конференция с международным участием. — 2023. — С. 60—62.

## Список рисунков

2.1	Экспериментальные данные с двух детекторов, установленных на различных полосах МКАД — замеренные интенсивности транспортного потока $Q(\rho)$ [АТС/с] при различной плотности [АТС/м]. Данные представлены за 2012 г. В количестве 288 измерений за день. Сверху исходные данные, снизу отфильтрованные с использованием алгоритма построения выпуклых оболочек. . . . .	28
2.2	Пространственно-временная структура значений скорости транспортного потока на внешней стороне МКАД для одного рабочего дня — 5 декабря 2012 г. . . . .	30
2.3	Нахождение значений скорости волн торможения на пространственно-временной структуре значений скорости транспортного потока на внешней стороне МКАД . . . . .	30
2.4	Гистограмма значений скоростей волны торможения транспортного потока на МКАД за 2012 г . . . . .	31
2.5	Фундаментальные диаграммы для двух разных участков МКАД. Слева для данных со второй полосы (детектор № 1), справа с пятой полосы (детектор №2) . . . . .	32
3.1	Скрипичная диаграмма зависимости полного числа АТС от числа трековых АТС. . . . .	37
3.2	Число зарегистрированных датчиком АТС в зависимости от времени суток. Детектор перестаёт фиксировать АТС в 17:25 и начинает в 21:15. . . . .	40
3.3	Графики полученных с помощью моделей плотностей в случае с использованием модели для скорости (слева) и без (справа). . . . .	41
3.4	Средняя за 10 минут плотность АТС рассчитанная по данным датчика и аппроксимированным трековым данным на обучении. . . . .	42
3.5	Средняя за 10 минут плотность АТС рассчитанная по данным датчика и аппроксимированным трековым данным на контроле. . . . .	43
3.6	Корреляция для усреднённых за 10 минут данных и среднеквадратичная ошибка на контроле для эксперимента с обучением по 7 дням. . . . .	44
3.7	Плотность АТС для результатов обучения моделям (3.8). . . . .	44

3.8	Плотность АТС для результатов обучения модели (3.9). . . . .	45
3.9	Плотность АТС для результатов обучения модели (3.10). . . . .	45
3.10	Пример восстановления числа въехавших АТС. Синяя линия — число проехавших под датчиком на въезде АТС, зелёные точки — сумма данных с датчика и GPS-треков в моменты времени из множества $I_{in}$ . Красная линия — восстановленные значения суммарного числа въехавших АТС $N_{estin}$ . . . . .	46
3.11	Пример восстановления числа въехавших АТС. Синяя линия — число проехавших под датчиком на въезде АТС, зелёные точки — сумма данных с датчика и GPS-треков в моменты времени из множества $I_{in}$ . Красная линия — восстановленные значения суммарного числа въехавших АТС $N_{estin}$ . . . . .	47
5.1	а) Схема простой дороги в модели состоит из 3 сегментов по 2 километра. б) Тепловая карта автомобилей на простой дороге без перекрестков с линейно нарастающим вплоть до 150 АТС/мин поток. . . . .	63
5.2	а) Схема дороги. б) Тепловая карта автомобилей на пятиполосной дороге без перекрестков с сужением до двух полос и синусоидальным потоком на входе. . . . .	64
5.3	а) Схема дороги. б) Тепловая карта автомобилей на пятиполосной дороге без перекрестков с сужением до двух полос пропадающим в середине моделирования и постоянным потоком в 100 АТС/мин. . . . .	65
5.4	а) Схема дороги. б) Тепловая карта автомобилей на пятиполосной дороге со съездом. . . . .	67
5.5	а) Схема дороги. б) Тепловая карта автомобилей на пятиполосной дороге со въездом с постепенно нарастающим потоком с него. . . . .	68
5.6	График полученного с помощью модели числа съехавших АТС (красная линия) в сравнении с числом съехавших АТС зафиксированных дорожным датчиком (синяя линия) за один день. Среднеквадратичная ошибка $S = 18.4$ . . . . .	69
5.7	График полученного с помощью модели числа съехавших АТС (красная линия) в сравнении с числом съехавших АТС зафиксированных дорожным датчиком (синяя линия) за один день. . . . .	70

6.1	Данные с дорожного датчика за один день. Пиковая нагрузка 45 АТС/мин в 8:20. . . . .	74
6.2	Типичные пробки по понедельникам в 18:15 на основе статистики сервиса «Яндекс-пробки» транспортной сети Москвы и МКАД, в частности по состоянию на 16.05.21. . . . .	76
6.3	а) Вид расчетного графа МКАД, полученного с помощью топологии компании Яндекс, б) Конфигурация въездов и съездов с МКАД в полученном на основе топологии компании Яндекс графе. Красная линия — МКАД, желтая — въезды на магистраль, синяя — съезды с нее. . . . .	77
6.4	а) Графики загрузки двух типов въездов — с утренней и вечерней пиковыми загрузками в эксперименте со средней загрузкой. б) Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте со средней загрузкой. . . . .	80
6.5	а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте со средней загрузкой. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте со средней загрузкой. . . . .	80
6.6	Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами. . . . .	81
6.7	а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами. . . . .	81
6.8	а) Графики загрузки двух типов въездов — с утренней и вечерней пиковыми загрузками в эксперименте с высокой загрузкой. б) Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте с высокой загрузкой. . . . .	82
6.9	а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте с высокой загрузкой. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте с высокой загрузкой. . . . .	83
6.10	Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами. . . . .	84

6.11	а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами. . . . .	84
6.12	Количество автомобилей на полосу в модели транспортной сети за день в эксперименте с высокой загрузкой. . . . .	86
6.13	Графики суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте с высокой загрузкой. . . . .	86
6.14	Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте с высокой загрузкой. . . . .	87
6.15	Временные потери на въезд на автомагистраль в эксперименте с высокой загрузкой. . . . .	87
6.16	Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте со средней загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм. . . . .	88
6.17	а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте со средней загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте со средней загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм. . . . .	89
6.18	Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм. . . . .	90
6.19	а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте со средней загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм. . . . .	90
6.20	Количество автомобилей на полосу в модели транспортной сети за день в эксперименте с высокой загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм. . . . .	91

6.21	а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте с высокой загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте с высокой загрузкой с расчетом всех фундаментальных диаграмм. . . . .	92
6.22	Количество автомобилей на полосе в модели транспортной сети за день в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм. . . . .	93
6.23	а) График суммарно въехавшего на автомагистраль со всех въездов числа автомобилей в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм. б) Временные потери на проезд по автомагистрали в эксперименте с высокой загрузкой с управлением въездами с расчетом всех фундаментальных диаграмм. . . . .	93
7.1	а) Результаты моделирования предложенной мезоскопической моделью, б) Результаты моделирования микроскопической моделью.	97
7.2	а) Время моделирования в зависимости от потока АТС на въезде, б) Время моделирования в зависимости от длины моделируемого участка магистрали при входном потоке 45 АТС/мин. . . . .	98
7.3	Графики загрузки двух типов въездов — с утренней и вечерней пиковыми нагрузками . . . . .	99
7.4	а) Результаты моделирования предложенной мезоскопической моделью, б) Результаты моделирования микроскопической моделью.	99