Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Центральный экономико-математический институт
Российской академии наук
(ЦЭМИ РАН)

На правах рукописи

ЖУКОВСКАЯ Лидия Владиславна

# СБАЛАНСИРОВАННОСТЬ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ, ПРАВОВОЙ И СОЦИАЛЬНОЙ МАКРОСИСТЕМ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

08.00.13 — Математические и инструментальные методы экономики

Диссертация на соискание ученой степени
доктора экономических наук

Научный консультант:
член-корреспондент РАН,
доктор экономических наук
**Клейнер Георгий Борисович**

Москва — 2020

# ОГЛАВЛЕНИЕ

# ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы диссертационного исследования**

Национальная общественная система относится к классу динамических и сложных метасистем. Ее структурные составляющие находятся в непосредственном и непрерывном взаимовлиянии. Экономическая макросистема, с одной стороны, является неотьемлемой частью общественной метасистемы, с другой — одной из основ ее развития. Кроме того, экономика обладает ярко выраженной иерархической, многокомпонентной структурой [14]. Экономическая макросистема формируется в том числе посредством национального законодательства и определяется в установлении регулятором правопорядка экономических отношений. В свою очередь, право как макросистема определяется экономикой, ее структурой и экономическими отношениями, которые отражаются в правовых отношениях и наполняют их экономическим содержанием. Находящиеся в непрерывном взаимодействии экономическая и правовая макросистемы формируют социальную сферу, а экономические закономерности опосредованы правовыми и социальными факторами, которые обуславливают конкретное поведение экономических и социальных субъектов [58, 63, 65].

Для целей диссертационной работы в качестве комплексной метасистемы рассматривается сложная общественная формация, включающая в себя функциональное взаимовлияние основных ее подструктур — экономической, правовой и социальной, каждая из которых выполняет определенную функцию и в процессе взаимодействия формирует новое системное качество.

В процессе взаимовлияния указанных макросистем часто возникает подмена их функций и, как следствие, нарушается баланс структурных элементов комплексной метасистемы, ее поведение становится дисфункциональным, то есть обладает качествами, свойственными неопределенности. Таким образом, одной из особенностей функционирования метасистемы является неопределенность (как следствие — риск), что может привести к дестабилизации макросистем. И наоборот: дисфункциональность и неопределенность в поведении структурных макросистем имеет своей перспективой дестабилизацию метасистемы в целом.

Например, системные трансформации конца XX века способствовали возникновению в России новой социально-экономической реальности, господствующие позиции в которой заняли финансово-промышленные структуры, тесно связанные с группами лиц, принимающих стратегические решения. Посредством формирования национальной правовой системы и на основе применения неолиберальной экономической доктрины экономическая и социальная макросистемы трансформировались, являясь итогом приватизации и «шоковой терапии», что повлекло за собой рост бедности и глубочайшее социальное расслоение общества. В то же время 12 декабря 1993 года была принята Конституция Российской Федерации, большинство положений которой позиционировало Россию как «социальное государство, политика которого направлена на создание условий, обеспечивающих достойную жизнь и свободное развитие человека» [125]. Тем не менее продекларированные национальной правовой системой доктринальные положения о «социальном государстве» вошли в противоречие со стратегическими решениями в экономической сфере, которые были направлены на слом прежней системы и привели к негативным последствиям в социальной макросистеме, что явилось закономерным итогом всех трансформационных процессов. Падение уровня производства и реальных доходов населения привели к росту бедности и снижению покупательского спроса, что повлекло за собой ослабление главных производительных сил — человеческого фактора и качества трудового капитала, снижение производительных сил привело к экономической деградации. Кроме того, на тот период формирующаяся нормативная правовая база в стране хотя и соответствовала складывающимся в рассматриваемом периоде социально-экономическим отношениям, но при этом в основе правовой системы в части социального обеспечения населения принимались рамочные федеральные законы, регулирующие лишь отдельные формы и виды социального обеспечения населения. Необходимо отметить также, что большинство нормативных правовых актов не обеспечивалось реальным финансированием, что было продиктовано состоянием экономической макросистемы. Таким образом, национальное законодательство в социальной сфере не смогло в равной степени в полном объеме раскрыть смысл провозглашенной доктрины социального государства [125], а деформация экономической макросистемы способствовала отсутствию требуемых для трансформации социальной сферы ресурсов.

В этой связи отсутствие своевременных и научно обоснованных решений по разрешению возникающих противоречий в экономической, правовой и социальной сферах привело к острейшим проблемам: росту бедности основной массы населения, поляризации доходов, деградации общества и снижению качества жизни населения. Указанные тенденции, влияя друг на друга, мультиплицировали негативные эффекты, а последствия принятых стратегических решений до сих пор оказывают прямое влияние на современное состояние национальных экономической, правовой и социальной макросистем. Следовательно, **первая интегральная проблема — несбалансированность экономической, социальной и правовой национальных систем.**

Как уже отмечалось ранее, особенностью современного российского общества является использование неолиберальной экономической концепции, которая, по сути, есть основа принятия стратегических решений, определяющих функционирование экономической, правовой и социальной макросистем. Неолиберальная доктрина ориентирована на снижение вмешательства государства в решение индивидуальных проблем населения и на дальнейшее развитие приватизационных процессов, в том числе в социальной сфере, разгосударствление ее отраслей. Парадигма динамики современной экономики как научного знания исходит из того, что движущей силой социально-экономического развития должно быть трудоспособное население, обладающее квалифицированным трудовым потенциалом, высокой социальной активностью и мобильностью, способностью легко адаптироваться к сложившимся условиям и реализовывать эффективные модели своей деятельности, не противоречащие нормам современного права. Бедные и малообеспеченные слои населения лишены полноценного доступа к экономическим и социальным услугам и продуктам, что, в свою очередь, влияет на воспроизводство человеческого капитала. Специфика происходящих в обществе трансформационных процессов сегодня заключается в продолжении массовой смены механизмов регулирования социальной сферы. С изменением правовых инструментов разрушаются привычные для населения нормы общественных отношений, в обществе происходит смена нравственной системы ценностей. Посредством изменения национального законодательства сформированная система государственных социальных гарантий обеспечивает удовлетворение лишь ограниченного числа потребностей населения и на минимальном уровне, а их получение стало носить заявительный характер. В этой связи необходимо выделить **вторую, не менее острую проблему — это разрушение отраслей социальной сферы вследствие изменения экономических условий и правовой национальной системы.** Принципиально важна **третья проблема, являющаяся следствием первых двух, — бедность населения во всех формах ее проявления: «зоны бедности», «экономическая бедность», «устойчивая бедность» и неравенство денежных доходов населения, приводящее к глубокой поляризации общества.** Указанные взаимосвязанные и взаимовлияющие интегральные проблемы в комплексе образуют негативные факторы, препятствующие экономическому развитию страны.

Таким образом, возникает объективная необходимость формирования научно-теоретического подхода к моделированию процессов принятия стратегических решений на макроуровне путем создания механизма реализации идеи сбалансированности экономической, социальной и правовой макросистем. Для решения указанной идеи сбалансированности названных макросистем необходимо использовать экономико-математическое моделирование с применением синтеза научных подходов системного анализа, экономики, права, социологии, теорий игр, управления и оценки эффективности.

По сути, формирование новой методологии принятия стратегических решений по управлению социально-экономической сферой заключается в построении и научном обосновании иерархической модели управления социальной сферой в условиях неопределенности, состоящей из нескольких моделей:

а) динамической модели управления сложными социально-экономическими системами;

б) формальных теоретико-игровых моделей принятия решений в условиях неопределенности на основе формализации гарантированного решения с использованием модификации принципа минимаксного сожаления Сэвиджа.

Создание нового механизма реализации идеи сбалансированности экономической, социальной и правовой макросистем заключается в построении и обосновании равновесной модели, использующей идеи социального государства как основы их взаимовлияния и взаимодействия. Новый механизм реализации указанной идеи основывается на концепции равновесия по Бержу, раскрывающей смысл Золотого правила нравственности [50] «Как Вы хотите, чтобы с Вами поступали, так поступайте и Вы», и равновесия по Нэшу [254–257] — отношений, основанных на принципе индивидуальной рациональности каждой из трех макросистем в комплексной метасистеме.

Построение и обоснование указанных экономико-математических моделей будет способствовать:

1. Разработке и развитию математического аппарата анализа экономических систем: математической экономики, теории игр, оптимизации, теории принятия решений и других методов, используемых в экономико-математическом моделировании (пункт 1.1 паспорта научной специальности).

2. Развитию теории и методологии экономико-математического моделирования, исследованию его возможностей и диапазонов применения в части теоретических и методологических вопросов отображения социально-экономических процессов и систем в виде математических моделей (пункт 1.2 паспорта научной специальности).

3. Построению и прикладному экономическому анализу экономических моделей национальной экономики и ее секторов (пункт 1.7 паспорта научной специальности).

4. Разработке математических методов и моделей анализа и развития социально-экономических процессов общественной жизни: демографических процессов, рынка труда и занятости населения, качества жизни населения и др. (пункт 1.9 паспорта научной специальности).

5. Разработке систем поддержки принятия решений для обоснования общегосударственных программ в области социальной политики (пункт 2.4 паспорта научной специальности).

Методология системного анализа раскрывает механизмы взаимовлияния структурных составляющих комплексной метасистемы. Жизнедеятельность экономической макросистемы не только устанавливается законами рынка, но и регулируется национальной правовой системой через применение инструментов права относительно установления порядка ведения экономической деятельности субъектами хозяйственных отношений. При этом правовая система закрепляет в национальном правовом пространстве ранее сложившиеся общественные, в том числе экономические, отношения и определяется принципами построения экономической системы, регулярные и непрерывные взаимосвязи между объектами правотношений имеют экономическое содержание.

Состояние социальной макросистемы определяется развитием экономической, а экономические закономерности опосредованы правовыми и социальными факторами, которые обуславливают нравственное поведение объектов и субъектов в метасистеме. Таким образом, соотношение экономической, правовой и социальной макросистем проявляется в их взаимовоздействии и устанавливается фактом соответствия правового порядка экономических и социальных отношений закономерностям и тенденциям развития национальной метасистемы.

С позиций теоретико-игрового подхода на содержательном уровне равновесие по Бержу означает такую ситуацию, отклонение от которой противоречит основам философско-нравственного принципа Золотого правила, определяющего в указанном случае поведение и взаимоотношения трех макросистем, рассматриваемых в комплексной метаструктуре. Использование новых моделей принятия решений и «нравственного равновесия» в современной практике управления позволило бы избежать очевидно бесплодной политики «латания дыр», «быстрого реагирования», «ручного управления» [63, 65] и могло бы стать математическим обоснованием для разработки общегосударственных программ в области социальной и экономической политики на базе новой экономической парадигмы, основанной на философско-нравственных принципах.

Вместе с тем в настоящее время не существует общепринятых теоретико-методологических подходов, отражающих нравственную и гуманистическую сущность и специфику принятия решений в сложных макросистемах с применением синтеза научных подходов теорий игр, управления, экономики, права и социологии, механизма реализации идеи социального государства и методологии принятия решений в социальной сфере.

Вышеуказанные факторы свидетельствуют о междисциплинарном предмете настоящего исследования и обуславливают его актуальность.

Практикоприменительный аспект новой теоретико-игровой методологии экономико-математического моделирования процессов принятия решений сложных управляющими системами с учетом неопределенности (неполноты информации), конфликтности и риска заключается в выборе наименее рискованных и одновременно гарантированных решений, которые позволяют сбалансировать деятельность вышеуказанных управляемых макросистем и достичь устойчивости функционирования комплексной метасистемы. Таким образом, использование в экономической теории и практике новой методологии теоретико-игрового моделирования процессов принятия стратегических решений в макросистемах, адекватно учитывающих неопределенность, риск и конфликтность, способно внести вклад в социально-экономическое развитие страны [65].

**Степень разработанности темы исследования**

Общеметодологические основы системного анализа трансформационных процессов и управления социально-экономическим развитием рассматриваются в большом числе литературных источников. В частности, эти вопросы рассматривались такими зарубежными и российскими учеными, как Дж. Стиглиц [168], А. Сен, Ж. Фитусси [169], Р. Акофф [5], Л. Берталанфи [13, 14], Я. Корнаи [107], В. А. Лефевр [114, 115], М. Месарович, Я. Такахара [137], А. Рапопорт [157, 262], Д. С. Львов [126–132], В. Л. Макаров [134, 135], С. А. Айвазян [1–3], В. М. Полтерович [151, 152], Г. Б. Клейнер [54, 101–104], Н. М. Римашевская [159, 160], И. В. Прангишвили [155], М. Интрилигатор [95], В. А. Волконский [42], В. Н. Костюк [108, 109], В. Н. Лившиц [116–124] и др.

Вопросы теории игр, теории принятия решений и применение этих теорий в экономических исследованиях изучали А. Вальд [27, 284–287], Э. Й. Вилкас [36–38], Дж. Д. Вильямс [40], Р. Д. Льюис, Х. Райфа [133, 241], Дж. Нейман, О. Моргинштейн [142, 258–260], Р. Беллман [10], Л. Заде [92], Э. Мулен [140], Дж. Харшаньи [220–222], Р. Л. Кини [100], К. Ланкастер [112], Н. Н. Воробьев [43, 44], Ю. Б. Гермейер [47, 48], Л. В. Канторович [96], В. В. Подиновский, В. Д. Ногин [149], С. Карлин [98], В. И. Жуковский [76–90], А. А. Чикрий [176], М. Е. Салуквадзе [81, 83], Л. А. Петросян [148] и др.

К зарубежным и российским исследователям, посвятившим свои работы теории оценки эффективности, относятся А. Дамодаран [46], В. Н. Лившиц [33–35, 116–124], С. А. Смоляк [33–35], П. Л. Виленский [33–35] и др.

Проблемы совершенствования систем управления на основе применения теории риска исследовали П. Бернстайн [12], А. Вальд [27, 284–287], Л. Сэвидж [171, 266, 267], Ф. Х. Найт [141], Г. Райфа [156], П. Фишберн [172], А. Г. Шоломницкий [179], Р. М. Качалов [99], Е. Д. Соложенцев [155] и др.

Осуществленный в ходе диссертационного исследования анализ научной литературы по проблемам экономико-математического моделирования сложных систем и управления рисками, демонстрирует существование проблем, связанных с методологическим обеспечением теоретико-игрового моделирования процессов принятия решений в условиях неопределенности и риска, определения гарантированных решений в сложных системах, а также использования различных концепций равновесия.

В частности, не проработаны методология принятия решений в социальной сфере: определение социальных гарантий через понятие гарантированных решений; адекватные методы учета конфликтности, неопределенности, многокритериальности процесса принятия решений и обусловленные ими риски. При этом отметим, что возможности применения концепций равновесия, в том числе по Бержу, значительно шире проводимых на настоящее время исследований по теоретико-игровому моделированию

[63]. Вышеуказанные обстоятельства и определили выбор направления и темы диссертационной работы.

**Объект исследования —** комплексная метасистема, состоящая из трех национальных макросистем: экономической, правовой и социальной.

**Предмет исследования** — взаимодействие и взаимовлияние экономической, правовой и социальной макросистем и механизмы принятия решений на макроуровне в социальной сфере России.

**Цели и задачи исследования**

**Целью исследования** является формирование научно-теоретического подхода по моделированию процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере и разработка концепции и построение моделей системного равновесия экономической, правовой и социальной макросистем для определения эффективных стратегических решений в условиях неопределенности.

Реализация указанной цели будет способствовать решению вышеуказанных интегральных проблем.

Концепцию сбалансированности комплексной метасистемы от других исследований отличают следующие особенности [62]:

— концепция нацелена на моделирование процесса принятия стратегических решений с адекватным учетом неопределенности (неполноты информации), конфликтности и риска в социальной сфере — сложной управляемой макросистеме;

— сбалансированность экономической, правовой и социальной макросистем ранее не рассматривалась с позиций теоретико-игрового подхода с применением концепции равновесия по Бержу.

Для достижения указанной цели поставлены и решены следующие **задачи исследования**:

1. Разработать методологию построения системного равновесия экономической, правовой и социальной макросистем (комплексной метасистемы) на основе концепций равновесия по Бержу и по Нэшу, для этого:

1.1. Провести структурный анализ взаимодействия и взаимовлияния экономической, правовой и социальной макросистем как стационарных и/или нестационарных объектов в контексте декларированной в России доктрины социального государства.

1.2. Построить модель взаимодействия вышеуказанных систем, обосновать и формализовать равновесную модель с использованием концепций равновесия по Бержу, которое раскрывает смысл Золотого правила нравственности «Как Вы хотите, чтобы с Вами поступали люди, поступайте и Вы с ними», и равновесия по Нэшу — отношений, основанных на принципе индивидуальной рациональности, в комплексной метасистеме.

1.3. Исследовать динамику семейных структур и отношений, оказывающих влияние на систему жизнедеятельности народонаселения, состояние, перспективы и возможности государственного регулирования социодемографических процессов в России. Построить математические модели семейных отношений с использованием концепций равновесия по Бержу и равновесия по Нэшу — в семейной структуре из трех лиц.

1.4. В качестве примера взаимовлияния экономической, правовой и социальной макросистем провести анализ национального социального законодательства сквозь призму стратегических решений, трансформирующих социальную сферу, и в частности перехода от всеобщей системы социального обеспечения к так называемой адресной.

2. Для формирования научно-теоретического подхода к моделированию процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере построить иерархическую модель управления динамикой социальной

сферы и принятия решений на каждом уровне иерархии на примере системы социальной защиты и поддержки населения:

2.1. Построить многоуровневую математическую модель управления динамикой системы социальной защиты и поддержки населения.

2.2. Предложить метод формализации гарантированных решений в многокритериальных задачах управления сложными социально-экономическими системами при неопределенности, о которых известны лишь границы их изменений. Формализовать гарантированное решение, основанное на модификации принципа минимаксного «сожаления» Сэвиджа. Сконструировать понятие «пары», содержащее перечень государственных социальных гарантий для населения и риски, при возникновении которых отдельные категории населения могли бы реализовать свое конституционное право на получение соответствующих социальных гарантий. Доказать теорему существования гарантированного решения при обычных в теории многокритериальных задач ограничениях и предложить способ его построения.

3. Для развития теории и методологии экономико-математического моделирования разработать подходы к конструированию процессов принятия решений с использованием теоретико-игрового инструментария, которые базируются на возможном увеличении функций выигрыша (исходов), оценивающих качество функционирования системы при одновременном уменьшении связанного с ними риска (по Сэвиджу).

4. С целью обоснования предложенного научно-теоретического подхода к совершенствованию процессов принятия решений на макроуровне разработать методологию, позволяющую конструировать гарантированные решения и риски, и исследовать особенности равновесия по Бержу. Для выявления особенностей рассматриваемого равновесия, в частности устойчивости и неулучшаемости, формализовать равновесное по Бержу и оптимальное по Парето гарантированное решение, доказать его существование в смешанных стратегиях и выявить его свойства.

5. С целью реализации идеи сбалансированности (равновесности) систем разработать методологию моделирования процессов принятия решений в сложных управляемых динамических системах: сформировать и обосновать механизм применения санкций и контрсанкций, способствующий решению проблем устойчивости равновесий.

6. С учетом практико-ориентированного подхода в проводимых исследованиях осуществить структурный анализ интеллектуальных систем поддержки принятия решений в условиях неопределенности и обосновать необходимость построения и внедрения интеллектуальных систем поддержки принятия решений на основе использования новейших технологий в социальной сфере. Предложить основные принципы, общие этапы построения и классификацию интеллектуальных систем поддержки принятия решений, в которых на этапе моделирования применяются формальные математические модели, построенные с использованием теоретико-игрового подхода, и показать их преимущества.

**Теоретико-методологической основой исследования** является теория системнного анализа, экономика, теория государства и права, социология, синтез положений и принципов экономико-математического моделирования, теорий игр, управления и разработанные на их основе теоретико-игровые модели принятия решений в сложных системах при неопределенности.

**Информационную базу исследования** составили научные исследования зарубежных и российских ученых в области системного анализа, экономики, права, социологии, теории игр, управления, оценки эффективности, теории многокритериальных задач, рискологии, прикладной статистики, а также нормативная правовая база в области социального законодательства, собственные исследования автора и информационные ресурсы сети Интернет.

**Достоверность и обоснованность полученных результатов** определяется тем, что диссертационная работа построена на проверяемых данных и фактах, базируется на методологическом обеспечении теоретико-игрового моделирования процессов принятия стратегических решений в условиях неопределенности, определении гарантированных решений и рисков в сложных системах, а также использовании концепций равновесия по Нэшу, Бержу, угроз и контругроз. Исследование согласуется с системными исследованиями проблем управления на макроуровне, что подтверждается широким использованием в диссертационной работе трудов ведущих ученых.

**Научная новизна исследования** состоит в теоретическом обосновании, разработке и формализации новой концепции построения системного равновесия путем построения модели балансового равновесия по Бержу экономической, правовой и социальной макросистем, а также в формировании нового научно-теоретического подхода к совершенствованию процессов принятия гарантированных решений на макроуровне в социальной сфере в условиях неопределенности, а именно:

1. Основываясь на идеях нравственной экономики академика Д. С. Львова, впервые на макросистемном уровне поставлена задача достижения сбалансированности комплексной метасистемы и разработана методология построения системного равновесия экономической, правовой и социальной макросистем (комплексной метасистемы) с использованием философского концепта Золотого правила нравственности, математическим выражением которого является равновесие по Бержу. С этой целью:

1.1) проведен структурный анализ взаимодействия и взаимовлияния экономической, правовой и социальной макросистем как стационарных и/или нестационарных объектов в контексте продекларированной в России идеи социального государства;

1.2) впервые построены макромодели взаимодействия вышеуказанных систем, обоснованы и формализованы равновесные по Бержу и по Нэшу математические модели;

1.3) в качестве примера вышеуказанного взаимодействия проведено исследование динамики брачных структур и внутрисемейных отношений в нуаклеарных и традиционных семейных построениях и впервые формализованы математические модели семейных отношений с применением концепций равновесия по Бержу и по Нэшу для семейной структуры из трех лиц;

1.4) с применением анализа национального социального законодательства с 1991 года показана трансформация социальной сферы от системы всеобщего социального обеспечения к существующей в настоящее время — адресной.

2. С целью совершенствования процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере разработана и обоснована новая иерархическая модель управления динамикой социальной сферы и принятия решений на каждом уровне иерархии, базирующаяся на идеях построения иерархических систем управления академика Н. Н. Моисеева:

2.1) построена многоуровневая математическая модель управления динамикой системы социальной защиты и поддержки населения;

2.2) впервые предложен метод формализации гарантированных решений в многокритериальных задачах управления сложными социально-экономическими системами в условиях неопределенности, о которой известны лишь границы изменений;

2.3) впервые формализовано понятие гарантированного решения, основанного на модификации принципа минимаксного «сожаления» Сэвиджа. С этой целью предложено рассматривать «пару»: перечень государственных социальных гарантий для населения и жизненных рисков, при возникновении которых отдельные категории населения могут реализовать свое конституционное право на получение соответствующих социальных гарантий. Доказана теорема существования гарантированного решения при обычных в теории многокритериальных задач ограничениях и предложен способ его построения.

3. Для развития теории и методологии экономико-математического моделирования развиты подходы к моделированию процессов принятия решений с использованием теоретико-игрового инструментария, которые базируются на возможном увеличении исходов при одновременном уменьшении связанного с ними риска по Сэвиджу, что, в свою очередь, также является новизной исследования.

4. С целью обоснования научно-теоретического подхода к совершенствованию процессов принятия решений на макроуровне предложена методология, позволяющая сконструировать гарантированные решения и риски и исследовать особенности равновесия по Бержу. Для выявления особенностей рассматриваемого равновесия, в частности устойчивости и неулучшаемости, впервые формализуется эффективное (одновременно Парето-оптимальное и равновесное по Бержу), так называемое гарантированное по выигрышам и рискам решение — гарантированное решение (или гарантия) в бескоалиционной игре N лиц и доказывается его существование в смешанных стратегиях, а также приводятся свойства этого решения.

5. Разработана концепция равновесия санкций и контрсанкций для отдельного класса задач. Установлены коэффициентные критерии, при выполнении которых в игре существует равновесие санкций и контрсанкций и при этом не существует общепринятого равновесия по Нэшу. Рассмотрена экономико-правовая модель активного равновесия через правовое понятие санкций, что расширяет область практического применения указанного класса задач.

Таким образом, научная новизна исследования состоит:

1) в теоретическом обосновании и разработке концепции балансового равновесия комплексной метасистемы и в построении моделей равновесия и

балансового равновесия по Бержу экономической, правовой и социальной макросистем и формализации эффективных стратегических решений и соответствующих им рисков;

2) в моделировании динамических процессов принятия стратегических решений в социальной сфере в условиях неопределенности на примере системы социальной защиты и поддержки населения.

**Отличительной особенностью построенных макромоделей** является использование философско-нравственного концепта Золотого правила (математическая основа — равновесие по Бержу) в качестве экономической доктрины при принятии стратегических решений в условиях неопределенности и построение так называемых гарантированных решений, оптимальных по Парето (эффективных), основывающихся в том числе и на понятии пары: социальная гарантия — жизненный риск. В случае, даже если одна из макросистем, в реальных условиях — экономическая, является «генератором» неопределенностей, также формализуется гарантированное решение, но оптимальное по Слейтеру (слабоэффективное). В отличие от применяемого подхода, традиционно в экономико-математическом моделировании при построении равновесных моделей принято использование концепции равновесия по Нэшу (принципов рациональности) как неолиберальной экономической концепции при принятии решений.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Разработана авторская концепция равновесия комплексной метасистемы и формализованы модели равновесия и балансового равновесия по Бержу экономической, правовой и социальной макросистем. В том числе предложена методология построения равновесия комплексной метасистемы, позволяющая корректно учитывать наличие факторов неопределенности и использовать философско-нравственный концепт Золотого правила в качестве базовой экономической доктрины при принятии стратегических

решений. Практическое применение предлагаемой концепции позволит преодолеть такую особенность теоретико-игрового инструментария, используемого при исследовании методов и моделей принятия решений, как недостаточная его приспособленность к особенностям нестационарных систем и использование его в основном для решения задач микро- и мезоуровня. Предлагаемые научно-теоретические подходы направлены на решение существующей интегральной проблемы сбалансированности экономической, правовой и социальной национальных макросистем.

1.1. Проведен структурный анализ взаимодействия и взаимовлияния экономической, правовой и социальной макросистем и предложены теоретико-игровые модели, способствующие реализации конституционно установленных норм, требования которых определяют Россию как социальное государство. Таким образом, при принятии стратегических решений в социальной сфере в качестве основной экономической доктрины предлагается использование концепта Золотого правила нравственности вместо используемого в настоящее время неолиберального подхода. Формализованы и построены равновесные модели по Нэшу и по Бержу комплексной метасистемы и проведено их сравнение.

1.2. Для случая, если экономическая макросистема является источником неопределенности, также построена модель балансового равновесия по Бержу комплексной метасистемы, где получено соответствующее постановке задачи, слабоэффективное решение.

Исследование проведено с целью обоснования необходимости дальнейшего развития методологии экономико-математического моделирования анализа и прогнозирования социально-экономических проблем народонаселения: трансформационных демографических процессов, качества и уровня жизни населения и пр.

1.3. В национальной социально-экономической макросистеме с целью обоснования необходимости развития теоретико-игровых методов и экономического анализа моделей демографических процессов исследована динамика семейных структур и отношений, оказывающих влияние на состояние, перспективы и возможности государственного регулирования социодемографических процессов в России. С этой целью формализована математическая модель семейных отношений, основанная на концепциях равновесия по Бержу, которые раскрывают смысл Золотого правила нравственности, и равновесия по Нэшу — обособленных отношений в семейной структуре из трех лиц.

2. С целью дальнейшего развития методологии экономико-математического моделирования социально-экономических процессов и систем предложен метод построения иерархической динамической модели управления социально-экономической макросистемой на примере национальной системы социальной защиты и поддержки населения и принятия решений на каждом уровне иерархии в условиях неопределенности.

Методика, использованная при построении модели, направлена на решение интегральной проблемы — разгосударствления отраслей социальной сферы вследствие трансформации экономических и правовых институтов из-за изменения основ системы принятия стратегических решений. Практическая значимость предлагаемой модели заключается в возможности использования ее при разработке государственных социальных программ.

3. С использованием теоретико-игрового инструментария разработаны подходы к моделированию процессов принятия стратегических решений в экономической и социальной макросистемах, которые базируются на возможном увеличении исходов при одновременном уменьшении связанного с ними риска (по Сэвиджу). Предложена методология, которая позволяет конструировать гарантированные решения (гарантии) и исследовать связанные с ними риски.

4. Формализованы гарантированные решения в многокритериальных задачах управления сложными социально-экономическими системами при

неопределенности и риски, основанные на модификации принципа минимаксного «сожаления» Сэвиджа. Предложен способ построения гарантированных решений, основанный на использовании понятия «пары» — перечня государственных социальных гарантий и соответствующих им жизненных рисков. Реализация предложенного подхода направлена на возможное применение его при разработке ассистирующих систем поддержки принятия решений для экономического и правового обоснования общегосударственных социальных программ, направленных на преодоление проблемы нарастающей бедности населения.

Вышеуказанное показывает, что **теоретическая значимость результатов диссертационного исследования** обусловлена разработкой теоретических и методологических положений экономико-математического моделирования (с использованием теоретико-игрового инструментария) сложных макросистем и процессов принятия решений при неопределенности. В частности, с целью реализации идеи социального государства — построения модели равновесия комплексной метасистемы, состоящей из экономической, социальной и правовой макросистем, а также моделирования процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере. Использование разработанной концепции позволило существенно расширить сферу применения теории игр в экономике и развить математический аппарат экономических исследований на основе синтеза научных подходов системного анализа, экономики, права, социологии, теорий игр, многокритериальных задач, управления и оценки эффективности [62–65].

**Практическая значимость результатов исследования** заключается в возможности применения построенных моделей и разработанных методологических подходов для повышения эффективности функционирования социально-экономических макросистем. Концепция балансового равновесия и методология нравственного равновесия по Бержу комплексной метасистемы, а также формирование нового научно-теоретического подхода к моделированию процессов принятия стратегических решений в социальной сфере позволяет принимать социально ориентированные решения на макроуровне, адекватно учитывающие особенности современных социально-экономических макросистем: нестационарность, неопределенность, конфликтность, многокритериальность и риск; а также разрабатывать ассистирующие в процессе принятия стратегических решений интеллектуальные системы, в которых на этапе моделирования применяются математические теоретико-игрового модели [58, 62–65].

**Апробация результатов**

Основные положения диссертации докладывались на международных научных конференциях и научных семинарах в ЦЭМИ РАН, ИПУ имени В. А. Трапезникова РАН, ФИЦ «Информатика и управление» РАН. Отдельные положения диссертационного исследования были использованы при выполнении НИР в 2017–2019 годах: 17-22-03004а(м) «Пожилой человек в экономическом пространстве современных трансформирующихся обществ России и Монголии: межстрановый анализ»; 17-02-00716а «Исследование влияния рентных институтов формирования государственных финансов на качество жизни населения страны», 18-29-16214мк «Построение концептуальной модели обеспечения цифровых технологий в законодательном процессе».

**Публикации**

Основные результаты диссертационного исследования отражены в 48 научных и научно-методических работах автора, в том числе в 3 монографиях в соавторстве (личный вклад автора по 8,5 п. л. в каждой отдельной монографии, всего — 25,5 п. л.), в 21 статье в рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК, 4 статьях в журналах, входящих в международную базу данных Web of Science, а также в 27 научных публикациях в других изданиях, в том числе в 2 учебных пособиях.

# ГЛАВА 1. ОСОБЕННОСТИ ПРИНЯТИЯ СТРАТЕГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ МАКРОСИСТЕМАХ

На современном этапе исследование процесса принятия стратегических решений в стационарных и нестационарных экономических макросистемах все в большей мере осуществляется с применением экономико-математического моделирования, в том числе теории игр. В общем виде экономическая макросистема определяется как совокупность всех экономических явлений, процессов и отношений, которые складываются в конкретном обществе на основе соответствующего хозяйственного механизма [14, 107, 157]. Правовая система фиксирует уже сложившиеся экономические механизмы и регулирует взаимоотношения в обществе взаимосвязанным, согласованным и взаимодействующим законодательством и нормами права. Посредством совершенствования правовых инструментов, по сути, выстраиваются новые национальные экономическая и социальная макросистемы, где социальную систему можно определить как совокупность социальных явлений и процессов, формирующихся и проявляющихся в конкретном обществе.

Таким образом, складывается триумвират взаимозависимых и взаимовлияющих систем, формирующий понятие комплексной метасистемы, которая состоит из экономической, правовой и социальной макросистем и поведение которой детерминируется рядом факторов. Так, например, в процессе функционирования указанной метасистемы путем применения методов социального конструирования возникает подмена ее функций, то есть субъекты экономических, правовых и социальных отношений, включенные в функционирование данной системы, начинают выполнять несвойственные им функции. Вследствие этого нарушается баланс в функционировании как структурных, так и личностных элементов метасистемы, ее поведение становится дисфункциональным, сложнопрогнозируемым, а сама система — нестационарной.

Понятия стационарности и нестационарности имеют достаточно общий характер. Для целей настоящего исследования под стационарной комплексной метасистемой будем понимать сложную структуру, макропоказатели деятельности которой меняются монотонно, динамика значений которых находится в определенных границах и хорошо прогнозируема на краткосрочный и среднесрочные периоды [108, 120]. В экономической литературе часто используют определение стационарности системы как равновесности, что не противоречит приведенному понятию, а лишь указывает на дополнительный признак указанных систем.

Под нестационарной системой в общем виде далее будет пониматься сложная система, показатели деятельности которой меняются скачкообразно, динамика значений которых труднопрогнозируема [121–124]. Нестационарность применительно к управляемым системам часто используется с понятиями конфликта, неопределенности, риска и дисфункциональности. Традиционно теорию игр интерпретируют как теорию конфликтных ситуаций [114] и применяют совместно с теорией принятия решений для анализа и решения задач управления в условиях неопределенности и риска — в условиях как статики, так и динамики. Нестационарные макросистемы также могут быть равновесными в контексте системного равновесия (балансовое равновесие), что не противоречит приведенному понятию, а лишь выделяет класс задач принятия решений в условиях риска и неопределенности.

Равновесие комплексной метасистемы для целей настоящей работы трактуется как некое состояние системы, при котором ни одна из трех взаимовлияющих и взаимосвязанных макросистем (экономическая, правовая и социальная) не стремится (или не заинтересована) к изменению этого состояния. Под системным равновесием понимается балансовое равновесие систем, формализованное в работе В. И. Жуковского и М. Е. Салуквадзе [86] и обоснованное в § 2.4 настоящей диссертационной работы. Причины соответствующей «незаинтересованности» рассмотрены для каждого равновесного состояния макросистем отдельно.

Первая глава носит вступительный характер и посвящена анализу взаимодействия и взаимовлияния экономической, правовой и социальной макросистем как стационарной и/или нестационарной комплексной метасистемы в контексте существующей в России доктрины социального государства с учетом особенностей принятия решений в условиях неопределенности.

## § 1.1. Системный анализ взаимодействия и взаимовлияния экономической, правовой и социальной национальных макросистем

Как уже отмечалось, правовая система фиксирует сложившиеся социально-экономические отношения. Сложность взаимодействия экономической и правовой сфер состоит в том, что экономическая система детерминирована объемом и характером прав субъектов экономической деятельности. Экономические закономерности опосредованы правовыми и социальными факторами, которые определяют конкретное поведение индивида в обществе. Наибольшее сосредоточение трансформационных процессов в экономической и социальной сферах находится в структуре индивидуальных взаимоотношений и отношений собственности. Согласно неолиберальной экономической доктрине отношения собственности развиваются по индивидуальному частному пути [101, 117–119, 124, 127]. В рамках этого развития экономический статус индивида связывают со статусом собственника средств производства [127].

Однако сто́ит отметить, что существуют и иные пути обеспечения такого статуса, например через укрепление правового положения населения и совершенствование соответствующих правовых институтов. На современном этапе сформировалась острая необходимость наполнения реальным социальным содержанием правовых институтов, гарантирующих качество жизни и трудовые отношения населения. Совершенствование необходимо и комплексу прав, определяющих гражданина как участника общественного производства, а именно должна быть осуществлена правовая диверсификация субъективного права на труд с учетом социально-экономических факторов. При неизбежной трансформации общества, например в связи с внедрением новых технологий в отрасли экономики и, как следствие, высвобождением работников из технологически устаревших отраслей, право должно служить синтезу экономической эффективности и социальной защищенности населения. Необходима также разработка и наращивание правовых средств адаптации населения к негативным эффектам деятельности экономической системы, а формирование общегосударственных социальных программ не должно тормозить действие экономических стимулов к трудовой деятельности населения. Система государственных гарантий должна быть экономически и социально наполненной и гибкой.

Использование экономических и правовых механизмов при принятии стратегических решений, определяющих качество и структуру социальной сферы, не может лишать население его социальных прав. В настоящий момент правовое регулирование социальной сферы направлено на разгосударствление ее отраслей путем развития приватизационных процессов, но уже в инфраструктуре социальной системы, что приводит к расширению зоны бедности и формированию тезиса о социальной незащищенности населения. Тем самым опровергаются провозглашенная в Конституции Российской Федерации доктрина о том, что Россия — «социальное государство, политика которого направлена на создание условий, обеспечивающих достойную жизнь и свободное развитие человека» [125]. Стратегические решения по вопросам социально-правовой защищенности населения принимаются механически, то есть в процессе функционирования общества «расширяется сфера и плотность действия права вокруг индивида» [164, с. 294]. Межу тем правовая защищенность должна иметь социальный аспект, соответствующий экономической ситуации, и определенные закономерности.

В сфере социальных прав граждан при нарастании нестационарности экономической макросистемы необходимо наращивать правовые средства защиты населения и укреплять статус личности в гражданском и уголовном судопроизводстве, но при этом социальная защищенность не должна становиться фактором необоснованного разрастания юридической инфраструктуры. Формирующиеся отдельные общественные тенденции, с одной стороны, стимулируют растущую социальную инфантильность отдельных групп населения, в том числе через «политику ручного управления» и формирование образа «идеального регулятора», а с другой — приводят к росту социальной напряженности, то есть к дисфункциональности и нестационарности социальной макросистемы.

Эти факты вызывают необходимость трансформирования существующих подходов к проблеме социально-правовой защищенности, которые смогут сформировать механизм национальной правовой системы, ориентированный на интересы населения и в действительности реализующий идеи социального государства. Вероятно, для решения подобной проблемы требуется принятие стратегических решений по формированию новой структуры национальной правовой системы, регулирующей экономическую и социальную макросистемы и обеспечивающей социально-правовую защищенность населения: от пересмотра уже существующих норм, определяющих перечень и минимальный размер социальных гарантий, до формирования новой содержательной и многофункциональной организационной социальной инфраструктуры.

Таким образом, в настоящем исследовании в общем виде показан процесс взаимодействия и взаимовлияния трех макросистем: экономической, правовой и социальной. Во главе каждой из рассматриваемых сфер находится управляющая система, предпринимающая определенные действия на основе соответствующих стратегических и оперативных решений. В реальности процесс принятия решений осуществляется в условиях неопределенности.

## § 1.2. Неопределенность и риск как характеристики процесса принятия стратегических решений в нестационарных экономической, правовой и социальной макросистемах

Используемая в диссертационной работе теория игр представляет собой совокупность математических моделей и одновременно инструментарий для анализа и разработки как краткосрочных, так и долгосрочных стратегий, определяющих правила поведения систем в целом и принятия оптимальных управленческих решений в условиях конфликтов интересов и в условиях неопределенности. По видам неопределенность в общем виде классифицируется на фундаментальную, то есть неопределенность будущего, и неопределенность, связанную с незнанием конкретных значений текущих характеристик процессов и явлений.

В теории принятия решений различают несколько типов неопределенности: стратегическая, неопределенность целей и неопределенность других участников взаимодействия в системе [39], а также выделяются внешние и внутренние ее факторы. К внешним факторам неопределенности относится неопределенность, влияющая извне на развитие и/или приводящая к дестабилизации и, как следствие, деградации сложной системы. Две другие связаны с непредвиденными факторами внутри макросистемы. Среди прочих источников указанной неопределенности выделяется так называемый поведенческий фактор, который детерминируется в целом социодемографическими и социально-экономическими процессами в обществе.

Неопределенность, порождаемая как внешними, так и внутренними факторами, чаще всего проявляется в неполноте или неточности информации об условиях функционирования макросистемы, о связях между составляющими ее системами, о параметрах этих систем и об их конфликтности.

Причинами появления неопределенности могут являться различные факторы, например, от труднопрогнозируемого характера научно-технического прогресса и ошибок при прогнозировании до динамических изменений внутренних и внешних условий устойчивости развития макросистем; от качественного изменения интеллектуального, образовательного, трудового и культурного потенциала, состояния здоровья населения до погрешностей вероятностного характера прогнозируемых макропараметров и пр.

Для целей настоящего исследования *неопределенность можно охарактеризовать как недостоверность, недостаточность и/или отсутствие соответствующей информации при принятии решений* в сложных макросистемах [88–90], при этом чем сложнее система, тем большее значение приобретает фактор неопределенности в ее поведении.

Следствием неопределенности является риск. Понятие и феномен риска изучается и теоретиками, и практиками в рамках различных научных экономических школ и направлений. По мнению немецкого социолога и политического философа У. Бека, «человечество втягивается в так называемое общество риска, поскольку не рефлексирует ситуацию должным образом и вследствие этого генерирует новые или усиливает негативное воздействие известных, встречавшихся прежде источников риска» [99].

Этимология слова «риск», его история изучались многими авторами. В работе Н. Лумана «Понятие риска» рассматривается арабское происхождение этого слова. В Европе слово «риск» упоминается в средневековых источниках и с началом книгопечатания распространяется в Испании и Италии. Его употребляют, чтобы обозначить проблемную ситуацию, которую сложно выразить имеющимися словами; и, по Н. Луману, история термина «риск» указывает на способы решений, с помощью которых связывается время, хотя будущее не может быть известно в достаточной мере, даже когда оно создается решениями самих людей [165].

Из самой этимологии этого понятия следует, что риск уже вызван наличием неопределенности и многовариантным выбором стратегий поведения. Толковый словарь С. И. Ожегова трактует слово «риск» как «возможность опасности, неудачи», а В. Даля — как «действие наудачу, в надежде на счастливый случай». Словарь Вебстера определяет «риск» как «опасность, возможность убытка или ущерба». В «Кратком этимологическом словаре русского языка» Н. М. и Т. В. Шанских, В. В. Иванова указывается, что слово «риск» от фр. risqué — «опасность» через итальянский язык восходит к греческому rizikon — «утес, скала», а термин «рисковать» — «объезжать скалу, утес».

*Риск также определяется как возможность отклонения достигнутых значений* от *планируемых величин* и/или возможность ненаступления каких-либо ожидаемых событий. В теории принятия решений «риск» подразумевает возможность выбора: принимать или нет на себя ответственность за результаты выбранного в условиях неопределенности и реализованного решения на уровне отдельного индивида, хозяйствующего субъекта и общества в целом. В уникальном исследовании П. Бернстайна, посвященном роли риска в обществе, показано и доказано, что освоение методологии измерения и оценки риска, контроля над ним является катализатором развития общества [12].

Необходимо отметить, что в теории игр существуют формализованные правила анализа и выбора решений в условиях неопределенности. При этом внедрение новых теоретико-игровых подходов приводит к выбору наименее рискованных и одновременно гарантированных решений, что позволяет добиться устойчивости функционирования сложной макросистемы в условиях неопределенности в частности, и комплексной метасистемы в целом.

## Классификация неконтролируемых факторов в соответствии с методологией теории игр

Согласно методологии теории игр стратегии игроков являются факторами, контролируемыми ими, при этом существуют и неконтролируемые факторы, которые влияют на исход, например экономические и социальные «шоки». В то же время игрокам при принятии решений необходимо иметь наиболее полную информацию о значении вышеуказанных факторов. Теория исследования операций [47], исходя из информированности лица, принимающего решение (далее — ЛПР), выделяет три группы неконтролируемых факторов: фиксированные, случайные и неопределенные.

Фиксированные факторы — это факторы, значения которых определены. Случайные неконтролируемые факторы представляют собой случайные величины, функции распределения которых известны. Неопределенные неконтролируемые факторы (далее — неопределенности) являются детерминированными случайными величинами, о которых известна лишь область их возможных значений или класс возможных законов распределения [90, с. 72].

Для целей диссертационного исследования из перечисленных трех групп применяются *случайные неконтролируемые факторы и неопределенности*. Фиксированные факторы, по сути, ничем не отличаются от других параметров математической модели, так как по определению, данному выше, значения их заранее известны и не поддаются изменению по желанию игроков. Случайные факторы и неопределенности также не меняются игроками самостоятельно, но принимают неизвестные значения. Относительно первых обычно определена плотность вероятности; это значит, что, например, случайный фактор принимает конечное число значений $y_1,...,y_m$ и игрокам известны вероятности $p_1,...,p_m$, с которыми принимаются эти значения. Если случайный фактор есть непрерывная случайная величина, то известна плотность вероятности $p(x)$. В обоих рассматриваемых вариантах критерии заменяются их математическими ожиданиями.

Если неопределенность является детерминированной величиной, то известна область ее возможных значений $\Upsilon$, другими словами — учитывается лишь включение $y \in \Upsilon$. Если неопределенность является случайной величиной, то известна не плотность вероятностей, а их класс. При этом необходимо отметить, что часто источником неопределенностей в комплексной метасистеме, как правило, является нестационарная экономическая макросистема [124, с. 96], трансформационные процессы в которой и генерируют неконтролируемые факторы, оказывающие влияние на всю метасистему в целом.

## Классификация неопределенностей

Существующие причины реялизации неопределенностей при принятии стратегических решений можно разделить на следующие группы [88–90]:

*1. Неопределенности, которые появляются вследствии действий со стороны третьих лиц, не являющихся лицами, принимающими решения, но при этом имеющих свои цели* [90, с. 73].

Реальные управляющие и управляемые системы, как правило, функционируют в так называемых конфликтных условиях. В них неопределенность связана с действиями участников конфликта, имеющих свои стратегические цели. Неопределенности такого типа принято называть стратегическими неопределенностями. При этом под стратегической понимается неопределенность, возникшая в результате действия лиц, участвующих в конфликте, но не являющихся лицами, принимающими решения. Например, при функционировании реальной экономической макросистемы на результаты стратегического решения влияют функционирование и трансформация правовой и социальной макросистем, имеющих непосредственные связи с рассматриваемой системой. Эти связи учитываются в математической модели функционированием ряда параметров, о которых известны лишь границы изменения. Конкретные значения параметров определяются действиями двух других макросистем (правовой и социальной), и эти параметры и являются неопределенностями. К указанным неопределенностям относятся и так называемые внутренние (например, дисфункциональность процессов, проистекающих в обществе, обратное воздействие контрсанкций на экономическую макросистему) и внешние (санкции).

Внутренние возмущения комплексной метасистемы связаны с тем, что каждая ее составляющая макросистема имеет свои конфликты: экономические, коллизии в области права, социальные и пр. Выделим лишь основную часть конфликтов, которые возникают в метасистеме и приводят к неопределенности, появляющейся за счет действий со стороны субъектов (лиц), имеющих свои цели и интересы, но не принимающих стратегических решений. С позиций решения задачи сбалансированности экономической, социальной и правовой макросистем можно выделить ряд присущих им конфликтов.

Экономические конфликты можно представить как столкновение интересов двух и более субъектов экономических отношений. Указанные противоречия отражаются на социуме в виде неудовлетворенности населения, прежде всего качеством своей жизни, которое субъективно рассматривается им либо как ухудшение по сравнению с привычным (реальный конфликт потребностей), либо как худшее положение по сравнению с другими социальными группами (конфликт интересов). Во втором случае конфликт может возникнуть даже при условии некоторого улучшения качества жизни, если оно психологически воспринимается как недостаточное или неадекватное. Экономические конфликты в данном случае — это конфликты по поводу экономических средств жизнеобеспечения населения, уровня заработной платы, уровня цен на товары и услуги, использования профессионального и интеллектуального потенциала, доступа к распределению материальных и духовных благ.

Что касается правовых коллизий в социальной сфере, то в основе правовой системы в части социального обеспечения населения находятся необеспеченные экономическим содержанием рамочные федеральные законы и нормативные правовые акты, которые регулируют лишь отдельные формы и виды социального взаимодейсвия регулятора и населения. Таким образом, правовые коллизии в соответсвующей сфере заключаются в следующем: детализируя тезисы Конституции о социальном государстве, национальное законодательство в равной степени и в полном объеме не реализует декларируемую государством идею. Большинство нормативных правовых актов в сфере социального законодательства не направлены на реальное финансирование, носят декларативный характер, при этом должно реализовываться требование сокращения объема бюджетных ассигнований на реализацию государственных социальных программ. До сих пор существуют противоречия нормативного характера, например, нет строгого разграничения полномочий органов власти в области социального обеспечения населения [125].

В настоящее время негативная тенденция расширения зоны бедности, свидетельствует о противоречивом и часто бессистемном нормотворчестве всоциальной сфере, которая не соответствует ни экономической ситуации, ни индивидуальной нуждаемости граждан в социальных услугах, ни потребностям общества и входит в коллизию с другими правовыми нормами.

Социальный конфликт представляет собой столкновение двух и более субъектов (сторон) социального взаимодействия, причинами которого являются несовместимые потребности, интересы и ценности. Субъекты социального взаимодействия имеют четко определенные индивидуальные цели, при этом не являются лицами, принимающими решения. Неопределенность в социальных конфликтах связана как раз с тем, что они могут оказывать как позитивное, так и негативное воздействие на развитие общества, а также с тем, что социальные конфликты могут быть источником экономических изменений, предотвращающих стагнацию макросистем и стимулирующих модификацию социально-экономических отношений и структур. В этом смысле конфликты могут выступать в качестве формы регулирования противоречивых интересов различных групп общества, способствовать разрядке напряженности в их отношениях. С другой стороны, социальные конфликты несут в себе угрозу дестабилизации экономической макросистемы в частности, и общества в целом, и могут привести к катастрофическим последствиям.

Отметим еще раз, что в вышеуказанных конфликтах неопределенность связана лишь с действиями участников конфликта, имеющих индивидуальные цели, но не являющихсялицами принимающими решения.

*2. Неопределенности, отражающие некорректные цели лиц принимающих решения* [90, с. 73].

Особо выделяется неопределенность в понимании цели лиц принимающих решения. Эта неопределенность не является неконтролируемым фактором (в строгом смысле), так как выбор цели находится в его распоряжении. Однако если по ряду причин оно не может или сомневается в индивидуальном выборе, то возникает ситуация, аналогичная случаю неконтролируемых факторов.

Любая экономическая система, как на микро-, так и на макроуровне, с одной стороны, воплощает в себе стратегию производства общественных благ, с другой — постоянно испытывает давление общества, желающего удержать на прежнем уровне и/или улучшить качество жизни. Ключевая проблема состоит в том, что цели индивида, группы людей или общества не всегда совпадают с целями лиц, принимающих стратегические решения, либо, например, нет четкого представления о виде общего критерия или едином показателе как результате принятого стратегического решения.

В случае когда рассматривается вопрос о сбалансированности экономической, правовой и социальной макросистем, под *стратегическими решениями понимаются механизмы преобразований общественных требований в публичные общеобязательные нормы права, регулирующие взаимоотношения и определяющие распределение ресурсов с целью решения значимых для общества проблем*.

Подобное определение может быть связано с набором показателей $f_1(x),..., f_N(x)$, каждый из которых лицо, принимающее решение (ЛПР), стремится оптимизировать при отсутствии четкого представления о виде общего критерия и единого показателя, где $\mathrm{N} = \{1,..., N\}$ — множество порядковых номеров игроков. Здесь ЛПР оказывается в том же положении, что и при наличии неконтролируемых факторов. Общность данных ситуаций в том, что каждому значению неконтролируемого фактора соответствует свой исход для ЛПР, зависящий лишь от ситуации $x$. Поэтому в модели с неконтролируемыми факторами и единым показателем, по существу, имеется столько значений единого критерия, сколько различных значений принимают эти неконтролируемые факторы. Следовательно, каждой ситуации отвечает не одно, а много значений единого критерия.

Фактор неопределенности в указанном случае характеризует состояние макросистемы, и неопределенность представляет собой отсутствие полноценной информации и представлений управляющей системы о проблемах управляемой, например, индивидуальных проблемах населения, и этот факт не позволяет точно спрогнозировать результаты принимаемых решений. Существование неопределенности обуславливает неточность, противоречивость или неясность целей и, как следствие, не дает возможности учесть ожидаемые потери при конечных альтернативах для всех участников социально-экономического процесса, а также приводит к неожиданным решениям и/или нежелательным последствиям. Так, например, в современной системе здравоохраниения при планировании перечня закупаемых жизненноважных лекарственных препаратов на соответсвующем этапе не учтены проблемы связанные с заменой оригинальных лекарственных препаратов на дженерики. По сути, это означает, что лица принимающие решения не имеют полноценной информации об индивидуальных потребностях отдельных категорий населения и последствиях применения заменителей оригинальных лекарственных препоратов, что приводит, с одной стороны, к росту числа заболеваний, с другой — к росту смертности.

Далее, используя терминологию теории игр, если критерий ЛПР зависит от неопределенности, принимающей конечное число значений, то при подстановке этих значений критерий становится векторным, имеющим столько же компонент, сколько значений принимает неопределенность.

Естественно, возникает вопрос о построении общего скалярного критерия, который бы учитывал «пожелания» компонент векторного критерия (вопрос о свертке критериев). Наиболее распространенными способами свертки критериев $f_1(x),..., f_N(x)$ являются: суммирование с весовыми коэффициентами $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i f_i(x)$ или минимизация с весовыми коэффициентами $\min_{1 \le i \le N} \alpha_i f_i(x)$. Весовые коэффициенты обычно удовлетворяют условиям нормировки: $\alpha_i > 0$ $(i = 1,..., N)$ $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 1$. Эти коэффициенты могут играть роль переводных (в единую систему измерений). Неточность знания цели здесь выражается в неопределенности $\alpha_i (i = 1,..., N)$, удовлетворяющей лишь, как правило, условиям нормировки [66, с. 74].

При этом подобный подход, во-первых, не избавляет от неопределенностей, так как вместо $y$ появляются $\alpha$, а во-вторых, применим тогда, когда неопределенность $y$ может принимать конечное число значений. Если же таких значений бесконечное множество или даже континуум, то такой подход остается нерешенным. Зависимость значений критерия от неопределенности может быть вызвана различными причинами, например указанными выше внешними и внутренними факторами.

*3. Неопределенности, появляющиеся из-за недостаточной изученности социально-экономических процессов.*

Возрастание объема информации приводит к возрастанию неопределенности из-за недостаточной изученности каких-либо процессов или величин. Информационные потоки воздействуют прежде всего на сознание индивида. Совместно, например, с негативными эмоциями информация может концентрировать значительные силы, которые способны разрушить как разумные доводы, так и материальные препятствия. Недостаточное понимание, неполнота информации и неосознание реальной действительности часто приводят к экономическому ущербу, многократно превышающему положительный потенциал информации. Именно поэтому, например, возникают сложности при прогнозировании социального самочувствия населения в условиях экономической нестабильности.

Причины низкой эффективности прогнозирования социально-экономического дискомфорта населения кроются в недостаточной изученности его поведения в условиях неопределенности. Некорректные с точки зрения проработанности и полноты данных управленческие решения не способны сбалансировать противоречивые интересы и установки населения, связанные с отношением к тем или иным событиям. Например, концентрация конфликтных ситуаций в одних сферах общественной жизни при относительном равнодушии населения в других; «успокаивающий эффект» мер от стабилизации национальной экономической системы, носящий чисто символический характер; усиление беспокойства и рост недоверия населения по отношению к пенсионной реформе и т.д. Возрастание неопределенностей к тому же отражает факт научно-технологического развития, когда в ходе развития любой отрасли знаний число нерешенных фундаментальных и тем более прикладных проблем растет быстрее, чем число решенных.

Принятие решений на основе неполных данных в теории игр понимают как «конфликт с природой» [90]. Указанный фактор появления неопределенностей носит субъективный характер и может отчасти компенсироваться экспертными оценками, так как подобная неопределенность зависит от накопленного опыта, полноты современных научных знаний, доступа новой информации.

*4. Неопределенности, возникающие в процессе сбора, переработки и передачи информации.*

Взаимодействие управляющей и управляемой систем невозможно без прямой и обратной информационной связи, без обмена информацией. В современных условиях важна организация информационного обеспечения процесса управления, задачей которого является сбор и переработка информации, необходимой для принятия обоснованных управленческих решений и их успешной реализации. Перед ЛПР и/или управляющими системами стоят задачи получения информации, ее переработки, генерирования и передачи новой производной информации в виде управляющих воздействий, осуществляющихся в стратегическом и оперативном порядке.

В практическом применении приходится наблюдать приближенные решения с элементами неопределенности. Приближенная информация появляется по ряду причин, к которым относятся: элементарные вычислительные ошибки; ошибки при передаче данных, особенно в условиях постоянного роста объемов информации; ограниченная точность представления и обработки информации; ограничения на точность измерений и прочие решения, полученные численными методами, что также являются приближенными. Источниками погрешности приближенных решений могут быть: несоответствие математической модели изучаемому реальному явлению и неполнота исходных данных, особенности применяемого численного метода решений и округления чисел. Проблему округления решает определение области ответа. При таком подходе каждая величина может изображаться максимальными и минимальными значениями, которые она может принимать. В некотором смысле каждое число заменяют областью, в которой находится точное значение величины. При выполнении действий над величинами новую область вычисляют соответствующим образом из данных областей, используя подходящие округления. Поэтому на каждой стадии вычислений существуют границы, в которых лежит верный ответ. Эти вопросы, среди прочего, составляют содержание теории интервального анализа, который в последнее время активно используется при мониторинге демографических показателей (динамика заболеваемости и смертности, например, по неустановленным диагнозам).

Непосредственное применение интервальных методов позволяет заключить в интервалы как решения задач, так и ошибки округления, при этом интервальный метод используется для учета ошибок аппроксимации и округлений. Путь построения алгоритмов с двусторонним приближением перспективен, поскольку решается вопрос о погрешности результата. Для двухсторонних приближений используется интервальная арифметика, где основным элементом является интервал $[a,b]$, определяемый как множество вещественных чисел $x$ таких, что $\{x \in \mathbb{R} | a \le x \le b\}$. Можно получить интервальную функцию, содержащую ее точное решение, используя для решения некоторой задачи интервальный алгоритм. При этом возможен априорный анализ ошибок округления, но достигается точность полученного решения.

Практически любые принимаемые решения требуют обработки больших массивов информации. Компетентность ЛПР зависит не столько от опыта и навыков, сколько от владения достаточным количеством информации о быстро меняющейся ситуации и умения ею воспользоваться. Практика управления свидетельствует, что неверные представления об анализе информации ведут к получению сведений, на самом деле оказывающихся бесполезными, или, наоборот, к потере значимой информации для принятия решения (иными словами — к появлению неопределенности). Есть опасность потери важных и нужных сведений в избыточной информации. Процесс использования информации цикличен и представляет собой ряд этапов: информация, собранная вначале в виде набора фактов и цифр (сведений, данных), хранится, обрабатывается и преобразуется в сообщения, имеющие смысл для исследователя и аналитика, а затем отражается в аналитических документах, удовлетворяющих информационные потребности ЛПР и управляющих систем на различных уровнях иерархии. Также с 70-х годов прошлого века активно используются системы поддержки принятия решений — как системы, ассистирующие в процессе принятия решений в отдельных экономических отраслях и частично заменяющие ЛПР (например, в системе жилищно-коммунального хозяйства — беспечение потребностей населения в тепловой- и электроэнергии, воде и пр.).

Использование информации в процессе принятия решений основано в том числе на знаниях и опыте. Информация обновляется, обогащается, конкретизируется по мере поступления новых данных, полученных в результате исследований, экспериментов и наблюдений. Особо ценной считается та информация, которая является опережающей, содержит в себе элемент прогнозирования хода событий, постановку целей, разработку планов и программ, стратегии развития, действий в будущем. Данному виду информации присущ наибольший фактор неопределенности.

Отметим, что усложнение задач принятия стратегических решений объективно сопровождается постоянным наращиванием объемов информации. В этой связи, несмотря на отдельные успехи в информатизации и цифровизации общества, возникают серьезные проблемы информационной перегрузки ЛПР и перераспределения потоков информации между различными уровнями иерархии в системах управления, отчасти приводящие к потерям при передаче информации. Остро стоит вопрос о содержании и об объеме управленческой и специальной осведомленности, о профессиональной подготовке руководителя, об оптимальном соотношении его функциональных обязанностей. Принципиальная возможность решения этих проблем связана с совершенствованием научно-методического обеспечения процесса принятия решений, на что и направлена данная диссертационная работа.

5. *Особые виды неопределенностей, возникающие при управлении системами.*

Наконец, создание объектов различного назначения в управляемых системах, непосредственное управление, усложнение целей, поставленных перед управляющими структурами, вызывают различные проблемы управления конфликтными динамическими системами. Особая роль здесь отводится управлению траекторией развития сложных систем и процессам наблюдения в условиях неполной информации (в условиях неопределенности). Эти задачи представляют собой естественное обобщение проблем управления с неполной информацией и возникают в большом числе прикладных исследований. Неполнота информации в подобных задачах является следствием целого ряда реально существующих факторов. Так, если на динамическую управляемую систему действуют малоизученные внешние возмущения, то это приводит к неопределенности в «силах», действующих на эту систему. Источник внешних возмущений может быть связан, например, с «давлением» на рассматриваемую систему. К этому типу неопределенностей можно отнести ошибки исполнения программы управления, которые могут быть описаны как действие на систему возмущающих сил, добавляющихся к расчетным. Неполнота информации может быть вызвана ошибками в выборе начальных данных, разбросом характеристик и параметров управляемой системы и иными возмущениями.

Таков далеко не полный перечень причин появления неопределенностей в реальных задачах принятия решений. Но уже он убеждает, что неопределенность нужно учитывать не только в задачах микроэкономического уровня, но и в более сложных конфликтных взаимодействиях, где сталкиваются интересы многих сторон, которые, в свою очередь, подвергаются действию неопределенностей, — в задачах принятия решений на макроуровне. При этом учет неопределенностей не есть quantité négligeable — величина, которой можно пренебречь (фр.).

## Учет неопределенностей при принятии решений

Логической основой применяемого теоретико-игрового инструментария является формализация трех следующих положений: особенностей исследуемой проблемы (рассматриваемых конфликтов); принятия соответствующих решений, в том числе направленных на разрешение конфликта, и оптимальность некоторых из решений. В данном параграфе ограничимся конфликтами, деятельность участников которых направлена на достижение индивидуальных целей управляющей системы. Этот подход оправдан отображением в модели реальных процессов и экономической доктриной, используемой в настоящее время. Направление теории игр, исследующее подобные конфликты, относится *к бескоалиционным играм*.

Как учесть неопределенности, рассматриваемые ранее в диссертационном исследовании, при принятии решений в бескоалиционных играх? Один из возможных подходов, основанный на модификации принципа гарантированного результата [47], был разработан для многокритериальных задач [15, 67] и для конфликтных систем [81, 82, 84, 88–90]. Другой подход основан на модификации принципа минимаксного сожаления Севиджа [88–90].

В математической модели бескоалиционной игры при неопределенности воздействие неопределенных факторов оценивается конкретными значениями соответствующих скалярных параметров $y_1,...,y_m$. Далее будем использовать вектор-столбец $y=(y_1,...,y_m)$, множество значений которого обозначим через $\mathrm{Y}\subset\mathbb{R}^m$, где множество $\mathrm{Y}$ является подмножеством $m$-мерного евклидова пространства, и ограничимся случаем, когда неопределенности не могут быть описаны статистическими методами. У этого могут быть две причины: либо вероятностные характеристики для неопределенностей в принципе существуют, но статистические данные не могут быть получены по разным причинам; либо распределение вероятностей для неопределенных факторов $y_1,...,y_m$ вообще не существует.

Предположим, что при выборе своих решений игрокам известно лишь все множество $\mathrm{Y}$ значений неопределенностей $y$, а какие-либо вероятностные характеристики о распределении $y$ отсутствуют. Поэтому при выборе решений игроки ориентируются на возможность реализации любой неопределенности $y$ из множества $\mathrm{Y}$.

В экономической литературе выделяют следующие виды неопределенностей:

— интервальная, используемая в диссертационной работе;

— случайная или вероятностная неопределенность, когда имеются вероятностные характеристики распределения $y$ на множестве $\mathrm{Y}$;

— нечеткие неопределенности, базирующиеся на понятии нечеткого множества [92].

Механизмом и формой лигитимизации и реализации принимаемых стратегических решений в сфере общественных отношений является соответствующее законодательство [97].

## § 1.3. Анализ стратегических решений в социальной сфере с учетом трансформаций социального законодательства в комплексной метасистеме

Процесс принятия стратегических решений в социальной сфере носит в том числе нормативный правовой характер, направленный на регулирование общественных отношений в рассматриваемой макросистеме. Принимаемые решения на макроуровне, с одной стороны, регулируют и определяют правила поведения субъектов экономической и социальной макросистем в комплексной метасистеме, с другой — нацелены на формирование нормативной правовой базы в соответствии с которой они (макросистемы) обязаны действовать.

На современном этапе правовая система в сегменте социальной сферы нестационарна и трансформируется на принципах неолиберальной экономической доктрины и, как следствие, представляет объемную постоянно увеличивающуюся нормативную правовую базу [55, 56, 125]. При этом эффекты государственного регулирования в социальной макросистеме носят отрицательный характер, что проявляется в следующих деформационных процессах: сокращение покупательского спроса из-за снижения доходов, резкое падение жизненного уровня населения и пр. Дальнейшее безудержное наращивание противоречивой нормативной правовой базы приводит к несогласованности и противоречиям, касающимся их исполнения.

Одной из причин нестационарности социальной макросистемы в частности, явилось ее изменение посредством применения неолиберальной экономической доктрины. Фактически *процесс принятия стратегических решений, согласно используемой доктрине, был направлен на перевод социальной макросистемы от провозглашенных ранее принципов всеобщего социального обеспечения к европейской адресной системе социальной защиты, основными принципами которой является сокращение государственных расходов по осуществлению поддержки всех категорий населения страны.*

Необходимо отметить, что к середине 90-х годов прошлого столетия с целью экономии расходования средств государственного бюджета были заложены основы регулирования современных социально-экономических процессов, предполагающих секвестирование государственного финансирования социальной отрасли. Именно на указанном этапе трансформирования социальной сферы были определены *возможности разгосударствления (приватизации) организаций и учреждений, входящих в инфраструктуру социальной сферы* различных организационно-правовых форм. При принятии подобных решений не учитывались различия уровней различных форм собственности (федеральных, региональных и муниципальных). Таким образом, сформировалась основа для развития процесса децентрализации управления социальной макросистемой. Результатом подобного подхода явилась в том числе деградация отдельных отраслей социальной сферы, их разгосударствление, недофинансирование. В рассматриваемом периоде было положено начало негативного для большинства населения страны процесса коммерцилизации социальных услуг и оказание населению платных услуг в социальной сфере в целом.

Таким образом, в середине 90-х годов прошлого столетия были регулятивно определены основы контуры современной социальной макросистемы. Последствиями принимаемых стратегических решений, стала непомерная финансовая нагрузка на большинство населения и, в том чиле появление новой экономической категории «экономическая бедность» — часть экономически активного, трудоспособного населения, которое вследствие низкого дохода не может удовлетворить свои минимальные экономические потребности.

Рассматриваемый исторический период трансформаций национальной комплексной метасистемы характеризовался в том числе и тем, что каждый отдельный субъект Российской Федерации самостоятельно разрабатывал систему жизненноважных социальных индикаторов для населения, используя при этом, как правило, собственные методические указания [125], причем в ухудшающейся экономической ситуации и, дополнительно, при сокращении бюджетных субсидий и субвенций. Были сформированы контуры современной системы минимальных социальных стандартов, что стало также одним из направлений трансформации социальной сферы. Закреплено в правовом поле экономическое понятие «прожиточный минимум» на федеральном и региональном уровнях управления, при этом в результате недостаточного объема финансирования региональных и муниципальных бюджетов и низкого качества законотворчества на соответсвующих уровнях величина и структура прожиточного минимума оказалась значительно заниженной по сравнению с реальными потребностями населения в товарах и услугах.

На фоне общих трансформационных процессов конца 90-х годов прошлого столетия, дефицитов региональных бюджетов, различных уровнях социально-экономического развития регионов указанные дисфункциональные процессы, проистекавшие в экономической макросистеме непосредственно отражались в трансформируемых национальных правовой и социальной [151,152] на всех уровнях иерархии.

К вышеуказанному остается добавить, что в конце девяностых годов, было принято стратегическое решение об отказе от гражданско-правовых механизмов компенсации ущерба жизни и здоровью работников, и как следствие изменению системы обязательного социального страхования. Регулятор с рассматриваемого периода гарантирует лишь минимальные выплаты по возмещению вреда пострадавшим «вне зависимости от финансового положения работодателя», тем самым ухудшая его качество жизни [125]. Отметим, что рассматриваемые стратегические решения в социальной сфере через изменение экономических и организационных основ системы обязательного социального страхования как структурной составляющей социальной сферы негативно отражаются на качестве функционирования экономической и социальной макросистем.

С позиций права и сквозь призму современной рискологии при реализации так называемых жизненных рисков, связанных с нетрудоспособностью индивида видами обязательного социального страхования населения являются следующие социальные гарантии: пенсии, различные виды пособий и страховых выплат. В последующих главах диссертационного исследования вышеуказанное позволило сформировать и научно обосновать используемую для аналитического конструирования пару «жизненный риск — социальная гарантия».

Отметим также, что в 90-е годы прошлого столетия существующая социальная макросистема еще содержала в себе элементы прежней социальной инфраструктуры, практическая реализация указанных законов осуществлялась одновременно с уже существующими социальными выплатами (пособия и пенсии), социальными услугами в системе социальной защиты и поддержки населения, социальными льготами и компенсациями. Только различных социальных льгот существовало свыше четырехсот наименований и они предоставлялись большей части населения по сравнению с настоящим периодом [125, 175]. Именно вследствии вышеуказанного, предыдущая к рассматриваемому периоду система предоставления социальных льгот, например, по оплате жилья, коммунальных услуг, льготы по предоставлению жилищных субсидий, бесплатному проезду на транспорте, бесплатная выдача лекарств и соответствующих категорий льготников была значительно шире, чем в настоящее время [175].

Таким образом, регулятором с середины 2000-х годов были реализованы стратегические решения по трансформации социальной сферы и разработаны и внедрены правовые механизмы социального законодательства по формированию процессов децентрализации и разгосударствления инфраструктуры социальной макросистемы.

В период до 90-х годов прошлого столетия существовала социально наполненная система централизованного социального обеспечения населения, которая функционировала и в постсоветский период, в настоящее время существует многоуровневость и децентрализация правового регулирования социальной сферы в целом и социального обеспечения населения в частности. Отметим, что на современном этапе при актуальном стратегическом целепологании, направленном на улучшение качества жизни населения, перераспределение полномочий федерального центра, регионов и муниципалитетов в социальной сфере, произведенное еще в прошлом столетии, до настоящего времени не обеспечено адекватным финансированием и правовым механизмом защиты социальных прав. До настоящего времени проявляются негативные социально-экономические последствия стратегических решений конца 90-х годов, которые по сути вступают в противоречие с требованием Основного закона о социальном государстве, не позволяют реализовать населению конституционное право на социальное обеспечение и конституционный принцип равенства [125, 175]. Не достигаются стратегические цели, такие как снижение социального неравенства, создание равных возможностей развития, обеспечение эффективной системы социальной поддержки, до настоящего времени формируя дисбаланс во взаимодействиях экономической, правовой и социальной макросистем.

Таким образом, на настоящее время сложилась *ситуация, свидетельствующая о бессистемном и противоречивом нормативно-правовом обеспечении трансформируемой с конца 90-х годов двадцатого века системы социального обеспечения населения, не соответствующая ни экономической ситуации, ни индивидуальной нуждаемости населения в социальных услугах, ни потребностям общества, а в основе национальной правовой системы в части социального законодательства на современном этапе находятся экономически необеспеченные рамочные федеральные законы, регулирующие отдельные формы и виды социального обеспечения*: обязательное социальное страхование, социальное обслуживание, государственную социальную помощь, трудовые пенсии и т.д. Уточняя положения Основного закона в области социальной защиты и поддержки населения, *социальное законодательство не смогло в равной степени и в полном объеме раскрыть смысл декларируемой идеи социального государства* [7, 125, 164, 175]. Указанное является одной из причин несбалансированности экономической, правовой и социальной маросистем.

## Выводы к главе 1

Первая глава носит вступительный характер и посвящена системному анализу взаимодействия и взаимовлияния экономической, правовой и социальной макросистем как стационарной и/или нестационарной комплексной метасистемы в контексте существующей в России конституционной доктрины социального государства с учетом особенностей принятия стратегических решений в условиях неопределенности.

В главе рассмотрены особенности взаимодействия и взаимовлияния экономической, правовой и социальных макросистем — базисных структурных элементов комплексной метасистемы и обоснована задача их сбалансированности, которая формализуется и решается в последующих главах диссертации.

Показано, что с позиций системного анализа состояние и функционирование экономической макросистемы определяется в том числе и регулированием посредством национального законодательства, которое проявляется, в установлении определенного порядка экономической деятельности. При этом право как макросистема определяется экономикой, ее структурой и экономическими отношениями, которые отражаются в правовых отношениях и наполняют их экономическим содержанием. Экономическое развитие страны определяет состояние социальной сферы, а экономические закономерности опосредованы правовыми и социальными факторами, которые обуславливают конкретное поведение экономических объектов и субъектов.

Соотношение экономической, правовой и социальной макросистем проявляется в их взаимовлиянии и взаимовоздействии и устанавливается фактом соответствия правового порядка социально-экономических отношений закономерностям и тенденциям социально-экономического развития страны.

С позиций теоретико-игрового подхода на содержательном уровне равновесие по Бержу означает такую ситуацию, отклонение от которой противоречит основам философско-нравственного принципа Золотого правила, определяющего в указанном случае поведение и взаимоотношения трех субъектов — макросистем, рассматриваемых в комплексной метаструктуре.

Предлагаемое в диссертационном исследовании изменение отживающей неолиберальной экономической доктрины, основанной на принципе индивидуальной рациональности (равновесия по Нэшу), на философско-нравственную концепцию Золотого правила (равновесие по Бержу) придаст новое значение понятиям равновесности макросистем с целью дальнейшего их использования в экономико-математическом моделировании социально-экономических процессов.

С позиций системного анализа и с применением терминологии теории игр рассмотрены и классифицированы неопределенности и риски как характеристики процесса принятия стратегических решений в нестационарной комплексной метасистеме. Отмечается, что при моделировании социально-экономических процессов необходимо учитывать неопределенность, случайность, неполноту информации, конфликтность и риск, которые, с одной стороны, являются следствием функционирования макросистем, а с другой — требуют усовершенствования применяемых методологий, моделей и инструментария для принятия стратегических решений и разработки новых, в частности теоретико-игровых, методов принятия решений с учетом неопределенности и моделей взаимодействия макросистем. Э. Й. Вилкас и Е. З. Майминас отмечали, что «все более многочисленными, разнообразными и взаимосвязанными становятся факторы, которые приходится учитывать при принятии каждого решения» [39, с. 23].

Проведенный анализ легитимизованных стратегических решений в социальной сфере показал, что существующее на настоящее время социальное законодательство не смогло в полном объеме и в равной степени раскрыть смысл декларируемой идеи социального государства. Большая часть нормативных правовых актов в сфере социального законодательства не обеспечена реальным финансированием, и при этом реализуется требование сокращения объема бюджетных ассигнований на реализацию государственных социальных программ. В законах, регулирующих социальную сферу в части социального обеспечения населения, часто употребляются обобщенные понятия, отсутствует регламентация видов социальной поддержки населения, не уточняется компетенция органов каждого уровня управления в организации социальной защиты, в объеме социальных услуг и социальной помощи, качестве социального обслуживания, что, безусловно, оказывает влияние на реализацию социальных гарантий населению [7, 125, 164, 175]. Следовательно, необходимо отметить, что сформировались условия, свидетельствующие о бессистемном и противоречивом нормативно-правовом обеспечении трансформируемой системы социального обеспечения населения, не соответствующие ни экономической ситуации, ни индивидуальной нуждаемости населения в социальных услугах, ни потребностям общества.

Таким образом, возникает объективная необходимость формирования нового научно-теоретического подхода к совершенствованию процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере и формированию механизма реализации идеи сбалансированности экономической, правовой и социальной систем.

В последующих главах диссертационного исследования будет осуществлена разработка механизма сбалансированности экономической, правовой и социальной систем, которая заключается в построении и обосновании равновесной модели, использующей идеи социального государства как основы взаимодействия и взаимовлияния макросистем, а также базирующейся на концепциях равновесия по Бержу, которое раскрывает смысл Золотого правила нравственности: «Как Вы хотите, чтобы с Вами поступали люди, поступайте и Вы с ними» и равновесия по Нэшу — отношений, основанных на принципах рациональности в комплексной метаструктуре из трех макросистем.

Формирование методологии принятия стратегических решений по управлению социальной сферой будет заключаться в построении и научном обосновании иерархической модели управления социальной сферой в условиях неопределенности, состоящей из двух моделей: модели управления динамикой сложных социально-экономических систем и формальной игровой модели принятия решений в условиях неопределенности на основе формализации гарантированного решения с использованием модификации принципа минимаксного «сожаления» Сэвиджа.

# ГЛАВА 2. МОДЕЛИ РАВНОВЕСИЯ КОМПЛЕКСНОЙ НАЦИОНАЛЬНОЙ МЕТАСИСТЕМЫ

В § 2.1 приведены основные понятия, необходимые для построения теоретико-игровой модели трех систем (экономической, правовой и социальной), а в § 2.2 и 2.3 определено равновесие по Нэшу и равновесие по Бержу экономической, правовой и социальной макросистем. В § 2.4 обоснована и формализована модель балансового равновесия, построенная на концепциях равновесия по Бержу, которое раскрывает смысл Золотого правила нравственности: «Как Вы хотите, чтобы с Вами поступали люди, поступайте и Вы с ними», и равновесия по Нэшу — «рациональных отношений» в комплексной метасистеме из трех макросистем с целью решения проблемы их сбалансированности.

В § 2.5 в качестве примера практического использования модели равновесности по Бержу проведено исследование динамики семейных структур и отношений, оказывающих влияние на систему жизнедеятельности народонаселения, состояние, перспективы и возможности государственного регулирования социодемографических процессов в России. Построены математические модели семейных отношений, основанные на концепциях равновесия по Бержу и равновесия по Нэшу.

## § 2.1. Применение теоретического концепта Золотого правила нравственности в теории игр

Одним их древнейших, специфических и в то же время распространенных нравственных обобщений, выражающих накопленный человечеством опыт, является Золотое правило нравственности — «Как Вы хотите, чтобы с Вами поступали люди, поступайте и Вы с ними».

А. А. Гусейнов отмечает:

«а) отношения между людьми являются нравственными тогда, когда они взаимозаменяемы в качестве субъектов индивидуально-ответственного поведения;

б) культура нравственного выбора заключается в способности поставить себя на место другого;

в) до́лжно совершать такие поступки, которые могут получить одобрение тех, на кого они направлены» [50, 51 с. 36].

То есть это правило показывает, ка́к быть нравственным, а не почему индивид должен быть нравственным. В этой связи можно предположить, что подобное правило является одним из основных этических регуляторов общественных отношений. При общефилософском подходе нравственность и человечность должны лежать в основе культуры принятия решений — это необходимая предпосылка и конечная цель для развития национальной экономической системы и роста благополучия населения. Социальное государство, если исходить из этого термина, рассматривается как государство, служащее интересам общества [7]. При использовании подобной трактовки функционирование экономической, правовой и социальной систем должно быть сбалансировано и направлено на достижение цели — роста благополучия населения. В этом контексте балансовое равновесие, построенное на использовании концепции Золотого правила нравственности — равновесия по Бержу [51], структурно отражает суть понятия социального государства и изменяет конституционную доктрину в этой ее части, а теория игр как теория математических моделей принятия оптимальных решений в условиях конфликта позволит решить проблему несбалансированности указанных макросистем.

С развитием экономико-математического моделирования процессов принятия решений на макроуровне в сложных макросистемах соответственно меняются и требования к качеству функционирования управляемых систем. При этом в процессе моделирования исследователям необходимо учитывать ряд основных факторов: наличие двух и более критериев — показателей качества функционирования управляемой системы и существование разного вида неопределенностей, о которых известны лишь границы их изменений, а какие-либо статистические характеристики отсутствуют. *Под неопределенностью в настоящей работе понимается* неполнота или неточность информации на разных уровнях иерархии в части реализации выбранного решения в экономической и социальной макросистемах.

Большинство стратегических решений в социально-экономических системах, и не только, принимаются с учетом конфликта интересов различных отдельных управляющих систем, наделенных соответствующими полномочиями, «групп влияния, отстаивающих индивидуальные интересы» и различных дополнительных факторов, свойственных процессу принятия решений. *Под конфликтом в диссертации понимается явление,* в котором участвуют стороны, обладающие различными интересами и возможностями выбирать доступные для них действия в соответствии с собственными интересами.

Конфликтный характер рассматриваемых процессов, как правило, не предполагает открытой конфронтации между сторонами, а свидетельствует лишь о различных интересах, в большей части, экономических. В подобных ситуациях практически невозможно применение традиционных методов оптимизации и при этом существует проблема, когда общепринятые математизированные теории рыночного равновесия не отражают реальные социально-экономические процессы.

Например, в реально существующих экономической и социальной макросистемах, решения, оптимальные для одной стороны, могут не являться таковыми для другой, в результате чего принимаемые решения могут зависеть от всех имеющих различные интересы (конфликтующих) сторон. Теория игр как математический аппарат анализирует подобные ситуации и представляет собой часть общей теории, которая изучает и описывает процессы принятия оптимальных решений с участием одного или многих лиц в условиях неопределенности и конфликта.

Отметим, что от реальной конфликтной ситуации игра отличается тем, что ведется она по определенным правилам. При этом реальные конфликты обычно трудно поддаются экономико-математическому моделированию, поэтому любая игра является упрощением исходной реальной задачи и в ней учитываются лишь основные, первостепенные факторы, отражающие суть рассматриваемого процесса или явления.

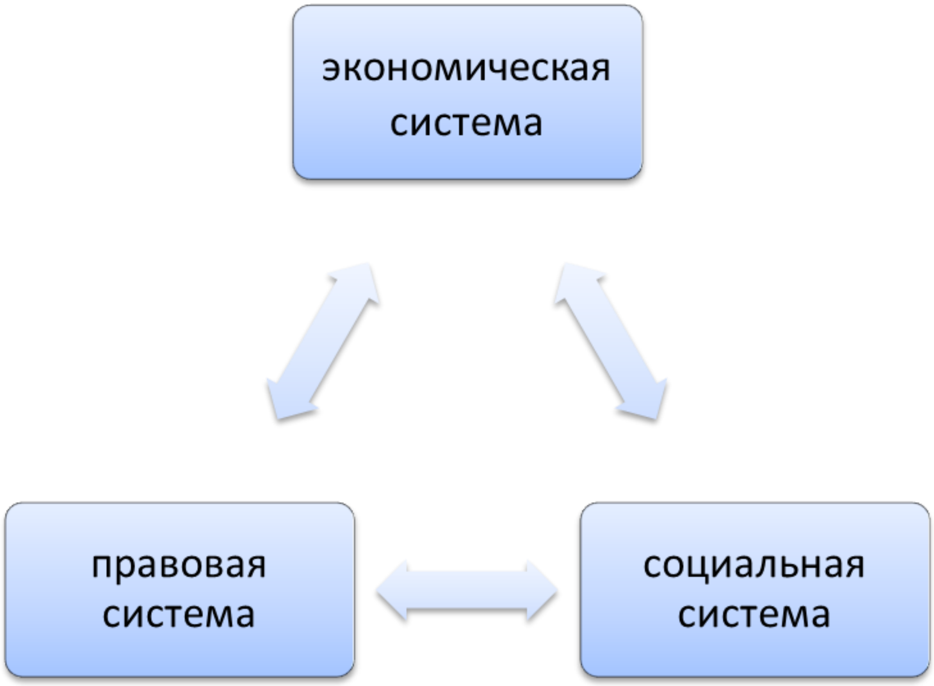
*Принятие решений, связанных с управлением сложными социально-экономическими системами на макроуровне*, в современных условиях следует понимать как принятие решений при учете многокритериальности и неопределенности с учетом взаимосвязи и взаимовлияния экономических, правовых и социальных процессов. *Под стратегическими решениями* понимаются механизмы преобразований общественных требований в публичные и общеобязательные нормы и механизмы, регулирующие взаимоотношения и определяющие распределение экономических ресурсов с целью решения значимых для общества проблем, в том числе социальных.

*Под экономической макросистемой* для целей настоящего исследования будем понимать совокупность взаимосвязанных экономических элементов, образующих определенную экономическую структуру общества, а также общественные отношения, складывающиеся по поводу производства, распределения, обмена и потребления экономических и социальных благ.

*Под правовой макросистемой* понимается совокупность взаимосвязанных, согласованных и взаимодействующих правовых институтов, регулирующих общественные отношения, а также элементов указанных институтов, характеризующих уровень национального правового состояния государства.

*Под социальной макросистемой* (социальной сферой) для целей диссертационного исследования понимается совокупность взаимосвязанных и взаимовлияющих ее отраслей.

Взаимодействие экономической, правовой и социальной макросистем проявляется во многих аспектах и на различных уровнях.




Особенностью экономики как макросистемы может являться тот факт, что ее состояние и функционирование определяется в том числе и воздействием как объективных, так и субъективных факторов. Одним из главных инструментов этого воздействия является регулирование посредством национального законодательства. Оно проявляется в установлении определенного порядка экономической и предпринимательской деятельности, а также в различных экономических критериях и показателях (налоговые ставки, сборы, тарифы, пошлины, цен на отдельные категории товаров и пр.) С другой стороны, право как макросистема определяется экономикой, ее структурой и экономическими отношениями, которые в определенном смысле отражаются в правовых отношениях и наполняют их экономическим содержанием.

Соотношение экономической и правовой систем, проявляющееся во взаимовлиянии и взаимовоздействии, устанавливается фактом соответствия правового порядка экономических отношений закономерностям и тенденциям развития экономики. Рассматриваемое взаимодействие может быть позитивным, то есть способствовать нормальному функционированию экономической макросистемы и ее росту, а может — негативным, тормозящим ее развитие. Оценить указанное взаимовлияние можно посредством анализа и синтеза существующей национальной правоприменительной практики и сложившейся на настоящий момент экономической ситуации. Как уже отмечалось правовая система «фиксирует» сложившиеся экономические отношения, поэтому сложность взаимодействия экономической и правовой сфер состоит в том, что экономическая макросистема детерминирована объемом и характером прав субъектов экономической деятельности.

Экономическое развитие страны определяет состояние социальной сферы в частности и общества в целом, а экономические закономерности опосредованы правовыми и социальными факторами, которые определяют конкретное поведение индивида в обществе. Наибольшее сосредоточение трансформационных процессов в экономической и социальной макросистемах находится в структуре индивидуальных взаимоотношений и отношений собственности. Согласно «неолиберальной» экономической доктрине отношения собственности развиваются по индивидуальному частному пути. В рамках этого развития экономический статус индивида связывают со статусом собственника средств производства. Однако сто́ит отметить, что существуют и иные пути обеспечения такого статуса, например, через укрепление правового положения населения и совершенствование соответствующих правовых институтов.

На современном этапе сформировалась необходимость наполнения реальным экономическим и социальным содержанием правовых институтов, гарантирующих качество жизни населения. Совершенствование необходимо и комплексу прав, определяющих гражданина как участника общественного производства, а именно, должна быть осуществлена правовая диверсификация субъективного права на труд с учетом социально-экономических факторов. При неизбежной трансформации общества, например, в связи с внедрением новых технологий в отраслях экономики, и как следствие, высвобождением работников из технологически устаревших отраслей, право должно служить синтезу экономической эффективности и социальной защищенности населения.

Необходима также разработка и наращивание правовых средств адаптации населения к негативным эффектам функционирования экономической макросистемы, а формирование общегосударственных социальных программ не должно тормозить действие экономических стимулов к трудовой деятельности населения. Существующая система государственных гарантий должна быть экономически и социально наполненной и гибкой, то есть «покрывать» все жизненные риски.

Использование экономических и правовых механизмов при принятии стратегических решений, определяющих качество и структуру национальной социальной макросистемы, не может лишать население его социальных прав.

На настоящий момент, существующее правовое регулирование социальной сферы направлено на обеспечение разгосударствления ее отраслей путем дальнейшего развития приватизационных процессов, но уже в инфраструктуре социальной макросистемы, что приводит к расширению зоны бедности и формированию тезиса о социальной незащищенности населения. Тем самым нарушаются доктринальные положения провозглашенные в Конституции: Россия — «социальное государство, политика которого направлена на создание условий, обеспечивающих достойную жизнь и свободное развитие человека» [125, 175]. Решения по вопросам социально-правовой защищенности населения принимаются механически, то есть в процессе функционирования общества «расширяется сфера и плотность действия права вокруг индивида» [164]. Межу тем правовая защищенность должна иметь социальный аспект с соответствующим экономическим наполнением, определенные закономерности и ограничения.

При развитии процессов нестационарности экономической макросистемы необходимо наращивать правовые средства защиты населения и укреплять статус личности в сфере социальных прав граждан с соответствующим экономическим их содержанием, но при этом социальная защищенность населения не должна становится фактором необоснованного разрастания юридической инфраструктуры, тормозящей экономическое развитие страны. Формирующиеся в настоящее время отдельные общественные тенденции, с одной стороны, стимулируют растущую экономическую и социальную инфантильность отдельных групп населения, в том числе через «политику ручного управления» и формирование образа «идеального регулятора», с другой — приводят к росту социальной напряженности, то есть дисфунциональности и нестационарности экономической и социальной макросистем.

Эти факты вызывают необходимость трансформирования существующих подходов к проблемам регулирования социально-экономических систем, которые смогут стать предпосылками для формирования механизма национальной правовой системы, ориентированной на интересы населения и в действительности реализующей идеи социального государства. Вероятно, для решения подобной задачи требуется принятие стратегических решений по формированию новой структуры национальной правовой системы, регулирующей экономическую и социальную макросистемы и обеспечивающей экономическую и социально-правовую защищенность населения: от пересмотра уже существующих норм, определяющих перечень и минимальный размер социальных гарантий, до формирования новой содержательной и многофункциональной организационной инфраструктуры всеобщего социального обеспечения.

Реализации подобной идеи невозможна без замены, применяемой на настоящее время неолиберальной экономической доктрины, основанной на принципах индивидуальной рациональности на новый философско-нравственный концепт, например, Золотое правило нравственности, математическим выражением которого считают концепцию равновесия по Бержу.

*В основе используемого в диссертационной работе теоретико-игрового подхода* лежит положение о том, что все участники, экономических, правовых и социальных отношений «склоняются» к определенным равновесным ситуациям. Необходимо также отметить, что на современном этапе следствиями антисоциальной политики пореформенной России является конфликт как явление, «относительно которого можно говорить о его участниках, об их действиях, об исходах явления, к которым эти действия приводят, о сторонах, так или иначе заинтересованных в этих исходах, и о сущности этой заинтересованности» [114].

Логической основой применяемого теоретико-игрового инструментария является формализация трех положений:

— особенности исследуемой проблемы (рассматриваемого конфликта);

— принятие соответствующих решений, направленных на разрешение конфликта;

— оптимальность некоторых из решений.

В данном параграфе диссертационного исследования ограничимся конфликтами, деятельность участников которых направлена на достижение индивидуальных целей каждой макросистемы. Этот подход оправдан отображением в модели реальных процессов. Направление теории игр, исследующее подобные конфликты, относится *к бескоалиционным играм* и обладает рядом особенностей:

1) решения принимает *не один индивид, а группа из нескольких лиц (физических или юридических), принимающих решения (ЛПР) и образующих управляющую систему, — игроки*. Являются ли они конкурентами? — Да, так

как находятся в условиях ограниченности ресурсов;

2) каждый из игроков (управляющих систем) имеет свои определенные соответствующим образом стратегические цели, которые взаимосвязаны и влияют друг на друга;

3) каждый имеет собственные инструменты и механизмы для достижения цели.

Например, согласно статье 13 Федерального конституционного закона от 17.12.1997 № 2-ФКЗ (в ред. от 28.12.2016) «О Правительстве Российской Федерации» Правительство как управляющая система «осуществляет регулирование в социально-экономической сфере; обеспечивает единство системы исполнительной власти в Российской Федерации, направляет и контролирует деятельность ее органов; формирует федеральные целевые программы и обеспечивает их реализацию; реализует предоставленное ему право законодательной инициативы».

В статье 14 названного Закона определяются полномочия в сфере экономики: «Правительство Российской Федерации осуществляет в соответствии с Конституцией Российской Федерации, федеральными конституционными законами, федеральными законами, нормативными указами Президента Российской Федерации регулирование экономических процессов; обеспечивает единство экономического пространства и свободу экономической деятельности, свободное перемещение товаров, услуг и финансовых средств; прогнозирует социально-экономическое развитие Российской Федерации, разрабатывает и осуществляет программы развития приоритетных отраслей экономики; вырабатывает государственную структурную и инвестиционную политику и принимает меры по ее реализации; осуществляет управление федеральной собственностью…»

Наряду с вышеизложенными функциями Правительства, входящие в его структуру министерства определяют в том числе деятельность региональных и муниципальных органов государственной власти соответствующих уровней, а общегосударственные цели отождествляются с соответствующими Программами, сформулированными и утвержденными в результате формальной процедуры.

Таким образом, институционально сформированы управляющие сложные системы. Посредством правовой системы фиксируются цели, стратегии и определяются правила поведения игроков.

*Управляемые факторы для каждого игрока в теории игр отождествляются со стратегиями, а выбор конкретной стратегии и является решением бескоалиционной игры.*

Математическая модель бескоалиционной игры, как правило, состоит из следующих элементов: множества игроков (в нашем случае управляющих систем); множества стратегий каждого из игроков; соответствующего *скалярного функционала для каждого игрока, определенного на множестве их стратегий, значение которого отражает меру достижения игроком своей цели*. В теории игр указанный функционал обычно называется *функцией выигрыша игрока*.

Как ранее было показано, экономическая, правовая и социальная макросистемы взаимосвязаны между собой и оказывают влияние друг на друга. Во главе каждой из систем институционально определена управляющая система (игрок), принимающая на основе имеющейся информации решения и осуществляющая действия с учетом соответствующих целей. Так, в экономической, правовой и социальной макросистемах с позиций регулирования функциями управления наделены руководители соответствующих органов государственной власти.

Учитывая используемую в настоящее время экономическую доктрину («помогай себе сам» и «каждый сам за себя»), допустим, что они придерживаются бескоалиционного варианта игры и при этом вынуждены оставаться в русле общегосударственных задач, совместно формируемых управляющей системой более высокого уровня иерархии (например, правительством, в структуру которого они входят).

Каждому игроку поставим в соответствие порядковый номер: первый, второй, третий и множество игроков обозначим символом $\mathrm{N} = \{1, 2, 3\}$; множество $\mathbb{N}$ — конечно. Каждый игрок выбирает и использует собственную стратегию. Далее под стратегией будет пониматься правило, согласно которому *каждому состоянию информированности игрока ставится в соответствие то или иное действие (поведение)* из предполагаемых возможных действий в рамках имеющейся информации [90]. Таким образом, действия $i$-го игрока в игре $\Gamma_3$ состоят в выборе и использовании стратегии $x_i$, где $\mathrm{X}_i$ — множество его стратегий. Чтобы *определить качество функционирования каждого игрока, определяется его функция выигрыша, значение которой (выигрыш или исход) оценивает это качество*.

В научной литературе нет четкого определения *качества функционирования управляющей системы;* исходя из общей концепции качества управления, его можно определить *как степень, с которой совокупность характеристик результатов деятельности системы управления соответствует требованиям, установленным всеми заинтересованными в этой деятельности сторонами.* Очевидно, к заинтересованным сторонам относится в первую очередь общество, а также управляемая система и иные управляющие и управляемые системы нижних уровней иерархии. В вопросах качества *функционирования управляющей системы* ключевым показателем является эффективность управления, которую нельзя полностью отождествлять с качеством функционирования макросистемы, так как эффективность относится прежде всего к тому, чего хотят добиться, — согласованности цели и результата. В реальности при «благих целях» получаются противоположные результаты, так как управляющая и управляемая системы сами по себе конфликтны.

Применяя терминологию теории игр: если игроки, реализуя свои стратегии, одномоментно получают исходы в бескоалиционной игре, то рассматривается статическая игра, если же сама система меняется с течением времени и тем самым игроки получают возможность варьировать свои стратегии, то — динамическая.

Следующий параграф диссертационного исследования посвящен статическим играм.

## § 2.2. Равновесие по Нэшу экономической, правовой и социальной макросистем

К настоящему времени в принятии решений общепринятым подходом является использование концепции равновесия по Нэшу [254–257]. Построим бескоалиционную игру трех лиц:

$$\Gamma_3 = \left\langle \{1,2,3\}, \{X_i\}_{i=1,2,3}, \{f_i(x)\}_{i=1,2,3} \right\rangle, \tag{2.1}$$

где под игроками понимаются органы управления (управляющие системы) трех взаимосвязанных макросистем: экономической, правовой и социальной.

Они выбирают свои стратегии $x_i \in X_i \subseteq R^{n_i}$ *с целью повысить качество своего функционирования, то есть свой выигрыш* $f_i(x)$ в сложившейся ситуации $x = (x_1, x_2, x_3) \in X_1 \times X_2 \times X_3 = X \subseteq R^3$.

*Равновесие по Нэшу* $(x^e, f^e = (f_1(x^e), f_2(x^e), f_3(x^e))) \in X \times R^3$ для целей настоящей диссертационной работы определяется тремя равенствами:

$$\begin{aligned} f_1(x^e) &= \max_{x_1 \in X_1} f_1(x_1, x_2^e, x_3^e), \\ f_2(x^e) &= \max_{x_2 \in X_2} f_2(x_1^e, x_2, x_3^e), \\ f_3(x^e) &= \max_{x_3 \in X_3} f_3(x_1^e, x_2^e, x_3). \end{aligned} \tag{2.2}$$

Как видно из (2.2) каждый игрок (управляющая система) стремится к достижению собственных целей, при этом отдельно не стремится реализовать цели для других систем, то есть, например, реализация целей управляющей системы в экономическом блоке осуществляется за счет «интересов» социальной сферы с применением инструментов правовой.

Так, например, в настоящее время покрытие дефицитов бюджетов (функции экономической макросистемы) пенсионных фондов предполагается осуществить за счет населения (субъект социальной макросистемы) путем принятия нового законодательства в пенсионной сфере (использование механизмов правовой системы). Можно ли в этом примере обосновать равновесие по Нэшу? Да, так как большинство населения начиная с 1969 года рождения вынуждено будет принять новые размеры и правила начисления пенсий и другие мероприятия, связанные с повышение пенсионного возраста, понимая при этом, что, выбирая иную стратегию поведения, можно потерять возможность получения пенсий как таковых и в старшем возрасте остаться без государственной социальной поддержки. Выбирая путь альтернативного поведения — конфликта с управляющими системами экономической и правовой макросистем, индивид выйдет за рамки правового поля с соответствующими негативными последствиями для него. Подобный патерналистический подход способствует достижению ситуации равновесия по Нэшу для рассматриваемого примера. Иными словами, может быть реализован такой набор стратегий в игре трех игроков, в котором ни один участник не сможет увеличить свой выигрыш, изменив свою стратегию, если другие участники своих стратегий не меняют.

Рассматриваемое понятие равновесия предложил Дж. Форбс Нэш в 1949 году. В 1994 году он совместно с Дж. Харшаньи и Р. Зельтоном получил нобелевскую премию за анализ равновесия в теории некооперативных игр. Далее концепция равновесия по Нэшу получила широкое применение в разных отраслях знаний и с 1994 по 2014 год. Нобелевским комитетом было присуждено восемь премий за исследования, базирующиеся или применяющие данную концепцию. При этом необходимо отметить, что ситуации равновесия по Нэшу присуще свойство индивидуальной рациональности, которое не способствует «мирному разрешению конфликтов», в отличие от равновесия по Бержу [51].

## § 2.3. Равновесие по Бержу комплексной метасистемы

В 2016 году вышла монография А. А. Гусейнова, В. И. Жуковского, К. Н. Кудрявцева «Математические основы Золотого правила нравственности: Теория нового альтруистического уравновешивания конфликтов в противоположность “эгоистичному” равновесию по Нэшу» [51], в которой была построена и обоснована математическая модель Золотого правила нравственности, раскрывающая суть концепции равновесия по Бержу [11, 187, 188].

Было установлено существование равновесия по Бержу при обычных для теории игр ограничениях, то есть при компактности множеств стратегий игроков и непрерывности их функций выигрыша; предложен способ практического построения равновесий по Бержу; исследованы указанные равновесия при неопределенности и разработан ряд упрощенных приложений к моделям конкурентной экономики. При этом необходимо отметить, что авторский коллектив не увидел горизонтов дальнейших исследований в области построения системного равновесия.

Построим формальную математическую *модель взаимодействия экономической, правовой и социальной макросистем на концепции равновесия по Бержу*, которое раскрывает смысл Золотого правила нравственности и демонстрирует его механизм «Как Вы хотите, чтобы с Вами поступали люди, поступайте и Вы с ними».

Равновесие по Бержу $(x^B, f^B = (f_1(x^B), f_2(x^B), f_3(x^B))) \in \mathrm{X} \times \mathrm{R}^3$ определяется тройкой равенств:

$$
\begin{aligned}
f_1(x^B) &= \max_{(x_2,x_3)\in \mathrm{X}_2\times \mathrm{X}_3} f_1(x_1^B, x_2, x_3^e)\\
f_2(x^B) &= \max_{(x_1,x_3)\in \mathrm{X}_1\times \mathrm{X}_3} f_2(x_1, x_2^B, x_3)\\
f_3(x^B) &= \max_{(x_1,x_2)\in \mathrm{X}_1\times \mathrm{X}_2} f_3(x_1, x_2, x_3^B).
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

В отличие от (2.2), в системе равенств (2.3) каждый игрок (управляющая система) стремится к увеличению функций выигрыша двух других, то есть к повышению качества их функционирования. Подобное стремление игроков базируется на фундаменте нравственных принципов (по причине того, что используется идея Золотого правила нравственности) и обозначает желаемую для большинства членов общества на настоящий момент *ситуацию равновесия*, когда экономическая система функционирует только в правовом поле и направлена на «удовлетворение интересов» социальной системы. В то же время деятельность социальной системы, обеспеченная нормами права, стимулирует развитие экономической, а правовая система не является, в свою очередь, институциональным барьером для прогресса экономической и социальной систем. Стимулом экономического развития в этом случае является улучшение качества и состояния социальной сферы с позиций повышения качества жизни населения, при отсутствии законодательных лакун и «зарегулированности» в деятельности экономических агентов. *В этом заключается принцип сбалансированности трех рассматриваемых макросистем сквозь призму идеи социального государства*.

В примере, связанном с обсуждаемой сегодня пенсионной реформой, можно было бы предложить другие цели и способы их реализации, основанные на категориях нравственности. Например, с целью роста благосостояния в том числе лиц старших возрастов необходимо легализовать получение государственной ренты с крупнейших олигополистических промышленных структур в федеральный бюджет на законодательном уровне. Возникает вопрос: соотносятся ли подобные мероприятия с Золотым правилом нравственности? Ответ положительный, так как в экономической макросистеме предполагается не изъятие чего-либо, а перераспределение сверхдоходов от экономической деятельности. Подобные меры способствовали бы улучшению качества функционирования экономической макросистемы через дополнительное наполнение налоговой сферы и путем перераспределения снизили бы уровень дефицита государственного пенсионного фонда. Также улучшилось бы качество функционирования социальной макросистемы в части роста благосостояния групп населения, имеющих статус работающих и неработающих пенсионеров.

Ситуации равновесия по Бержу не присуще свойство индивидуальной рациональности, и выигрыши игроков в некоторых ситуациях «больше», чем в ситуации равновесия по Нэшу [51].

## § 2.4. Балансовое равновесие по Бержу комплексной метасистемы

В основе экономико-математической модели находится понятие равновесия по Бержу [51]. В той же работе найдена гермейеровская свертка функций выигрыша игроков, строящаяся по исходной игре, и доказано, что минимаксная стратегия в седловой точке является ситуацией равновесия по Бержу в исходной игре [51]. На этом же приеме построена и теорема существования равновесия по Бержу, в которой учитывается внутренняя неустойчивость рассматриваемого равновесия (например, могут существовать несколько равновесных по Бержу ситуаций, в которых выигрыши всех игроков в одной строго больше, чем в другой) [77, 87]. По этой причине добавлено требование максимальности по Парето и доказано существование в смешанных (вероятностных) стратегиях равновесия Бержа — Парето. Далее на основе авторских разработок 2003 года [90] через определение минимальных по Слейтеру гарантий для каждой ситуации путем перехода к «игре гарантий» и модификации принципа Вальда (максимина) определено гарантированное по Слейтеру равновесие по Бержу — балансовое равновесие и доказаны теоремы существования.

В ранее опубликованной авторской работе [90] на основе принципов седловой точки, Вальда [27, 284–287], а также дополнительных сведений из теории исследования операций и теории многокритериальных задач строится равновесие по Нэшу для игры $n$ лиц, определяется равновесная по Нэшу ситуация и доказывается ее существование как в чистых (с учетом стратегических неопределенностей), так и в смешанных стратегиях (при неопределенности, под которой понимается информационная дискриминация). Далее, используется определение равновесной ситуации по Бержу и доказанный факт ее существования, а также определение равновесной по Бержу — Парето ситуации [51, с. 120–129] в чистых и смешанных стратегиях, на основе вышеуказанных понятий и формализованных автором ситуаций равновесия Нэша — Слейтера гарантированных решений и минимальных неопределенностей по Слейтеру, существование которых доказано [90, с. 205–209], строится гарантированное по Слейтеру балансовое равновесие по Бержу как аналог седловой точки.

### 2.4.1. Ситуация равновесия по Бержу в бескоалиционной игре $N$ лиц

С целью проведения дальнейших исследований приведем дополнительные сведения из теории исследования операций. Доказано следующее утверждение [29, с. 160]: предположим, что:

1) скалярная функция $F(x,y)$ непрерывна на произведении компактов $\mathrm{X}\subset\mathbb{R}^n, \mathrm{Y}\subset\mathbb{R}^m$ и $\mathrm{Y}$ — выпукло;

2) функция $F(x,y)$ при каждом $x\in\mathrm{X}$ строго выпукла по $y$ на $\mathrm{Y}$, то есть для каждого $x\in\mathrm{X}$ при $\forall y^{(1)}, y^{(2)}\in\mathrm{Y}$

$$F(x,\alpha y^{(1)}+(1-\alpha)y^{(2)})<\alpha F(x,y^{(1)})+(1-\alpha)F(x,y^{(2)})$$

при $\forall\alpha = const\in(0,1)$.

Тогда будет непрерывна $m$-вектор-функция $y(\cdot):\mathrm{X}\to\mathrm{Y}$, определяемая равенством [29]:

$$\min_{y\in \mathrm{Y}} F(x,y) = F(x, y(x)), \forall x \in \mathrm{X}. \qquad (2.4)$$

Далее будем использовать определение оптимальной по Слейтеру и по Парето неопределенности [90, с. 92, 95] и следующие дополнительные сведения из теории многокритериальных задач: для двух векторов $f^{(j)} = (f_1^j, ..., f_N^j), (j = 1, 2)$

$$\begin{aligned}
&\left[f^{(1)} = f^{(2)}\right] \Leftrightarrow \left[f_i^{(1)} = f_i^{(2)} (i \in \mathbb{N})\right];\\
&\left[f^{(1)} \neq f^{(2)}\right] \Leftrightarrow \rceil\left(f^{(1)} = f^{(2)}\right);\\
&\left[f^{(1)} \geqq f^{(2)}\right] \Leftrightarrow \left[f_i^{(1)} \geq f_i^{(2)} (i \in \mathbb{N})\right];\\
&\left[f^{(1)} \geq f^{(2)}\right] \Leftrightarrow \left(f^{(1)} \geqq f^{(2)}\right) \wedge \left(f^{(1)} \neq f^{(2)}\right);\\
&\left[f^{(1)} \not\geq f^{(2)}\right] \Leftrightarrow \rceil\left(f^{(1)} \geq f^{(2)}\right);\\
&\left[f^{(1)} > f^{(2)}\right] \Leftrightarrow \left[f_i^{(1)} > f_i^{(2)} (i \in \mathbb{N})\right];\\
&\left[f^{(1)} \not> f^{(2)}\right] \Leftrightarrow \rceil\left(f^{(1)} > f^{(2)}\right).
\end{aligned} \qquad (2.5)$$

Далее $n$-вектор $x \in \mathrm{X}$ опять назовем ситуацией, $m$-вектор $y \in \mathrm{Y}$ — неопределенным фактором, $y(\cdot) \in \mathrm{Y}^{\mathrm{X}}$ — контрситуацией, где $\mathrm{Y}^{\mathrm{X}}$ — множество всех $m$-вектор-функций $y(x)$, заданных на множестве $\mathrm{X}$ со значениями в $\mathrm{Y}$. Для целей исследования ограничимся контрситуациями $y(\cdot): \mathrm{Y} \to \mathrm{X}$, непрерывными на $\mathrm{X}$.

**Определение 2.1.** Для $N$-критериальной задачи $\Gamma = \langle \mathrm{Y}, f(x,y) \rangle$ при фиксированной ситуации $x^* \in \mathrm{X}$ неопределенность $y_S \in \mathrm{Y}$ минимальна по Слейтеру в задаче $\Gamma$, если $f(x^*, y) \not< f(x^*, y_S)$ для $\forall y \in \mathrm{Y}$ и неопределенность $y_P \in \mathrm{Y}$ минимальна по Парето в многокритериальной задаче $\Gamma$, если $f(x^*, y) \not\leq f(x^*, y_P)$ для $\forall y \in \mathrm{Y}$.

Для $N$-критериальной задачи $\Gamma(x) = \langle \mathrm{Y}^{\mathrm{X}}, f(x,y) \rangle$ $\forall x \in \mathrm{X}$, определенной для каждого $x \in \mathrm{X}$, контрситуация $y_S(x) \in \mathrm{Y}^{\mathrm{X}}$ *минимальна по Слейтеру*, если для каждого $x \in \mathrm{X}$ $f(x,y) \not< f(x, y_S(x))$ $\forall y \in \mathrm{Y}$, а $y_P(x) \in \mathrm{Y}^{\mathrm{X}}$ *минимальна по Парето*, если при каждом $x \in \mathrm{X}$ $f(x,y) \not\leq f(x, y_P(x))$, $\forall y \in \mathrm{Y}$.

Далее приведем **утверждение 2.1**:

1) если в многокритериальной задаче $\Gamma(x^*) = \langle \mathrm{Y}, f(x^*, y) \rangle$ множество $\mathrm{Y}$ компакт, а $f(x^*, y)$ непрерывна на $\mathrm{Y}$, то множество $\mathrm{Y}_S$ минимальных по Слейтеру неопределенностей $y_S$ [149, с. 152] будет непустым компактом;

2) неопределенность $y_S \in \mathrm{Y}$, полученная из равенства:

$$\min_{y \in \mathrm{Y}} \sum_{i \in \mathbb{N}} \alpha_i f_i(x^*, y) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \alpha_i f_i(x^*, y_S) \tag{2.6}$$

при $\forall \alpha_i = const \geq 0$ и $\sum_{i \in \mathbb{N}} \alpha_i > 0$, $(i \in \mathbb{N})$ будет [125, с. 68–69] минимальной по Слейтеру для $\Gamma(x^*)$;

3) неопределенность $y_P \in \mathrm{Y}$, найденная из

$$\min_{y \in \mathrm{Y}} \sum_{i \in \mathbb{N}} \alpha_i f_i(x^*, y) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \alpha_i f_i(x^*, y_P) \tag{2.7}$$

при $\forall \alpha_i = const > 0$ $(i \in \mathbb{N})$ будет [147, с. 71] минимальна по Парето для $\Gamma(x^*)$;

4) из (2.6) следует, что множество минимальных по Слейтеру неопределенностей $\mathrm{Y}_S \supseteq \mathrm{Y}_P$ множество минимальных по Парето неопределенностей $y_P$ для $\Gamma(x^*) = \langle \mathrm{Y}, f(x^*, y) \rangle$.

## Ситуация равновесия по Нэшу в бескоалиционной игре $N$ лиц

Далее рассматривается *бескоалиционная игра N лиц:*

$$\langle \mathbb{N}, \{X_i\}_{i \in N}, Y, \{f_i(x, y)\}_{i \in N} \rangle, \tag{2.8}$$

где $\mathbb{N} = \{1, \ldots, N\}$ — множество порядковых номеров игроков,

$\mathrm{X}_i \subseteq \mathrm{R}^{n_i}$ — множество стратегий $x_i$ у $i$-го игрока,

$\mathrm{Y} \subseteq \mathrm{R}^{m_i}$ — множество стратегических неопределенностей $y$.

В игре (2.4) игроки, не объединяясь в коалиции, одновременно самостоятельно выбирают свои стратегии $x_i$, в результате чего складывается ситуация $x = (x_1, ..., x_N) \in \prod_{i \in \mathrm{N}} \mathrm{X}_i$. Независимо от выбора игроков в игре (2.8) реализуется неопределенность $y \in \mathrm{Y}$. На парах $(x, y) \in \mathrm{X} \times \mathrm{Y}$ для каждого $i$-го игрока определена функция выигрыша $f_i(x, y)$, где $i \in \mathbb{N}$. На содержательном уровне задачей каждого $i$-го игрока является выбор такой стратегии $x_i \in \mathrm{X}_i$, которая бы позволяла бы добиться возможно большего выигрыша — значений $f_i(x, y)$. При этом каждый из игроков должен учитывать реализацию любой заранее непредсказуемой неопределенности $y \in \mathrm{Y}$.

Для дальнейшего проведения исследования определяется равновесная по Нэшу ситуация $x^e = (x_1^e, ..., x_N^e) \in \mathrm{X}$ [90, с. 194] и рассматриваются *позитивные и негативные свойства равновесия по Нэшу*: показывается, что ситуация равновесия $x^e = (x_1^e, ..., x_N^e) \in \mathrm{X}$ бескоалиционной игры (2.8) *устойчива к отклонению от нее любого игрока и что ей присуще свойство индивидуальной рациональности* [90, с. 195], и доказывается ряд теорем существования в чистых и смешанных стратегиях [90, с. 196–205]. Устанавливается следующий факт: множество ситуаций равновесия по Нэшу *внутренне неустойчиво, сама ситуация — улучшаема; ситуации равновесия, в отличие от седловой точки, невзаимозаменяемы и неэквивалентны* [90, с. 196]. Также определяется равновесность Нэша — Слейтера [90, с. 206] и рассматриваются ее свойства. Используя приведенные выше дополнительные вспомогательные сведения, рассмотрим равновесие по Бержу.

**Определение 2.2.** Ситуация $x^B = (x_1^B, ..., x_N^B) \in \mathrm{X}$ называется равновесной по Бержу [51, с. 120] в игре (2.8), если $\max_{x \in \mathrm{X}} f_i(x \| x_i^B) = f_i(x^B)$ $(i \in \mathbb{N})$, где $(x \| x_i^B) = (x_1, ..., x_{i-1}, x_i^B, x_{i+1}, ..., x_N)$.

Из теоремы существования ситуации равновесия по Нэшу [90, с. 200] и того факта, что ситуация равновесия по Бержу в бескоалиционной игре (2.8) при $\mathbb{N} = \{1, 2\}$ совпадает с ситуацией равновесия по Нэшу, если оба игрока взаимно обмениваются своими функциями выигрыша и далее будут применять при построении решения игры концепцию равновесия по Нэшу

[51, с. 70], следует утверждение о существовании равновесия по Бержу в игре (2.8) при $\mathbb{N} = \{1, 2\}$.

Далее определяется *равновесная по Бержу — Парето ситуация* $x^* \in \mathrm{X}$ в игре (2.8):

если ситуация $x^* \in \mathrm{X}$ равновесна по Бержу в игре (2.8), то есть

$$\max_{x \in \mathrm{X}} f_i(x \| x_i^B) = f_i(x^B) \ \ (i \in \mathbb{N}),$$

и $x^* \in \mathrm{X}$ максимальна по Парето в $N$-критериальной задаче

$$\left\langle \mathrm{X}^B, \{f_i(x)\}_{i \in \mathbb{N}} \right\rangle,$$

то есть несовместна система неравенств $f_i(x) \geq f_i(x^*)$ $(i \in \mathbb{N})$, из которых по крайней мере одно строгое [51, с. 121].

### 2.4.2. Модель гарантированного по Слейтеру балансового равновесия по Бержу комплексной метасистемы

Используя дополнительные и вспомогательные сведения из 2.4.1., а также понятие гарантированного решения [90, с. 162], доказанный факт его существования [90, с. 165], приведем определение балансового равновесия по Бержу.

**Определение 2.3.** Пара $(\tilde{x}^B, \tilde{f}^S) \in \mathrm{X} \times \mathbb{R}^N$ называется *гарантированным по Слейтеру балансовым равновесием по Бержу* [51, с. 123] игры (2.8), если существует неопределенность $y_S \in \mathrm{Y}$ такая, что:

1) ситуация $x^B$ равновесна по Бержу в игре:

$$\left\langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}_i\}_{i \in \mathbb{N}}, \{f_i(x, y_S)\}_{i \in \mathbb{N}} \right\rangle, \tag{2.9}$$

получаемой из (2.8) при $y = y_S$, то есть по определению 2.2:

$$\max_{x \in \mathrm{X}} f_i(x \| x_i^B, y_S) = f_i(x^B, y_S) \ \ (i \in \mathbb{N}); \tag{2.10}$$

2) неопределенность $y_S$ минимальна по Слейтеру в $N$-критериальной задаче

$$\left\langle \mathrm{Y}, \{f_i(x^B, y)\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle, \tag{2.11}$$

получаемой из (2.8) при $x = x^B$, то есть по определению 2.1:

$$f(x^B, y) \not< f(x^B, y_S) \ \ \forall y \in \mathrm{Y}; \tag{2.12}$$

3) пара $(\tilde{x}^B, \tilde{f}^S)$ максимальна по Слейтеру в $N$-критериальной задаче

$$\left\langle \{x^B, y_S\}, \{f_i(x, y)\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle, \tag{2.13}$$

где каждый элемент $(x^B, y_S)$ множества $\{x^B, y_S\}$ одновременно удовлетворяет (2.10) и (2.12), то есть вектор

$$\tilde{f}^S = f(\tilde{x}^B, \tilde{y}_S) \not< f(x, y) \ \ \forall (x, y) \in \{x^B, y_S\}. \tag{2.14}$$

При этом ситуация равновесия по Бержу $x^B$ называется гарантирующей по Слейтеру в игре (2.8), а $\tilde{f}^S$ — гарантированным векторным выигрышем, векторной гарантией, гарантированным решением [90].

*Достоинствами указанного решения* бескоалиционной игры при неопределенности являются следующие:

1. Игроки, используя свои стратегии из ситуации $\tilde{x}^B$, обеспечивают себе векторную гарантию $\tilde{f}^S$, так как, согласно (2.12), при $x^B = \tilde{x}^B$ компоненты вектора $f_i(\tilde{x}^B, y)(i \in \mathbb{N})$ не могут стать одновременно меньше, чем соответствующие компоненты $f_i(\tilde{x}^B, \tilde{y}_S)(i \in \mathbb{N})$, при этом указанная гарантия, согласно (2.14), максимальна по Слейтеру (наибольшая) среди всех остальных гарантий $f(x^B, y_S)$, достигаемых на любых парах $(x^B, y_S)$ и удовлетворяющих требованиям 1 и 2 определения 2.3.

2. Рассматриваемое равновесие $(\tilde{x}^B, \tilde{f}^S)$ определено «на возможно большее противодействие неопределенности», то есть базируется на принципе гарантированного результата [90, с. 117–120], что объясняет термин «гарантированный» в его названии.

3. Это понятие «достаточно полно», так как содержит частные случаи, основные понятия теории игр и теории многокритериальных задач, при этом необходимо отметить возможность использования оптимумов по Парето, Борвейну, Джоффриону, *A*-оптимальность [90, с. 95–102]. Связь между подобными решениями показана в ранее опубликованной работе [66, с. 104].

4. Понятие гарантированного по Слейтеру равновесия адекватно для практического построения и доказательства факта существования [51, с. 76–77].

*Центральным результатом главы 2 диссертационного исследования является построение балансового равновесия трех макросистем: экономической, правовой и социальной.* С этой целью рассмотрим в качестве игрока управляющую структуру экономической системы, описанной в § 2.1 диссертационного исследования, которая может являться «генератором» дисфункциональных процессов и неопределенностей в комплексной макросистеме, что и было указано ранее, и множеством его стратегий $y \in \mathrm{Y}$ и функцией выигрыша:

$$\psi_{econ}(y,x) = -\sum_{i \in \mathbb{N}} \alpha_i f_i(y,x)$$

для $\alpha_i = const \ge 0 (i \in \mathbb{N}) \wedge \sum_{i \in \mathbb{N}} \alpha_i > 0$, и обозначим еще двух игроков — управляющую структуру социальной и правовой систем с функциями выигрыша соответственно:

$$\psi_{Soc}(y,z,x) = \max\{ f_i(y,z_i \| x) - f_i(y,z)(i \in \mathbb{N}), \sum_{j \in \mathbb{N}} f_j(y,x) - \sum_{j \in \mathbb{N}} f_j(y,z)\}$$

и

$$\psi_{leg}(y,z,x) = -\psi_{soc}(y,z,x) = \psi(y,z,x).$$

Таким образом, первый игрок — это управляющая структура экономической системы *Econ.* с его функцией выигрыша $\psi_{econ}(y,x)$, второй — правовая *Leg.* с функцией выигрыша $\psi_{leg}(y,z,x)$ и третий — социальная система *Soc.* с функцией выигрыша $\psi_{soc}(y,z,x)$.

При этом пусть стратегиями управляющей системы $Soc.$ являются ситуации $x \in \mathrm{X}$ игры (2.8), стратегиями $Leg.$ пусть будут $z \in \mathrm{Z} = \mathrm{X}$, то есть также ситуации игры (2.8), а поскольку экономическая система, как это было показано ранее, определяет специфику построения национальных правовой и социальной макросистем и при этом является источником трансформационных процессов, стратегией игрока $Econ.$ можно считать $y \in \mathrm{Y}$. Рассмотрим вспомогательную игру трех лиц:

$$\left\langle \{Econ., Leg., Soc.\}, \{\mathrm{Y}, \mathrm{Z}, \mathrm{X}\}, \{\psi_i(y, z, x)\}_{i=1,2,3} \right\rangle \tag{2.15}$$

Ситуация равновесия по Нэшу игры (2.15) определяется следующими тремя равенствами:

$$\begin{aligned}
&\max_{y \in \mathrm{Y}} \psi_{Econ.}(y, z^e, x^e) = \psi_{Econ.}(y^e, z^e, x^e),\\
&\max_{z \in \mathrm{Z}=\mathrm{X}} \psi_{Leg.}(y^e, z, x^e) = \psi_{Leg.}(y^e, z^e, x^e),\\
&\max_{x \in \mathrm{X}} \psi_{Soc.}(y^e, z^e, x) = \psi_{Soc.}(y^e, z^e, x^e).
\end{aligned} \tag{2.16}$$

С учетом вида функций $\psi_i(y, z, x)\,(i = 1, 2, 3)$ первого равенства получаем $y^e = y_S$, и пара $(z^e, x^e)$ образует седловую точку антагонистической игры [51, с. 125]:

$$\left\langle \psi(y_S, z, x) = \psi_{Soc.} = (y_S, z, x), \mathrm{Z} = \mathrm{X}, \mathrm{X} \right\rangle.$$

Из вышеуказанного факта и доказанной теоремы о том, что если в антагонистической игре существует седловая точка, то минимальная стратегия является равновесной по Бержу — Парето ситуацией [51, с. 76] в бескоалиционной игре (2.8), следует, что если в игре (2.15) существует равновесная по Нэшу **ситуация, то** $(z^e, f^S = f(y^e, z^e, x^e))$ **и будет гарантированным по Слейтеру балансовым равновесием по Бержу** при необязательном требовании (2.13) определения 2.3.

*Негативным свойством рассматриваемого балансового равновесия* является то, что согласно требованию 1 определения 2.3, ситуация $\tilde{x}^B \in \mathrm{X}$ будет равновесной по Бержу, если:

$$\max_{x \in \mathrm{X}} f_i(\tilde{x} \| x_i^B, y_S) = f_i(\tilde{x}^B, y_S), \tag{2.17}$$

где неопределенность «зафиксирована», при этом в постановке задачи утверждается, что неопределенность $y$ может принимать любые значения из $\mathrm{Y}$. В этом случае возможность реализации среди них конкретной $y_S$ минимальная, при этом равенства (2.17) совсем не обязательно выполнены для других $y \neq y_S$. Далее, если в игре (2.8) осуществляется $y \in \mathrm{Y}, y \neq y_S$, то, по сути, смысл равновесности по Бержу теряется, а ситуация $x^B$ «доставляет» векторную гарантию $\tilde{f}^S = f(\tilde{x}^B, \tilde{y}_S)$ только в случае, если все игроки придерживаются своих стратегий из ситуации $x^B$, не отклоняясь от нее ни при каких ситуациях.

Снять указанное негативное свойство позволяет использование в качестве решения бескоалиционной игры при неопределенности гарантированного равновесия по Бержу, определение и существование которого доказано [51, с. 139–158.].

В качестве практического использования и раскрытия преимуществ равновесия по Бержу рассмотрим модель семейных отношений в структуре из трех лиц и проведем системный анализ факторов, воздействующих на матримониальные отношения в современном мире.

## § 2.5. Пример: модели семейных отношений, основанные на концепциях равновесия по Бержу и равновесия по Нэшу, — в семейной структуре из трех лиц

Одной из регуляторных функций государства в социальной сфере является укрепление и поддержка института семьи как важной структурной составляющей системы общественных отношений. Трансформация семьи в последние десятилетия привела к обновлению практически всех социальных институтов, и важно отметить, что преобразование семьи непосредственно связано с экономическими, социальными и правовыми аспектами произошедших изменений. В свою очередь, преобразования семейных отношений напрямую влияют на социально-экономическую систему в целом и на формирование подходов к государственному регулированию социодемографических процессов [64].

Существуют разные теоретико-методологические подходы к исследованию семейных отношений и возможности их регулирования [154]. Чаще всего они проводятся в рамках социогуманитарных направлений, в то время как в естественных науках подобные исследования встречаются значительно реже. В данной работе предполагается, что конвергенция вышеуказанных направлений на основе междисциплинарного подхода создаст условия для получения наиболее интересных результатов в сфере исследования семейных отношений [64].

Как было указано ранее, семья является фундаментальным структурным элементом частной и общественной жизни [159]. Для современного российского института семьи характерен ряд мировых тенденций, таких как:

1. Нуклеаризация (нуклеарные семьи — это семьи, в которых первостепенную важность имеют отношения между супругами, а не стремление к деторождению) [159].

2. Рост числа разводов по отношению к числу браков и увеличение количества неполных семей.

Таблица 2.1

**Число разводов по отношению к числу браков**

| Годы | Разводы | | Браки | |
|---|---|---|---|---|
| | Единиц | На 100 человек населения | Единиц | На 100 человек населения |
| 2014 | 693 730 | 4,7 | 1 225 985 | 8,4 |
| 2015 | 611 646 | 4,2 | 1 161 068 | 7,9 |
| 2016 | 608 336 | 4,1 | 985 836 | 6,7 |

Источник: Сайт Росстата. Официальная статистика. Население. Демография. URL: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/demography/#

Как видно из таблицы 2.1, причиной роста количества разводов по отношению к числу заключенных браков является не увеличение количества разводов — их число в 2016 году составило 608,3 тысяч, что чуть ниже уровня 2015 года (611,6 тысяч разводов). Согласно данным Росстата, в 2016 году в России наблюдается значительное снижение количества заключаемых браков: с 1 161,0 тысяч в 2015 году до 985,8 тысяч в 2016 году, что составило только 84,8 % от предыдущего года. Показатели сохранности браков также снизились. В 2016 году количество разводов составило 61,7 % от общего количества заключенных браков (в 2015 году — 52,7 %) [64].

В соответствии с Всероссийской переписью населения 2010 года и переписью населения, проведенной в 2014 году в Крымском федеральном округе, который впоследствии вошел в состав Краснодарского края, в структуре семейных ячеек в России с детьми моложе 18 лет количество неполных семей составляет 5 742 017, то есть 48,6 % от общего числа супружеских пар с детьми (табл. 2.2) [64]:

Таблица 2.2

**Структура семейных ячеек**

| Российская Федерация | Количество семей |
|---|---|
| Число семей, имеющих детей моложе 18 лет | 17 555 160 |
| в том числе: | |
| супружеские пары с детьми | 11 813 143 |
| матери с детьми | 5 087 048 |
| отцы с детьми | 654 969 |
| неполные семейные ячейки | 5 742 017 |

Источник: Сайт Росстата. Официальная статистика. Население. Семья, материнство и детство. URL: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/motherhood/#

3. Падение рождаемости. Суммарный коэффициент рождаемости (число детей на 1 женщину) в 2016 году по сравнению с 2015 годом

существенно снизился — на 51 850 детей за год, соответственно снизилась рождаемость (табл. 2.3) [64]:

Таблица 2.3

**Рождаемость и суммарный коэффициент рождаемости**

| Год | Суммарный коэффициент рождаемости | Количество рожденных детей |
|---|---|---|
| 2015 | 1,777 | 1 940 579 |
| 2016 | 1,762 | 1 888 729 |

Источник: Сайт Росстата. Официальная статистика. Население. Демография. URL: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/demography/#

4. Снижение роли внешних этических и общественных факторов. Существенными современными признаками трансформации семейных отношений являются нарушения семейно-нравственных ценностей и изменение значимости внутрисемейных регуляторов поведения в браке, деградация отношений между родителями и детьми, между супругами [6].

Качественным свойством российской семьи являются особенности внешней среды, в которой осуществляется процесс ее жизнедеятельности: с ростом экономического неравенства, вместе с тем и расслоением населения, а также с изменением статуса ранее сложившихся социальных групп процессы преобразования института семьи в России приобретают дисфункциональный и бифуркационный характер. Не случайно среди российских экспертов и ученых, исследующих семейные отношения, так популярна идея возврата к «традиционным ценностям».

По мнению Н. М. Римашевской [159], существуют три основные социально-демографические модели семьи: «…патриархальная, или традиционная; детоцентристская, или современная; супружеская, или постсовременная. В современном обществе они присутствуют одновременно, но каждая со своим весом (50 %, 40 %, 10 %). В динамике первая модель постепенно теряет свое преимущество, а область третьей, напротив, расширяется. В связи с социально-экономическими реформами произошли радикальные изменения функций и роли семьи, ее жизненных циклов и внутрисемейных отношений». Под руководством Н. М. Римашевской в ходе более чем двадцатипятилетних исследований были выявлены факторы, характеризующие изменение института семьи: «Возрастает суверенитет семьи и ее роль в развитии общества; существенно расширилась экономическая функция семьи; произошло ослабление других сфер ее деятельности; “сдача” женщиной своих позиций в приватной сфере привела к устойчивым конфликтам внутри семьи и ее дестабилизации, развитию домашнего насилия».

Матримониальные, самосохранительные и репродуктивные отношения, формируемые в семье на всех уровнях жизни социума, в свою очередь, влияют на демографическое, социально-экономическое развитие страны, поэтому изменения в семейных отношениях принято рассматривать с использованием системного подхода: с позиций макроэкономики, социальных отношений и развития права. Предполагается, что когда возникает потребность оказания государственного регулирующего воздействия на социодемографические процессы, необходимо выявить механизмы, действующие на уровне семьи, потому что бытовая жизнедеятельность населения осуществляется в рамках семейных структур различных форм и моделей. Действующие на микроуровне социальные механизмы, проявляющиеся в семье, отражаются на макроуровне в численности, качестве и тенденциях движения человеческого потенциала. Государственное регуляторное воздействие в социальной сфере на внутренние механизмы семьи позволяет если не управлять, то по крайней мере влиять на воспитание и демографическое воспроизводство, пытаясь тем самым решать проблемы социально-демографического и экономического развития. Многие исследователи и эксперты отмечают, что на современном этапе формируются тенденции, ведущие к преобразованию семейных структур, закономерно изменяющихся с течением времени, и соответствующей трансформации общества в целом.

Ф. Энгельс в книге «Происхождение семьи, частной собственности и государства» [181, 210] проанализировал историю происхождения и развития брака и семьи и показал их перспективы. Он писал о том, что семья имеет «активное начало; она никогда не остается неизменной, а переходит от низшей формы к высшей, по мере того как общество развивается от низшей ступени к высшей» и указал три главные, по его мнению, формы брака, которые «в общем и целом соответствуют трем главным стадиям развития человечества. Дикости соответствует групповой брак, варварству — парный брак, цивилизации — моногамия, дополняемая нарушением супружеской верности и проституцией. Между парным браком и моногамией на высшей ступени варварства вклинивается господство мужчин над рабынями и многоженство» [181, с. 324].

Отметим, что в течение десятков тысяч лет эволюция общества происходила в рамках многообразных форм полигамной семьи. В дошедших до нашего времени письменных источниках историки, этнографы и археологи зафиксировали распад полигамных родовых общин и образование моногамных патриархальных семей. Для решения «загадки полигамии» (или «загадки моногамии») проводилось множество социогуманитарных исследований, предлагались разные объяснения. За многие десятилетия анализа полигинии (от греч. polys — многочисленный и gyne — женщина, жена) исследователи семейных отношений так и не смогли найти ответ на вопрос, почему часть населения отказалась от некогда весьма распространенной полигамии задолго до того, как возникли социально-экономические, правовые, нравственно-культурные и религиозные факторы в пользу моногамии. Ведь полигамия с точки зрения эволюции и естественного отбора — оптимальная форма межгендерных отношений, максимизирующая репродукционный успех родителей.

В международном исследовании 2017 года [268] было показано, что единственное и достаточное условие, необходимое для существования и развития полигамии, — это высокий уровень ресурсной обеспеченности мужчины для содержания более чем одной жены и детей. Авторский коллектив нового комплексного междисциплинарного исследования, основанного на теоретико-игровом подходе, «Отказ от полигинии: объяснение» [161], не только построил математическую модель, объясняющую, почему население, проживающее на территории европейских стран, отказалось от полигамии, но и проверил точность работы построенной ими модели в полевых условиях на примере аграрно-скотоводческой народности кипсигов в Кении. Новая формальная математическая модель семейных отношений одновременно решает «загадку полигинии» и позволяет предположить наличие в обществе более высокоуровневых и мощных механизмов развития человечества, чем главный механизм эволюции — естественный отбор. В указанном выше исследовании полигиния определяется как форма долгосрочных брачных отношений мужчин и женщин, при которой мужчина одновременно состоит в долгосрочных союзах более чем с одной женщиной, а дети от каждого такого союза имеют право наследования по мужской линии.

При анализе построенной модели семейных отношений международный авторский коллектив традиционно использовал концепцию равновесия Нэша [254–257] (это точка соприкосновения интересов игроков, где каждому участнику игры нецелесообразно менять выбираемую им стратегию, если остальные игроки не меняют свои). Оптимальной стратегией, приводящей к выигрышу в игре, и для мужчин, и для женщин считался такой брачный выбор, который бы максимизировал ожидаемый репродуктивный успех. При этом в модели рассматривались два вида «наследуемых богатств»: конкурирующие и не конкурирующие. Второй тип богатств — например, генофонд родителей, — так или иначе наследуется всеми детьми. Первый тип — например, деньги и земля, — традиционно не делились на всех и потому передавались одному или узкой группе наследников. По мнению авторов указанного исследования, оказывается, что «конкурирующие богатства» становятся главным фактором выбора формы союза мужчины и женщины. И если они оба стремятся к максимизации ожидаемого репродуктивного успеха, то, согласно полученному решению игры, они согласованно выбирают моногамию. То есть, если «конкурирующих богатств» в семье нет или их недостаточно, эволюцию народа, представителями которого является рассматриваемое семейное построение, определяет естественный отбор на фоне полигамии. Если же «конкурирующих богатств» в изобилии, особенно у богатого меньшинства населения, к которому мечтают присоединиться представители бедного меньшинства, то факторы биоэволюции уступают факторам благополучия и общество стремится к моногамии. Таким образом, международным авторским коллективом исследования «Отказ от полигинии: объяснение» представлено подтвержденное экспериментом математическое объяснение «загадки полигинии» и, что самое важное, доказана гипотеза о наличии более высокоуровневых и более мощных механизмов развития цивилизации, чем естественный отбор.

Жизнеспособность государства детерминируется в том числе демографическим фактором и образованием новых форм моногамной семьи, не всегда прогрессивных. Институт семьи остается основным механизмом воспроизводства, поэтому в диссертационном исследовании предполагается, что особое внимание должно быть уделено нравственным основам семейных отношений. Г. Гегель писал, что семья «представляет собой естественное общество, члены которого связаны любовью и доверием» [159, 170]. Именно институт семьи выполняет в обществе такие социально значимые функции, как репродуктивная, регулятивная, и исторически через механизм семьи идет передача по наследству собственности, социального опыта и нравственных стандартов [159, 170]. Одним их древнейших, специфических и в то же время распространенных нравственных обобщений, выражающих накопленный опыт, является Золотое правило нравственности. С учетом изложенного можно предположить, что это правило является одним из основных этических регуляторов семейных отношений.

Построим формальную математическую *модель семейных отношений, основанную на концепции равновесия по Бержу*, которое раскрывает смысл Золотого правила нравственности и демонстрирует механизмы «традиционных семейных ценностей». Но перед этим рассмотрим модель семейных отношений, основанную на широко применяемой концепции равновесия по Нэшу.

Итак, сегодняшний день характеризуется тем, что семья все хуже выполняет свои основные общественные функции, перекладывая их, с развитием социального обслуживания, здравоохранения, пенсионной системы, на другие социальные институты [159, 170]. К общественным функциям семьи относят репродуктивную, воспитательную, коммуникативную, обучающую, эмоциональную, хозяйственно-бытовую, экономическую и пр. [6]. Большинство из перечисленных функций относятся к нравственным категориям, которые должны воспроизводиться в семье от поколения к поколению. Так как же происходит трансформация внутрисемейных отношений? Например, основная функция семьи — рождение и воспитание детей. Она сохраняется, но число детей остается на уровне одного-двух, и их воспитанием все в большей мере занимаются не родители, а специалисты-воспитатели, детские дошкольные учреждения и школа. Например, женщина, воспитывающая детей дошкольного возраста и находящаяся в социуме, вынуждена работать из-за нарастающей бедности, что во многих случаях является причиной трансформации отношений между ней, детьми и мужем. Растет уровень занятости женщин в возрасте 20–49 лет, имеющих детей дошкольного возраста (по возрасту младшего ребенка), что видно из табл. 2.4 [64,159].

Таблица 2.4

**Уровень занятости женщин в возрасте 20–49 лет, имеющих детей дошкольного возраста, по возрасту младшего ребенка (по данным выборочного обследования рабочей силы; в процентах)**

| Категория женщин | Годы | | |
|---|---|---|---|
| | 2014 | 2015 | 2016 |
| Женщины, имеющие детей дошкольного возраста (0–6 лет) — всего | 64,0 | 64,0 | 64,9 |
| в том числе имеющие детей в возрасте: | | | |
| 0–2 лет | 47,7 | 47,1 | 47,2 |
| 3–6 лет | 78,5 | 77,6 | 77,8 |

Источник: Сайт Росстата. Официальная статистика. Население. Семья, материнство и детство. URL: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/motherhood/#

В то же время значительную роль начинают играть функции семьи, связанные с индивидуализированным и эгоистичным поведением членов семьи. Многие ученые отмечают, что подобные проявления изменения института семьи вызваны «урбанизацией, индустриализацией, продлением сроков обучения (ростом уровня образования, особенно детей и женщин), развитием пенсионной системы, ростом занятости и эмансипацией женщин, социально-экономическими процессами, которые происходят во всем мире и считаются прогрессивными и необратимыми», о чем писал Д. Колдуэлл еще в 1976 году [105, 159].

Так каким же образом члены семьи должны относиться друг к другу и на чем строятся внутрисемейные отношения? В диссертационном исследовании предполагается, что базисом для положительного развития и обеспечения устойчивости семейных отношений являются нравственные категории, присущие в той или иной степени каждому члену семьи [64].

Рассмотрим привычную для многих семейную структуру, состоящую из трех индивидов: муж-отец (*man*), жена-мать (*women*) и ребенок (*child*). Исходя из современных реалий, при условии, что все члены семьи принимают решения самостоятельно, построим бескоалиционную игру трех лиц:

$$\Gamma_3 = \left\langle \{1,2,3\}, \{\mathrm{X}_i\}_{i=m,w,ch} \{f_i(x)\}_{i=m,w,ch} \right\rangle,$$

где каждый член семьи $i = \{m, w, ch\}$ выбирает свою стратегию $x_i \in \mathrm{X}_i \subseteq \mathrm{R}^{n_i}$ с целью повысить качество своего функционирования $f_i(x = (x_m, x_w, x_{ch}))$, то есть выигрыш $f_i(x)$ в сложившейся ситуации $x = (x_m, x_w, x_{ch}) \in \mathrm{X}_m \times \mathrm{X}_w \times \mathrm{X}_{ch} = \mathrm{X}.$

При принятии решений в настоящее время доминирует концепция равновесия по Нэшу. Для рассматриваемого примера ее реализует набор $(x^e = (x_m^e, x_w^e, x_{ch}^e), f^e = (f_m(x^e), f_w(x^e), f_{ch}(x^e))) \in \mathrm{X} \times \mathrm{R}^3$, который определяется тремя требованиями:

$$\begin{cases} f_m(x^e) = \max\limits_{x_m \in \mathrm{X}_m} f_m(x_m, x_w^e, x_{ch}^e), \\ f_w(x^e) = \max\limits_{x_w \in \mathrm{X}_w} f_w(x_m^e, x_w, x_{ch}^e), \\ f_{ch}(x^e) = \max\limits_{x_{ch} \in \mathrm{X}_{ch}} f_{ch}(x_m^e, x_w^e, x_{ch}). \end{cases}$$

Смысл каждого равенства заключается в том, что каждый член семьи стремится удовлетворить свои «эгоистические амбиции», то есть улучшить качество только своего функционирования, ставя свои личные интересы выше остальных. Проявление подобного эгоистического поведения отдельных членов семьи и является одной из причин трансформации семьи как социального института. По сути, приведенная система равенств — это *математическая модель эгоистичных отношений в семейной структуре из трех лиц* [64].

Антоним эгоизма — альтруизм, который включает в себя такую нравственную категорию, как самопожертвование, что для семейных отношений может иметь негативный характер. Концепция же равновесия по Бержу отражает Золотое правило нравственности только в позитивном его толковании — как «стремление к деятельности на пользу других, желание принести пользу ближнему» [50]. Оно реализуется набором $(x^B=(x_m^B,x_w^B,x_{ch}^B),\ f^B=(f_m(x^B),f_w(x^B),f_{ch}(x^B)))\in \mathrm{X}\times \mathrm{R}^3$ и определяется тремя соответствующими требованиями:

$$\begin{cases} f_m(x^B)=\max\limits_{x_w,x_{ch}\in \mathrm{X}_w\times \mathrm{X}_{ch}} f_m(x_m^B,x_w,x_{ch}),\\ f_w(x^B)=\max\limits_{x_m,x_{ch}\in \mathrm{X}_m\times \mathrm{X}_{ch}} f_w(x_m,x_w^B,x_{ch}),\\ f_{ch}(x^B)=\max\limits_{x_m x_w\in \mathrm{X}_m\times \mathrm{X}_w} f_{ch}(x_m,x_w,x_{ch}^B). \end{cases}$$

В этих равенствах заключается следующий смысл: муж-отец стремится за счет выбора $x_m^B$ «максимально удовлетворить интересы» жены-матери и ребенка, согласно формальным требованиям:

$$\max_{x_m,x_{ch}\in \mathrm{X}_m\times \mathrm{X}_{ch}} f_w(x_m,x_w^B,x_{ch})=f_w(x^B),\quad \max_{x_m,x_w\in \mathrm{X}_m\times \mathrm{X}_w} f_{ch}(x_m,x_w,x_{ch}^B)=f_{ch}(x^B).$$

Жена-мать и ребенок, соответственно:

$$\max_{x_w,x_{ch}\in \mathrm{X}_w\times \mathrm{X}_{ch}} f_m(x_m^B,x_w,x_{ch})=f_m(x^B)$$

максимизируют за счет $x_w=x_w^B,\ \ x_{ch}=x_{ch}^B$ функцию выигрыша мужа-отца. Поведение жены-матери следующее: максимизируя за счет выбора $x_w^B$ качество функционирования мужа-отца и ребенка, благодаря их действиям получает наибольшее «удовлетворение своих интересов». Ребенок, воспитанный на примере поведения родителей, которые максимизируют функции выигрыша:

$$\max_{x_m,x_w\in \mathrm{X}_m\times \mathrm{X}_w} f_{ch}(x_m,x_w,x_{ch}^B)=f_{ch}(x^B),$$

в свою очередь, стремится улучшить $x_{ch}^B$ следующим образом:

$$\max_{x_w,x_{ch}\in \mathrm{X}_w\times \mathrm{X}_{ch}} f_m(x_m^B,x_w,x_{ch})=f_m(x^B),\quad \max_{x_m,x_{ch}\in \mathrm{X}_m\times \mathrm{X}_{ch}} f_w(x_m,x_w^B,x_{ch})=f_w(x^B).$$

*Следовательно, в модели семейных отношений, построенной с применением концепции равновесия по Бержу, каждый из трех членов семьи улучшает качество функционирования остальных двух и одновременно ощущает на себе точно такое же действие, то есть наглядно демонстрируется принцип Золотого правила нравственности, что характерно для «традиционных семейных ценностей»* [64].

В работе [51] выявлена внутренняя неустойчивость множества равновесий по Бержу. С целью преодоления этого негативного свойства в следующих главах диссертационного исследования (глава 5) предложен способ построения равновесия по Бержу, одновременно максимального по Парето. Способ сводится к нахождению седловой точки вспомогательной антагонистической игры, конструируемой по исходной бескоалиционной. Устанавливается также существование равновесной по Бержу ситуации в смешанных стратегиях при обычных в теории игр ограничениях, то есть при компактности множеств стратегий игроков и непрерывности их функций выигрыша, исследования проводятся для статического варианта игры.

Вернемся к вопросам государственного регулирования социодемографических процессов. Одним из приоритетных направлений современной социальной политики является поддержка семьи, материнства и детства [55]. Комплекс мер, который использует регулятор (Правительство Российской Федерации), в социальной сфере представлен рядом документов: Концепция долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2020 года; Концепция демографического развития Российской Федерации до 2025 года; Национальная стратегия действий в интересах детей на 2017–2022 годы; Концепция государственной семейной политики в Российской Федерации до 2025 года, а также нормативными правовыми актами министерств и ведомств, осуществляющих деятельность в социальной сфере. Социальная политика государства, направленная на поддержку семей с детьми, подразумевает разработку и реализацию государственных и федеральных целевых программ, обеспечивающих указанным категориям населения получение государственных социальных гарантий. Динамика размеров основных минимальных социальных гарантий, установленных в соответствии с законодательством Российской Федерации, представлена в табл. 2.5 [64].

Таблица 2.5

**Размер основных минимальных социальных гарантий, установленных в соответствии с законодательством Российской Федерации (данные приведены в соотношении с величиной прожиточного минимума на 01.01.2018, в процентах)**

| Минимальные социальные гарантии | Годы | | |
|---|---|---|---|
| | 2015 | 2016 | 2017 |
| Минимальный размер оплаты труда | 57,3 | 59,0 | 70,1 |
| Ежемесячное пособие на период отпуска по уходу за ребенком до достижения им возраста 1,5 лет: | | | |
| по уходу за первым ребенком | 28,6 | 30,1 | 31,4 |
| по уходу за вторым и последующими детьми | 57,3 | 60,1 | 62,8 |
| Ежемесячное пособие по уходу за ребенком в двойном размере до достижения ребенком возраста 3 лет гражданам, подвергшимся воздействию радиации вследствие катастрофы на чернобыльской АЭС | 57,3 | 60,1 | 62,8 |
| Ежемесячное пособие на ребенка военнослужащего, проходящего военную службу по призыву | 103,7 | 108,8 | 113,7 |
| Ежемесячные выплаты неработающим трудоспособным лицам, осуществляющим уход за ребенком-инвалидом в возрасте до 18 лет или инвалидом с детства I группы: | | | |
| родителю (усыновителю) или опекуну (попечителю) | 52,9 | 52,3 | 51,4 |
| другим лицам | 11,5 | 11,4 | 11,2 |
| Минимальный размер пособия по безработице | 8,2 | 8,1 | 7,9 |
| Размер государственных академических стипендий | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| студентов, обучающихся по образовательным программам: | | | |
| высшего образования | 12,9 | 12,7 | 13,9 |
| среднего профессионального образования | 4,7 | 4,6 | 5,0 |

Источник: Сайт Росстата. Официальная статистика. Население. URL: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/population/urov/garan.htm

Социальная поддержка семей с детьми различается по формам: денежная, натуральная, услуги и льготы; и получателям: дети, многодетные семьи, беременные женщины, малоимущие, сироты и дети, оставшиеся без попечения родителей. Бóльшая часть помощи указанным категориям населения приходится на денежную форму, которая осуществляется преимущественно через пособия, ежемесячные денежные выплаты и компенсации и через реализацию государственных целевых программ. Так, например, в Программе «Социальная поддержка граждан» (URL: http://programs.gov.ru/Portal/programs/passport/03) существует подпрограмма «Обеспечение государственной поддержки семей, имеющих детей», состоящая из ряда мероприятий — социальных программ, таких как оказание мер государственной поддержки в связи с беременностью и родами, а также помощи гражданам, имеющим детей; обеспечение выплаты ежемесячных пособий и пособий (компенсаций) на проведение летнего оздоровительного отдыха детей; оказание социальной поддержки многодетным семьям; предоставление материнского (семейного) капитала. Цель реализации указанной подпрограммы — преодоление негативных демографический тенденций, стабилизация и рост численности населения, обеспечение пособиями и компенсациями граждан, имеющих детей, оздоровление детского населения. Подобные социальные программы функционируют на основе заявительного принципа, и во многом зависят не только от активности самих семей с детьми, но и от их информированности в вопросах обеспечения законных прав [64].

Анализ государственных программ, реализуемых в социальной сфере, показывает:

— поддержка семей не имеет комплексного, системного характера, отличается фрагментарностью и в основном направлена на стимулирование рождения ребенка и поддержку семьи до достижения им возраста 1,5 лет;

— существует серьезная проблема компенсаций и пособий для семей с детьми: «их недоработанность, недифференцированность, слабая обеспеченность разработанных и апробированных механизмов выплаты пособий, мизерность размеров пособий при их большом количестве» [56];

— наиболее остро стоит вопрос, связанный с «запутанностью сферы законодательства, которая должна обеспечивать выплату пособий населению: в России разработаны более 200 нормативных правовых актов в части обеспечения мер семейной политики на федеральном уровне и более 2 000 нормативных документов регионального уровня, которые касаются мер семейного и демографического регулирования» [56]. Пособия и льготы для семей с детьми дифференцированы по 190 наименованиям [55]. Систематизация законодательства в сфере семейной политики является необходимым условием для стабилизации и упрочнения института семьи. Данная мера повысила бы эффективность регулирования социальной сферы в части семейной и демографической политики и увеличила доступность мер социальной поддержки для семей с детьми [64].

## Выводы к главе 2

Теория игр представляет собой математический аппарат для анализа и разработки стратегий и принятия оптимальных решений в условиях неопределенности. Применение теоретико-игрового инструментария к социально-экономическим проблемам общества позволяет решать сложные стратегические задачи, в частности проблему сбалансированности трех значимых с точки зрения общества макросистем: экономической, правовой и социальной. Предлагаемая в главе 2 диссертационного исследования *новая концепция балансового равновесия экономической, правовой и социальной макросистем*, основанная на модели гарантированного по Слейтеру балансового равновесия по Бержу, заключается в построении и обосновании указанного равновесия. Равновесная модель создана с учетом воздействия факторов неопределенности, в частности учтен тот факт, что современной экономической системе внутренне присущи: неопределенность, противоречивость, многокритериальность и неполнота информации.

Таким образом, в диссертационной работе предложен новый подход к принятию стратегических решений, *направленный на решение интегральной проблемы сбалансированности трех указанных макросистем путем построения и обоснования модели гарантированного по Слейтеру балансового равновесия по Бержу, что, в свою очередь, будет способствовать решению проблемы бедности населения*.

Предлагаемое в противовес неолиберальной экономической доктрине и в дополнение к широко используемому при экономико-математическом моделировании равновесию по Нэшу, которое основано на принципе индивидуальной рациональности, равновесие по Бержу предлагает способ построения балансового равновесия, базирующийся на философско-нравственных принципах. При этом в главе 2 диссертации также рассмотрены позитивные и негативные свойства рассматриваемого равновесия, среди которых указано свойство внутренней неустойчивости, присущее рассматриваемым системным равновесиям. Для целей настоящего диссертационного исследования указанное свойство, безусловно, важно, но не является критическим, так как служит драйвером перехода от одной ступени функционирования систем к другой. При этом далее в доказанной теореме существования (глава 5) учитывается эффект внутренней неустойчивости множества равновесий по Бержу и в понятие указанного равновесия внесено требование максимальности по Парето по отношению к другим ситуациям равновесия по Бержу. Также доказано существование Парето-равновесной по Бержу ситуации при непрерывных функциях выигрыша и компактных множествах смешанных стратегий игроков.

В качестве примера практического использования построенной модели равновесности по Бержу в настоящей главе проведено исследование динамики семейных структур и отношений, оказывающих влияние на систему жизнедеятельности народонаселения, состояние, перспективы и возможности государственного регулирования социодемографических процессов в России. Построены математические модели семейных отношений, основанные на концепциях равновесия по Бержу и равновесия по Нэшу — в семейной структуре из трех лиц.

# ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ НА МАКРОУРОВНЕ В СОЦИАЛЬНОЙ СФЕРЕ

Для формирования нового научно-теоретического подхода к совершенствованию процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере разработана и обоснована иерархическая модель управления социальной сферой и принятия решений на каждом уровне иерархии. С этой целью построена многоуровневая математическая модель управления динамикой сложных социально-экономических макросистем в условиях неопределенности при неидентичности в структуре и объемах информации на различных уровнях иерархии и предложен новый подход к построению и решению задачи управления динамикой социальной сферы на примере системы социальной защиты и поддержки населения. Предложен новый метод формализации гарантированных решений в многокритериальных задачах принятия решений в условиях неопределенности, о которой известны лишь границы ее изменений. Формализовано гарантированное решение, основанное на модификации принципа минимаксного сожаления Сэвиджа, построено понятие пары — перечня государственных социальных гарантий для населения и векторных социально-экономических рисков, при возникновении которых отдельные категории населения могут реализовать свое конституционное право на получение данных социальных гарантий. Доказана теорема существования гарантированного решения при обычных в теории многокритериальных задач ограничениях и предложен способ его построения.

## § 3.1. Системный анализ трансформации системы социальной защиты и поддержки населения

В данном параграфе рассмотрен один из подходов к построению и решению задачи управления динамикой сложных социально-экономических систем в условиях неопределенности, под которой понимается неполнота и/или неидентичность в структуре и объемах информации на разных уровнях иерархии. Системный анализ проведен на примере трансформируемой в настоящее время сферы социальной защиты и поддержки населения как составной части социально-экономической макросистемы. Предложены методы и технологии исследования проблем с использованием теоретико-игрового инструментария с целью улучшения качества жизни и решения проблем бедности социально незащищенных слоев населения.

Согласно теории систем [14, 107, 115, 157], в общем виде социально-экономические системы относят к классу сложных динамических и структурированных макросистем, которые состоят из взаимодействующих, взаимовлияющих систем и имеют выраженную иерархическую структуру. Например, нормативно определенную по уровням государственной власти — трехуровневую. В свою очередь, социально-экономические макросистемы являются составляющими общества в целом. В частном случае сложная социально-экономическая макросистема состоит из социальной и экономической систем, которые выполняют определенные функции. Экономическая как совокупность всех хозяйственных отношений, реализуемых в обществе, находится в непрерывном взаимодействии с элементами социальной системы, которая также представляет собой составную часть общества с определенной структурой, человеческим капиталом, социоэкономическими и социодемографическими явлениями.

В процессе функционирования сложной социально-экономической макросистемы часто возникает подмена функций управления инструментами социального конструирования, тогда субъекты и объекты общественных отношений, включенные в функционирование данной макросистемы, начинают выполнять не свойственные им функции. В частности, управление социально-экономическими процессами, направленное на улучшение качества жизни населения и преодоление экономического неравенства, осуществляется в настоящий момент в основном через применение инструментов социального инжениринга, а не путем развития промышленного потенциала, направленного на экономический рост. В этом случае механизмы социального конструирования и проектирования становятся основой управления социально-экономическими процессами, подменяя собой инструменты экономической политики. Как следствие, нарушается баланс в функционировании систем и элементов системы, а поведение макросистемы становится дисфункциональным. Следствием дисфункциональности или нестационарности [124, с. 91] в конечном итоге является расширение зоны бедности, рост экономического неравенства, снижение объемов социальной поддержки населения и рост социальной напряженности.

Следует отметить, что нестационарность обусловлена, как правило, наличием неопределенности и конфликтности, внешними и внутренними рисками. Рост цены принятия управленческих решений при наличии указанных факторов сложной социально-экономической макросистемы пропорционален стоимости ресурсов для выхода из сложных, конфликтных и критических ситуаций.

В этом случае целесообразно применение различных инструментов моделирования социально-экономических явлений и процессов при построении моделей сложных макросистем, которые учитывали бы различные типы внутреннего взаимодействия и влияние внешней среды [147]. В диссертационной работе исследование социально-экономических процессов предполагает использование инструментария теории игр и теории многокритериальных задач как метода экономико-математического моделирования.

Теория игр — совокупность математических моделей и одновременно инструментарий для анализа и разработки как краткосрочных, так и долгосрочных стратегий, определяющих, например, правила поведения частных социально-экономических систем и принятия оптимальных управленческих решений в условиях конфликтов и неопределенности на уровне микроанализа [148].

Будут ли вышеуказанные закономерности, применяемые, как правило, на микроэкономическом уровне, справедливы для макроанализа? Ответ на этот вопрос можно получить, рассматривая основные тенденции трансформации социальной сферы последних лет. Социальная сфера как сложная социально-экономическая макросистема состоит из ряда жизнеопределяющих для населения отраслей. Однако с 1990-х годов по настоящее время в ходе принятия стратегических решений, трансформирующих социальную сферу, *осуществляется переход от прежних принципов всеобщего социального обеспечения к европейской системе социальной защиты, которая предусматривает государственную поддержку только отдельных категорий населения*. Этот факт явился основанием для более детального исследования системы социальной защиты и поддержки населения и процесса разгосударствления отраслей социальной сферы.

Так, в последние десятилетия объем бюджетных ресурсов, выделяемых на функционирование системы социальной защиты и поддержки населения с целью повышения качества жизни малообеспеченных и социально незащищенных граждан, неуклонно уменьшается. При реализации государственной политики в социальной сфере на федеральном, региональном и муниципальном уровнях акцент смещается в сторону уменьшения объемов целевых поступлений. С уменьшением объемов федерального бюджетного финансирования из социальной сферы вытесняются бюджетные и казенные учреждения путем их реорганизации в автономные учреждения, которые, по сути, являются коммерческими структурами. Параллельно происходит формирование системы социально ориентированных некоммерческих организаций (СО НКО) посредством предоставления президентских грантов. На данный момент СО НКО имеют ряд источников финансирования: через контрактную систему — целевые средства федерального бюджета (торги для субъектов СО НКО), за счет предоставления и оказания платных социальных услуг населению, а также за счет договоров пожертвования от организаций корпоративного сектора экономики и физических лиц. *Таким образом, происходит постепенное разгосударствление социальной сферы.*

Вместо организованной и жестко структурированной иерархической системы с единым координирующим центром, появляется множество отдельных организаций различных организационно-правовых форм собственности, принимающих решения и действующих на рынке социальных услуг и продуктов самостоятельно, независимо друг от друга. Идет трансформация прежней сферы социальной защиты и поддержки населения в слабоструктурированную, нестационарную и децентрализованную систему, базирующуюся на принципе индивидуальной рациональности. Отметим также, что в настоящее время путем систематического применения инструментов социального конструирования через различные средства массовой информации искажается и ограничивается информационное поле о реализуемых государством социальных реформах: пенсионного обеспечения, социальной поддержки малоимущих граждан и других вопросов социального обеспечения.

Нестационарность рассматриваемой сложной социально-экономической макросистемы определяется присущей ей динамичностью и наличием неопределенности [123]. Под неопределенностью понимается неполнота или неточность информации на разных уровнях иерархии об условиях реализации выбранного решения в социально-экономических системах [60, 69].

Использование в диссертационном исследовании инструментария теории игр в решении проблем принятия решений в сложных социально-экономических макросистемах заключается в построении экономико-математических моделей и анализе указанных процессов при определенных предположениях об экзогенных и эндогенных переменных, конструктивном синтезе параметров исследуемых макросистем и управляющего воздействия [60, 69].

Моделирование сложных социально-экономических макросистем как целостных совокупностей взаимосвязанных и взаимодействующих социальных и экономических институтов усложняется требованиями к получению реалистичных решений, которые приводят к увеличению размерности модели из-за уточнения ее параметров. Поэтому необходимы декомпозиция модели и разработка иерархии взаимосвязанных математических моделей, тем более что структура регулируемых систем институционально определена тремя уровнями иерархии [60].

Научное обеспечение задач управления социально-экономическими макросистемами ставит следующие проблемы:

1) разработка стабилизирующих управлений;
2) согласованность критериев принятия решений в социально-экономической макросистеме;
3) согласованность иерархического взаимодействия;
4) необходимость учета факторов неопределенности и, как следствие, соответствующих рисков.

Устойчивое функционирование таких макросистем определяется динамическим свойством управляемости и предполагает ряд требований:

1) практически монотонного возрастания некоторых показателей функционирования системы (уровень жизни, уровень доходов, уровень занятости, уровень сбережений населения и т.д.);
2) асимптотической устойчивости (стабилизируемости) макросистемы;
3) гармонизации всех уровней иерархии.

Далее предполагается постановка иерархической задачи и предлагаются возможные методы ее решения на примере системы социальной зашиты и поддержки населения [60].

## § 3.2. Многоуровневая динамическая модель управления системой социальной защиты и поддержки населения

Современное состояние теории управления и теории игр позволяет исследовать сложные социально-экономические нестационарные макросистемы. В случае больших размерностей выстраиваемых моделей аналитические методы сочетают с численным моделированием и применяют декомпозицию моделей. Приведенные выше признаки сложных систем: открытость, иерархичность, нелинейность, динамичность и др. — допускают применение методов нелинейного анализа, дифференциальных игр, методов рациональных управлений. Модели иерархического взаимодействия [138] применяются в связи с гармонизацией интересов сторон с целью устранения конфликтов [114].

Макроэкономические модели представляют собой формализованное описание различных социальных и экономических явлений и процессов в целях выявления взаимосвязей между ними [153]. С помощью подобной обобщенной модели определяется комплекс альтернативных способов управления динамикой сложной социально-экономической макросистемы. Необходимо отметить, что при принятии решений могут оказаться полезными даже грубые модели, если они приведут к положительным результатам и/или к компенсации возможных негативных последствий управления.

Рассмотрим *модель трехступенчатой иерархической социально-экономической системы* по уровням государственной власти (федеральной, региональной, муниципальной) [60].

Функции реализации государственной политики в социальной сфере осуществляет в том числе Министерство труда и социальной защиты Российской Федерации (далее — Минтруд). Согласно постановлению Правительства РФ от 19 июня 2012 г. № 610 «Об утверждении Положения о Министерстве труда и социальной защиты Российской Федерации» управляющее воздействие Министерства институционально определяется функциями по выработке и реализации государственной политики и нормативно-правовому регулированию в сфере демографии, труда, уровня жизни и доходов, оплаты труда, пенсионного обеспечения, включая негосударственное пенсионное обеспечение, социального страхования (за исключением обязательного медицинского страхования), включая вопросы тарифов по страховым взносам, условий и охраны труда, социального партнерства и трудовых отношений, занятости населения и безработицы, трудовой миграции, альтернативной гражданской службы, государственной гражданской службы, социальной защиты населения, в том числе социальной защиты семьи, женщин и детей, граждан пожилого возраста и ветеранов, граждан, пострадавших в результате чрезвычайных ситуаций, опеки и попечительства в отношении совершеннолетних недееспособных или не полностью дееспособных граждан, социального обслуживания населения, оказания протезно-ортопедической помощи, реабилитации инвалидов, проведения медико-социальной экспертизы, по разработке и организации внедрения и консультативно-методическому обеспечению мер, направленных на предупреждение коррупции в организациях, по контролю за выполнением этих мер, по методическому обеспечению мер, направленных на развитие муниципальной службы, а также по управлению государственным имуществом и оказанию государственных услуг в установленной сфере деятельности [60].

Наряду с вышеизложенными функциями, Минтруд определяет деятельность региональных и муниципальных органов государственной власти соответствующих уровней социальной защиты, центров социальной поддержки, учреждений и организаций, осуществляющих свою деятельность в социальной сфере [60].

Одной из важнейших целей регулирования социальной сферы является преодоление экономического неравенства через устранение диспропорций бедности путем увеличения доходов малоимущего и социально незащищенного населения. С середины 2000-х годов стали разрабатываться и внедряться новые организационно-правовые механизмы в практику организации социального обеспечения населения, которые находят выражение в государственных целевых программах, которые содержат перечень социальных услуг (продуктов) как конечных продуктов и объемов их оказания населению. Для каждой Программы сформулированы цели, задачи, целевые индикаторы, определены их значения, составлен план реализации [125].

Значительный перечень Программ социальной поддержки отдельных категорий граждан (инвалидов, многодетных семей, детей, оставшихся без попечения родителей, и др.), которые обеспечивались за счет бюджетных средств, был принят на уровне субъектов Российской Федерации. При этом необходимо отметить, что вследствие роста закредитованности регионов указанные Программы не обеспечены адекватным финансированием, поэтому не реализуются в полном объеме [60].

### 3.2.1. Построение экономико-математической динамической модели системы защиты и поддержки населения

В рассматриваемой социально-экономической системе Минтруд вырабатывает перечень из разных социальных услуг (продуктов) населению $P_1, P_2, ..., P_M$. Для выполнения Программы необходимо, чтобы социальные услуги (продукты) предоставлялись (производились) в течение определенного периода времени и в определенных количествах $P_j^*(t)(j=1,...,M)$. Тогда реализации Программы в момент времени $t$ характеризуется системой некоторых индикаторов (показателей) $r_j(t)=P_j(t)/P_j^*(t)$, а оценку качества реализации Программы и оказания $j$-й услуги в течение определенного периода времени $[0,T]$ можно оценить достижение определенного индикатора, то есть: $\overline{r}_j = \min\limits_{t\in[0,T]} r_j(t)$. Предположим, что чем лучше

Министерство реализует Программу, тем больше по $P=\left(P_1\left(t\right),...,P_M\left(t\right)\right)$ функционал [60,73]:

$$J^{Gov}\left(P\right)=\min_j \overline{r}_j=\min_j \min_i P_j\left(t\right)/P_j^*\left(t\right). \qquad (3.1)$$

Это означает стремление к увеличению доли производимых социальных услуг (продуктов) в структуре валового внутреннего продукта. В этой связи нелишне будет повторить, что сложной социально-экономической макросистеме присуща субординация уровней и иерархический принцип построения.

Далее предполагается, что в рассматриваемой сложной социально-экономической макросистеме функционируют соответствующие Центры. Под Центрами понимаются региональные органы государственной власти, например региональные министерства, департаменты и/или управления социальной защиты населения, осуществляющие функции управления социальной сферой. Они координируют деятельность Организаций — коммерческих и некоммерческих структур любой организационно-правовой формы, осуществляющих свою деятельность в социальной сфере на муниципальном уровне.

Задачи Центров:

1) распределение средств федерального и регионального бюджетов (государственных инвестиций) в основные фонды Организаций $U_i$ $(i=1,...,N_i)$, осуществляющих свою деятельность в социальной сфере;

2) распределение государственных средств по фондам заработной платы работников социальной сферы $Q_i(t)$ $(i=1,...,N_i)$.

Центру предлагается и/или им самостоятельно разрабатывается его Программа $P_j^{i^*}(t)(i=1,...,N;\ j=1,...,M)$ оказания социальных услуг населению.

Так как объем получаемых федеральных субсидий зависит от объема оказываемых услуг, то стремление *i*-го Центра можно описать в виде максимизации функционала по $U=(U_1(t),\dots,U_{N_i}(t)$ и $Q=(Q_1(t),\dots,Q_{N_i}(t))$ [73]:

$$J_i^{Cen}(U,Q)=\min_j \min_i P_j^i(t) / \mathrm{P}_j^{i^*}(t) \ \ (i=1,\dots,N_i)\,. \qquad (3.2)$$

Для охвата более широкого класса задач будем считать, что цели $i$-го Центра описываются некоторым функционалом, зависящим от результатов деятельности территориальных Организаций по оказанию (производству) социальных услуг (продуктов) [73]:

$$I_i^{Cen}\left[U,Q\right]=I_i^{Cen}\left(J_1^{Cen}(U,Q),\dots,J_{N_i}^{Cen}(U,Q)\right). \qquad (3.3)$$

Бюджетную политику государства и формирование частей бюджета на реализацию социальных обязательств осуществляет Министерство финансов Российской Федерации (далее — Минфин). Обозначим через $z(t)$ объем средств федерального бюджета (денежный ресурс), выделяемый Минфином на осуществление социальной политики государства в данный момент времени $t$. В качестве доходной части бюджета в социальной сфере опосредованно можно рассмотреть следующие составляющие.

Налоговые доходы:

1. Налог на основные фонды (в единицу времени) $k$-й Организации, входящей в $i$-е объединение Организаций по территориальному признаку, обозначим $x_{ik}(t)$. Организация $(i,k)$ отчисляет средства $\lambda_x x_{ik}$ — средства, которые через налоговую систему поступают в Минфин, то есть в Минфин поступает средств [60, 73]:

$$z_x^{(t)}=\lambda_x\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N_i}x_{ik}(t)\,. \qquad (3.4)$$

2. Налог на добавленную стоимость [60,73]. Пусть в единицу времени Организация $(i,k)$ поставила социальную услугу (продукт) $\left\{P_1^{ik}(t),\dots,P_M^{ik}(t)\right\}$. Если $c_j$ — цена продукта (услуги) $P_j^{ik}(t)$, а в виде налога государству отчисляется сумма $c_j^*$, то Организация $(i,k)$ получает:

$$\sum_{j=1}^{M}\left(c_j - c_j^*\right)P_j^{ik}(t), \tag{3.5}$$

а от всех Организаций:

$$z_p^t = \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N_i}\sum_{j=1}^{M} c_j^* P_j^{ik}(t) = \sum_{j=1}^{M} c_j^* P_j(t), \tag{3.6}$$

где $P_j$ суммарная *j*-я услуга (суммарный продукт).

Вследствие негативных трансформационных процессов в экономической системе и растущей социальной нагрузки последних лет доходные части бюджетов всех уровней несут потери. Помимо дотаций на выравнивание бюджетной обеспеченности регионов и дотаций на частичную компенсацию расходов на реализацию социальных обязательств, Минфин осуществляет процесс бюджетного кредитования регионов под процент. Поэтому можно утверждать, что в качестве доходов Минфин также получает процент от бюджетных кредитов. Если $y_i(t)$ — количество денежных средств, которое *i*-му Центру было предоставлено в кредит, то он выплачивает в единицу времени денежные средства в размере $\lambda_{y_i} y_i(t)$ $(\lambda = const)$. При этом в форме процента от кредита в единицу времени, Минфин получает сумму [60,73]:

$$z_y(t) = \sum_{i=1}^{M} y_i(t)\lambda_{y_i}. \tag{3.7}$$

Сложившаяся в последние десятилетия практика принятия решений в социальной сфере привела к тому, что часть Организаций социальной сферы, если им это институционально разрешено, вынуждены также брать кредиты. Если $y_{ik}(t)$ — размер полученного Организацией кредита под процент $\lambda_{y_{ik}}$, то государство в лице Минфина в течение единицы времени опосредованно получает сумму:

$$z_{yy} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N_i} \lambda_{y_{ik}} y_{ik}(t). \tag{3.8}$$

Коэффициенты $\lambda_{y_i}, \lambda_{y_{ik}}$ — некоторые параметры, находящиеся в распоряжении Минфина.

Допустим, что доходная часть бюджета расходуется в сфере социальной поддержки и защиты населения следующим образом:

1) расходы на выплату социальных обязательств населению (непроизводственные расходы) в единицу времени $R(t)$, которые являются заранее фиксированными функциями времени;

2) бюджетные ассигнования, выделяемые на социальную сферу $R_u(t)$, которые получаются «суммированием» $U_i(t)$:

$$R_u(t) = \sum_{i=1}^{N} U(t)\,; \tag{3.9}$$

3) средства, выделяемые на фонды заработной платы работников, осуществляющих трудовую деятельность в социальной сфере:

$$Q(t) = \sum_{i=1}^{N} Q_i(t)\,; \tag{3.10}$$

ограниченные, по существу, объемом социальных услуг (продуктов), предоставляемых населению:

$$Q(t) \le \sum_{j} c_j P_j(t)\,; \tag{3.11}$$

где суммирование распространяется по всем индексам *j*, которые отвечают [60,73] перечню социальных услуг (продуктов);

4) общая величина бюджетных кредитов, выдаваемых регионам, опосредованно Центрам $R_y(t)$, складывается из средств, полученных в качестве кредитов, выдаваемых Минфином на проведение мероприятий в социальной сфере:

$$R_y(t) = \sum_{i=1}^{N} v_i(t); \tag{3.12}$$

5) общая сумма кредитов Организациям:

$$R_{yy}(t) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{N_i} v_{ik}(t). \tag{3.13}$$

Предположим, что максимальный объем кредитов лимитируется государством:

$$0 \le \nu_i(t) \le \nu_i^+(t, y_i), \tag{3.14}$$

$$0 \le \nu_{ik}(t) \le \nu_{ik}^+(t, y_{ik}, x_{ik}, P_j^{ik}). \tag{3.15}$$

Таким образом, в данной задаче управляющее воздействие Минфина в общем и упрощенном случаях зависят от объема денежных средств, предназначенных для выдачи бюджетных кредитов, и от результатов деятельности Организаций в рассматриваемой системе.

Кроме ограничений (3.14) и (3.15) на размер текущих займов должны быть введены для предотвращения роста общей кредитной задолженности регионов дополнительные ограничения на общую сумму кредита, находящегося в распоряжении заемщика [60,73]:

$$\begin{aligned} y_i(t) &\le y_i^+(t), \\ y_{ik}(t) &\le y_{ik}^+(t). \end{aligned} \tag{3.16}$$

Изменение финансовых ресурсов, находящихся в распоряжении Минфина в исследуемой модели, описывается следующим скалярным дифференциальным уравнением:

$$\dot{z} = z_x + z_p + z_y + z_{yy} - R - R_u - Q - R_y - R,$$

где величины правой части описываются (3.4), (3.6)—(3.13) [60,73].

*Парадокс настоящего времени заключается в следующем:* в недоходной сфере государственного регулирования задачей Минфина является максимизация функционала (3.1) и использование управляющих воздействий $U_i(t), Q_i(t), \lambda_x, \mathrm{c}_j^*, \lambda_y, \lambda_{yy}, \nu_i^+, \nu_{ik}^+, \mathrm{y}_i^+, y_{ik}^+$ для получения максимального объема денежных средств от нижних уровней иерархии.

Далее *модель строится следующим образом*.

Министерство (Минтруд России), принимая стратегические решения, вырабатывает модель государственной политики в социальной сфере и координирует деятельность Центров и Организаций, в том числе путем направления нормативных правовых актов для их исполнения на всех уровнях иерархии. Таким образом, предлагается модель централизованного управления социальной сферой, что может исключить ряд существующих негативных тенденций, таких как перенос социальных обязательств от федерального центра на регионы без обеспечения соответствующего финансирования и порождаемого этим процессом целого комплекса проблем для населения.

Отметим, что каждый $i$-й Центр располагает некоторым объемом бюджетных средств $U_i(t)$, а также кредитными средствами в пределах ограничений (3.14) и (3.16). Данные средства расходуются на содержание основных и оборотных фондов Организаций и оплаты процентов по кредитам [60,73]:

$$U_i(t) + v_i(t) = \sum_{k=1}^{N_i} U_{ik}(t) + \lambda_{y_i} y_i(t)\,, \qquad (3.17)$$

где $y_i$ определяется уравнением:

$$\dot{y}_i = v_i(t). \qquad (3.18)$$

Управляющим воздействием Центра является распределение, на своем уровне иерархии, денежных ресурсов и выбор объема бюджетного кредита в пределах соответствующих лимитов.

В исследуемой модели, Центр распределяет денежные средства по фондам заработных плат Организаций,

$$Q_i(t) = \sum_{k=1}^{N_i} Q_{ik}^*(t) + q, \qquad (3.19)$$

где $q_i$ — строго регламентированное число, либо фиксированное, либо является однозначной функцией функционала $J_i^{Cen}$ [60,73].

При этом желательно, чтобы Центр определял и меры дисциплинарного воздействия на Организации: функции премирования или наказания Организаций $\varphi_{ik}^j(P_j^{ik})$ $(j = 1,...,M; i = 1,...,N; k = 1,...,N_i)$, которые подчиняются системе ограничений

$$\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{N_i}\varphi_{ik}^{j}(P_j^{ik})+\delta_i=0, \qquad (3.20)$$

где $\delta_i$ — некоторая часть благ, получаемая Центром.

Задачей $i$-го Центра является распоряжение управляющими воздействиями $U_{ik}(t), Q_{ik}(t), \varphi_{ik}^{j}, y_i(t),$ при ограничениях (3.17)—(3.20), с целью максимизации функционала (3.3) [60,73].

На нижнем уровне моделируемой сложной социально-экономической динамической иерархической макросистемы находятся Организации.

Каждая Организация обладает бюджетом и/или фондом $x_{ik}$, необходимым для оказания социальных услуг и/или производства продукта $P_j^{ik}$. Динамика фондов описывается дифференциальным уравнением:

$$\dot{x}_{ik}=-\chi_{ik}x_{ik}+u_{ik}(t)+w_{ik}(t),$$

где $w_{ik}(t)$ — использование собственных ресурсов (внутренние инвестиции) в единицу времени, $\chi_{ik}$ — коэффициент.

Оказание социальных услуг (производство социального продукта) описывается функциями $F_j^{ik}$ вида $P_j^{ik}=F_j^{ik}(x_{ik}^j,\gamma_{ik}^j,L_{ik}^j)$, где $x_{ik}^j$ — доля ресурса $x_{ik}$, используемая на оказание $j$-й социальной услуги (производства $j$-го социального продукта) $\sum_{j=1}^{M}x_{ik}^j=x_{ik}$.

Стоимость оказанных Организацией $(i,k)$ социальных услуг (поставленного социального продукта) равна $\sum_{j=1}^{M}c_jP_j^{ik}$.

Объем денежных средств, получаемых Организацией в единицу времени, складывается из стоимости оказанных услуг (поставленного продукта) и опосредованно займа $v_{ij}(t)$. Эти средства расходуются следующим образом [60,73]:

1) уплата налога на добавленную стоимость $\sum_{j=1}^{M} c_j^* P_j^{ik}$;

2) уплата налога на основные фонды $\lambda_x x_{ik}$;

3) выплата заработной платы $Q_{ik}(t) = \sum_{j=1}^{M} \gamma_{ik}^j L_{ik}^j$, причем $Q_{ik}(t) \le Q_{ik}^*(t)$;

4) осуществление внутренних инвестиций на развитие Организации и оплата основных средств (аренда, лизинг, коммунальные услуги и др.) $w_{ik}(t)$ ;

5) оплата штрафов или выплата поощрений в виде премий $\varphi_{ik}^j(P_j^{ik})$.

Разность

$$\psi_{ik} = \sum_{j=1}^{M} (c_j - c_j^*) P_j^{ik} + v_{ik} - \lambda_x x_{ik} - w_{ik} - \sum_{j=1}^{M} \gamma_{ik}^j L_{ik}^j - \sum_{j=1}^{M} \varphi_{ik}^j (P_j^{ik})$$

представляет собой доход Организации $(i,k)$. Целью Организации является максимизация суммарного дохода:

$$J_{ik}^{Org} = \int_0^T \psi_{ik} dt . \tag{3.21}$$

Информацию об объемах финансирования Организациям предоставляют Центр и Министерство. Эта информация является неполной по отношению к степени информированности вышестоящих уровней иерархии, и следовательно, решения на уровне Организаций принимаются в условиях неполноты информации — то есть неопределенности, вызванной неидентичностью в структуре и объемах информации.

Аналогичное утверждение справедливо для Центров по отношению к Министерству.

### 3.2.2. Правила функционирования системы и решение трехуровневой иерархической игры

Чтобы рассматриваемая макросистема могла функционировать, должны быть определены «правила игры». С этой целью необходимо установить порядок «ходов».

Законодательно определен трехуровневый порядок функционирования органов исполнительной власти (федеральный, региональный, муниципальный). Первых ход делает федеральный Минтруд, который сообщает региональным министерствам, департаментам и/или управлениям социальной защиты населения — Центрам и Организациям, осуществляющим деятельность в социальной сфере, значения своих управляющих параметров и функций.

Таким образом, под управляющим воздействием понимается использование регулятором (Минтрудом) административно-правового ресурса для принудительного воздействия на соответствующие институты (субъекты правоотношений).

Затем задача сводится к анализу двухступенчатой иерархии. На этом уровне следующий ход делают Центры, доводя до сведения Организаций значения своих управляющих воздействий. Теперь каждая Организация должна сделать свой ход, принять свои решения — выбрать значения управляющих функций и параметров.

Гипотеза $\Gamma_{ik}$ поведения Организации $(i,k)$ состоит в том, что она максимизирует функционал (3.21), увеличивая объемы предоставляемых социальных услуг (производимых социальных продуктов) за счет расширения перечней оказываемых платных услуг (производимых продуктов), а также оказывает дополнительные платные услуги населению сверх установленного бесплатного перечня. Решения Организации (управляющее воздействие Организации) являются функционалом от управляющих воздействий соответствующих Центров [60,73] и Минтруда.

Принимаемое на уровне Организации оперативное решение является самостоятельным, но согласуется с региональным Центром. Аналогично принимаются и решения Центров по отношению к Минтруду и Организациям.

Гипотеза $\Gamma_i$ поведения $i$-го Центра — максимизация целевых функций (3.2), то есть максимизация результатов деятельности Организаций, объединенных по территориальному признаку. Выбирая свои управляющие воздействия, Центр основывается на гипотезах $\Gamma_{ik}$ поведения Организаций.

При принятии соответствующих решений в социальной сфере на верхнем (федеральном) уровне иерархии, управляющие функции Центров будут некоторыми функционалами от управляющих воздействий Минтруда. При данном подходе план-график распределения ресурсов и стратегия использования бюджета являются оптимальными, если при них достигается максимальное значение функционала (3.1), то есть осуществляется наилучшее выполнение описанной выше Программы при гипотезах $\Gamma_i$, $\Gamma_{ik}$.

Далее перейдем к формализации решения трехуровневой дифференциальной игры, игроками которой являются Минтруд, Центры и Организации. Укажем принципы взаимодействия между игроками нижнего уровня иерархии. В зависимости от условий, в которых происходит игра, принципы взаимодействия либо устанавливаются Центром, либо определяются игроками нижнего уровня (Организациями) самостоятельно.

Следовательно, возникает проблема выбора теоретико-игровых принципов оптимальности, которым должны следовать игроки нижнего уровня при выборе своих стратегий. Если указанные игроки выбирают свои стратегии независимо друг от друга, то рассматривается бескоалиционный вариант игры; если совместно и согласованно, то кооперативный. При коалиционной игре игроки распределены на непересекающиеся группы (коалиции), внутри которых — кооперативный вариант игры, а между коалициями — бескоалиционный [60,73].

Далее во избежание «громоздкости» модели предположим, что на втором и третьем уровне иерархии будет только по одному игроку. Пусть динамика трехуровневой иерархической игры описана системой дифференциальных уравнений [60,73]:

$$\dot{x} = f(t, x, u_{Gov}, u_{Cen}, u_{Org}), \;\; x(t_0) = x_0, \tag{3.22}$$

где фазовый вектор $x \in E^n$, стратегии Минтруда $u_{Gov} \in \Im_{Gov}$, стратегии Центра $u_{Cen} \in \Im_{Cen}$, стратегии Организации $u_{Org} \in \Im_{Org}$. Используемые здесь и далее параметры, функции и множества удовлетворяют обычным ограничениям теории дифференциальных игр [85].

Функции выигрыша игроков определены функционалами:

$$J_i(u_{Gov}, u_{Cen}, u_{Org}) = \Phi_i\left[T, x(t)\right] + \int_{t_0}^{T} F_i(t, x, u_{Gov}, u_{Cen}, u_{Org})dt \;\; (i = Gov, Cen, Org)\,. \tag{3.23}$$

Предположим, что вводимые далее отображения $R_i$ однозначны.

Допустим, что:

1) существует такое отображение $R_{Org} : \Im_{Gov} \times \Im_{Cen} \to \Im_{Org}$, что для каждой фиксированной пары $\{u_{Gov}, u_{Cen}\} \in \Im_{Gov} \times \Im_{Cen}$ имеет место

$$\max_{u_{Org} \in \Im_{Org}} J_{Org}(u_{Gov}, u_{Cen}, u_{Org}) = J_{Org}(u_{Gov}, u_{Cen}, R_{Org}(u_{Gov}, u_{Cen}));$$

2) существует такое отображение $R_{Cen} : \Im_{Gov} \to \Im_{Cen}$, что при каждом фиксированном $u_{Gov} \in \Im_{Gov}$

$$\max_{u_{Org} \in \Im_{Org}} J_{Cen}\left(u_{Gov}, u_{Cen}, R_{Org}(u_{Gov}, u_{Cen})\right) = J_{Cen}\left(u_{Gov}, R_{Cen}(u_{Gov}), R_{Org}\left[u_{Gov}, R_{Cen}(u_{Gov})\right]\right);$$

2) существует такая допустимая стратегия Минтруда $u^0_{Gov} \in \Im_{Gov}$, что:

$$\max_{u_{Org} \in \Im_{Org}} J_{Gov}\left(u_{Gov}, R_{Cen}(u_{Gov}), R_{Org}\left[u_{Gov}, R_{Cen}(u_{Gov})\right]\right) =$$
$$= J_{Cen}\left(u^0_{Gov}, R_{Cen}(u^0_{Gov}), R_{Org}\left[u^0_{Gov}, R_{Org}(u^0_{Gov})\right]\right).$$

*Определенную в пунктах 1–3 стратегию* $u^0_{Gov}$ *назовем гарантирующей стратегией государства (Минтруда). Тройку* $\left\{u^0_{Gov}, R_{Cen}(u_{Gov}), R_{Org}(u_{Gov}, u_{Cen})\right\}$ *— решением трехуровневой иерархической игры* (3.22), (3.23). Применение

Минтрудом гарантирующей стратегии приводит к увеличению объемов социальной поддержки населения, что, в свою очередь, улучшает качество жизни населения, получающего социальное обеспечение в виде услуг (продуктов).

Таким образом, построена экономико-математическая динамическая модель системы защиты и поддержки населения, которую отличает от применяемой в настоящее время централизованная иерархичная структура с элементами рыночной экономики. Подобная модель является основой для формирования новой методологии принятия решений в социальной сфере.

Далее с целью формирования нового научно-теоретического подхода к совершенствованию процессов принятия решений на каждом уровне иерархии в социальной сфере будет предложен новый метод формализации гарантированных решений в многокритериальных задачах управления сложными социально-экономическими макросистемами при неопределенности, о которых известны лишь границы их изменений.

## § 3.3. Формализация социальных гарантий как гарантированных решений в сложных социально-экономических макросистемах в условиях неопределенности

В настоящем параграфе диссертационной работы предлагается новый метод формализации гарантированных решений в многокритериальных задачах управления сложными социально-экономическими макросистемами при неопределенности, о которой известны лишь границы изменений. Формализация гарантированного решения основана на модификации принципа минимаксного сожаления Сэвиджа [266, 267]. Кроме того, в определении используется понятие пары — перечня государственных социальных гарантий для населения и социально-экономических рисков, при возникновении которых отдельные категории населения могут реализовать свое конституционное право на получение данных социальных гарантий. Результаты данного исследования позволяют сформировать новый подход к созданию систем поддержки принятия решений при регулировании социальной сферы в условиях неопределенности.

К актуальным теоретическим и практическим проблемам регулирования социальной сферы на современном этапе относятся обоснование и формализация процесса социально эффективного механизма регулирования. Динамика социальной реальности характеризуется структурными социально-экономическими преобразованиями и усложнением экономических, правовых и социальных институтов и процессов взаимодействия между ними. С позиций системного анализа социальную сферу можно представить как совокупность взаимосвязанных и взаимовлияющих нестационарных сложных социально-экономических систем при неопределенности, функционирование которых определяет уровень, качество жизни, здоровья и направлено на рост благополучия населения [96].

Функционирование сложных социально-экономических систем связано с многокритериальностью процессов регулирования как социальной сферы в целом, так и отдельных ее составляющих и определяет соответствующие социально-экономические процессы в обществе. Названные процессы, в свою очередь, формируют соответствующую реальность, динамика которой носит порой непредсказуемый, стихийный и неуправляемый характер, то есть обладает признаками дисфункционального характера и неопределенности.

Под неопределенностью будем понимать неконтролируемые или слабо контролируемые факторы, которые являются детерминированными или случайными величинами, относительно которых считается, что известна лишь область возможных значений или класс возможных законов распределения, а какие-либо статистические характеристики отсутствуют [90, с. 71–78].

При выборе стратегических решений по предупреждению дисфункционального характера социально-экономических процессов и неопределенности в социальной сфере на настоящий момент принято использовать программно-целевой метод, который предполагает разработку и реализацию федеральных целевых и комплексных государственных программ, направленных в том числе на рост качества и уровня жизни населения и его оздоровление. Крупномасштабность и сложность разработки и реализации федеральных целевых и комплексных государственных программ в социальной сфере, ограниченность ресурсного обеспечения и снижение объемов бюджетного финансирования являются основными проблемами при подготовке, согласовании и утверждении подобных государственных проектов [60].

Программы в социальной сфере должны быть направлены на «доступность услуг требуемого качества в образовании и здравоохранении; достижение необходимого уровня обеспеченности жильем; поддержку социально незащищенных и уязвимых слоев населения, доступность занятий физической культурой и спортом и к культурным благам, интеграцию мигрантов и обеспечение стандартов личной, информационной и экологической безопасности и пр.». Решение указанных стратегических задач регулирования социальной сферы приведет к снижению риска и потерь от развития дисфункциональных процессов и неопределенности, к стабилизации социальной сферы. Программы содержат ряд мероприятий в отраслях социальной сферы и соответствующие им перечни социальных гарантий для населения.

Социальные гарантии — это социально-экономические и нормативные правовые инструменты, обеспечивающие минимальные условия жизнедеятельности отдельных групп и категорий населения в соответствии с требованием законодательства. Указанные перечни социальных гарантий формируются в систему государственных социальных гарантий, финансирование которой осуществляется ниже адекватного реальным экономическим условиям уровня за счет средств федерального бюджета, бюджетов субъектов Российской федерации и из внебюджетных фондов.

Необходимо отметить, что должна формироваться «гибкая и экономически наполненная» система государственных социальных гарантий при разработке Программ, реализуемых в отраслях социальной сферы и направленных в том числе на защиту населения от деструктивных социально-экономических процессов и неопределенности. *Под системой социальных гарантий* понимается комплекс мер, направленных на удовлетворение социальных и экономических потребностей населения. Она предусматривает целенаправленную государственную политику в социальной сфере по разработке и реализации стратегических решений, касающихся непосредственно качества и уровня жизни, здоровья и образования населения, преодоления экономического неравенства.

Разработка системы государственных социальных гарантий осуществляется с учетом различий между отдельными группами, слоями и категориями населения. Основой для формирования системы государственных социальных гарантий могут являться статистическая информация и/или результаты общественных исследований. Главная цель разработки системы государственных социальных гарантий — формирование системы социальной защиты населения от деструктивных социально-экономических процессов и неопределенности.

Функции регулирования социальной сферы осуществляются соответствующими органами государственной власти. Процесс принятия групповых и/или индивидуальных решений, с учетом неопределенностей, в настоящее время формализован не в полной мере. Вместе с тем существующие научные подходы позволяют для принятия соответствующих решений проводить анализ предсказуемости поведения лица, принимающего решения [60, 90]. Для коллективных решений необходимо определить общую стратегию действий с учетом неопределенности, о которой известно лишь множество значений [90, с. 71–78].

На этой основе далее предлагается новый метод формализации гарантированных решений в многокритериальных задачах управления при неопределенности, о которой известны лишь границы изменений. Также используется формирование системы государственных социальных гарантий при разработке и реализации государственных федеральных целевых программ [60] как инструмента регулирования социальной сферы. Формализуется гарантированное решение, основанное на модификации принципа минимаксного сожаления Сэвиджа, и устанавливается существование гарантированного решения при обычных в теории многокритериальных задач ограничениях.

### 3.3.1. Постановка многокритериальной задачи при неопределенности

При формализации задачи будем использовать модификацию принципа минимаксного сожаления Сэвиджа [235]. Предположим, что разрабатывается ряд проектов федеральных целевых программ (множество проектов Программ), направленных:

1) на обеспечение доступности для населения услуг требуемого качества в образовании и здравоохранении;

2) достижение необходимого уровня обеспеченности жильем;

3) доступ населения к культурным благам и условиям, позволяющим заниматься физической культурой и спортом (оздоровление населения);

4) поддержку социально незащищенных и уязвимых слоев населения.

В общем случае каждый проект отдельной Программы состоит из проектов подпрограмм, содержащих проекты мероприятий, общей целью которых является рост уровня, качества жизни и здоровья населения, целевых индикаторов — показателей подпрограмм, проектов перечней социальных гарантий, соответствующих каждой Программе в частности и отраслям социальной сферы в целом. Социальные гарантии предоставляются отдельным категориям населения в соответствии с нормами права.

Предполагаемому в Программе проекту перечней социальных гарантий ставим в соответствие значение векторного параметра $x_i$ $(i \in \mathbb{N} = \{1,...,N\})$ и требуем взаимного однозначного соответствия между перечнем социальных гарантий и значениями этого параметра.

*Множество значений параметра* $x = (x_1,...,x_i,...,x_n)$ *обозначим через* Χ *и в дальнейшем будем называть множеством перечней социальных гарантий, а* $x$ *— проектом перечня социальных гарантий в определенной Программе.* Множество неопределенностей $\mathrm{Y} = \{y_j\}$ является множеством последствий дисфункциональности социально-экономических явлений и процессов, причем о $y_j$ известны лишь границы изменений, а какие-либо статистические характеристики отсутствуют, например представленные данные могут быть некорректными или не указаны по причине их отсутствия [60].

В условиях нестационарности сложной социально-экономической системы и сокращения объемов бюджетных ассигнований на реализацию Программ орган государственной власти, разрабатывающий проект Программы, стремится максимизировать объем средств и ресурсов из бюджета соответствующего уровня, необходимых для ее реализации.

Сто́ит отметить, что задачами органов государственной власти в социальной сфере также являются устранение причин и последствий дисфункциональности социально-экономических процессов: экономического неравенства и бедности, смертности и нездоровья населения, снижения уровня образованности населения, появления новых агрессивных форм социальных отношений, роста социальной напряженности и пр. Таким образом, задаются компоненты $f_i(x,y)$ $(i = 1,...,N)$ векторного критерия $f(x,y)$, так называемого вектора решаемых социальных задач, где $x$ —

проект перечня соответствующих социальных гарантий, предоставляемых населению по социальной программе, при $y$ «реализовавшейся» неопределенности, о которой известны лишь границы изменений.

Далее для определенности будем считать, что ЛПР стремится выбрать такую Программу, при которой можно достичь возможно бо́льших значений компонент вектора $f(x,y)$ [60]. Например, стремится получить максимальное бюджетное финансирование инициируемой Программы. При этом необходимо учитывать современные реалии, а именно требование сокращения объема бюджетных ассигнований на реализацию государственных Программ (об этом, в частности, шла речь в докладе Минфина России «Об основных направлениях повышения эффективности расходов федерального бюджета» 2015 года).

Одновременно ЛПР должен учитывать возможность реализации любой неопределенности, например высвобождения из состава рабочей силы лиц третьего и далее возрастов в связи с проводимой реформой в сфере науки и образования, проявляющейся в виде включения $y \in \mathrm{Y}$. Тогда математическая формализация сводится к следующему.

Определим многокритериальную задачу при неопределенности в виде упорядоченного набора:

$$\langle \mathrm{X}, \mathrm{Y}, f(x,y) \rangle \tag{3.24}$$

где

— перечень социальных гарантий $x \in \mathrm{X} \subset \mathbb{R}^n$;

— неопределенности, характеризующие дисфункциональность социально-экономических процессов и явлений, $y \in \mathrm{Y} \subset \mathbb{R}^m$;

— векторный критерий $f(x,y)$ определен на декартовом произведении $\mathrm{X} \times \mathrm{Y}$.

Компоненты $f_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N} = \{1,\ldots,N\})$ векторного критерия $f(x,y)$ представляют «вектор социальных задач» ЛПР [60].

При использовании программно-целевого подхода при принятии решений на макроуровне в социальной сфере в задаче (3.24) ЛПР формирует проект Программы таким образом, чтобы максимально возможно решить задачу по гарантированному государственному социальному обеспечению отдельных слоев населения и, например, получить максимально возможный, согласно лимитам, объем бюджетных ассигнований для реализации разработанной им Программы. Следовательно, ЛПР выбирает $x \in \mathrm{X}$ так, чтобы достигались возможно бо́льшие значения всех компонент вектора $f(x, y)$, при этом желательно учитывать $y \in \mathrm{Y}$, где $y$ — неопределенности, характеризующие дисфункциональность социально-экономических процессов.

Используя методологию, основанную на принципе максимина, предложенную автором в 2001 году [66], каждой неопределенности $y \in \mathrm{Y}$ ставим в соответствие вектор максимальных значений компонент $f_i(x, y)$, который определяет «точку ориентировочных максимальных значений». На реализацию Программ выделяется некоторый объем средств, и по крайней мере на настоящий момент получение в полном объеме бюджетных ассигнований, необходимых для разработки и реализации социальных Программ, является «ориентировочной задачей» и запланированные максимальные значения по этому показателю достигнуты не будут из-за уменьшения объемов финансирования.

При выборе решения будем ориентироваться на так называемую *точку ориентировочных максимальных значений*, то есть на вектор:

$$\bar{\mathfrak{I}} = (\bar{\mathfrak{I}}_1, ..., \bar{\mathfrak{I}}_N) = \left( \max_{z \in X} f_1(z, y), ..., \max_{z \in X} f_N(z, y) \right).$$

Далее строим векторную разность:

$$\mathfrak{I}_i(x, y) = \max_{z \in X} f_i(z, x) - f_i(x, y), \; i \in \mathbb{N} = \{1, ..., N\}, \tag{3.25}$$

которая определяется как векторная функция риска $\mathfrak{I}(x, y) = \left( \mathfrak{I}_1(x, y), ..., \mathfrak{I}_N(x, y) \right)$. Этот вектор, например, характеризует разницу между требуемыми и фактически полученными [60] бюджетными ассигнованиями на реализацию Программы, например риск недофинансирования, недополучения ресурсов на реализацию Программы.

*Векторный риск в социальной сфере можно определить как разницу между предполагаемым и полученным результатом по всем компонентам «вектора решаемых социальных задач»*, управляя которым можно моделировать инструментами социального конструирования экономическую реальность.

Указанные риски объективно существуют. Их выделяют в ряд основных «жизненных рисков», таких как болезни, старость, бедность, несчастные случаи, безработица. В «Годовом отчете за 2016 год о ходе реализации и оценке эффективности государственной программы Российской Федерации “Социальная поддержка граждан”» Минтруд России среди результатов реализации программы отмечает наличие в том числе:

— социальных рисков, в частности возникающих из-за дефицита кадров системы социальной поддержки граждан, — как разницы между потребностями и реальным кадровым обеспечением функционирования системы социальной защиты;

— информационных рисков, связанных с отсутствием или неполнотой исходной отчетной и прогнозной информации, используемой в процессе разработки и реализации Программы;

— существенных рисков недофинансирования Программы.

Проводя анализ практических последствий влияния неопределенности и рисков на процесс разработки и реализации Программы, Минтруд России делает прогноз на расширение зоны бедности, возникновение осложнений для оказания социальной поддержки отдельным слоям населения, находящимся в трудной жизненной ситуации, и предупреждает о тенденциях роста социальной напряженности в обществе.

В этой связи используются подходы, основанные на понятии социальной эффективности — «как категории, выражающей соответствие результатов и затрат проекта целям и интересам его участников, включая общество и отдельные его группы» [34, с. 91].

В настоящей работе используется иной векторный подход [90, с. 78–84]. Пусть $i$-я компонента $\Im_i(x,y)$ векторной функции $\Im(x,y)$ определяется следующим образом:

$$\Im_i(x,y) = f_i\left(x^S(y),y\right) - f_i(x,y) \ \ (i \in \mathbb{N}),$$

где функция $x^S(y)$ определена на множестве $Y$ значений неопределенности $y$ и при каждом $y \in \mathrm{Y}$ значение функции $x^S(y)$ является максимальным по Слейтеру — слабоэффективным решением многокритериальной задачи:

$$\left\langle \mathrm{X}, \{f_i(x,y)\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle.$$

С помощью предложенной векторной функции риска определяется гарантированное решение задачи (3.24) и устанавливается его существование при обычных для теории игр ограничениях [60]. Этот прием используется с целью возможности установления взаимосвязей между полученными в ходе исследования гарантированными решениями и социальными гарантиями как гарантированными государственными решениями для населения в процессе регулирования социальной сферы в условиях неопределенности.

В условиях неопределенности, о которой известны лишь границы изменения, ЛПР приходится действовать также и в условиях многокритериальности. Далее для каждой неопределенности $y \in \mathrm{Y}$ рассмотрим $N$-критериальную задачу:

$$\left\langle \mathrm{X}, \{f_i(x,y)\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle. \tag{3.26}$$

Решение $x^S(y)$ называется максимальным по Слейтеру — слабоэффективным для задачи (3.26), если несовместна система неравенств [149, с. 29–38]:

$$f_i(x^S(y),y) < f_i(x,y), \ \ \forall x \in \mathrm{X} \ \ (i \in \mathbb{N}).$$

Множество таких решений $x^S(y)$ обозначим через $\mathrm{X}^S(y)$, тогда $\mathrm{X}^S(y): \mathrm{Y} \to 2^{\mathrm{X}}$ есть многозначное отображение точек множества $\mathrm{Y}$ в множество всех подмножеств из $\mathrm{X}$ [60, 90].

По данным социологических опросов, например, уровень пенсионного обеспечения не позволяет получить требуемого современными реалиями уровня качества жизни отдельной категории населения, получающей ежемесячные денежные пособия по достижению пенсионного возраста, — пенсионеров (URL: https://iz.ru/news/660330). Рассматриваемое ежемесячное денежное пособие — пенсия — представляет собой социальную государственную гарантию, то есть социально-экономический норматив, гарантирующий указанной группе населения минимальный стандарт уровня жизни — признанный обществом уровень минимального потребления, соответствующий возможностям социально-экономической системы.

Еще раз подчеркнем, что социальная гарантия позволяет получить лишь минимальные социально-экономические блага для поддержания жизнедеятельности лиц пенсионного возраста без учета культурных, образовательных и прочих потребностей. Этот факт является причиной того, что социально-экономическая эффективность государственных проектов в социальной сфере, например федеральной целевой программы «Развитие пенсионной системы», крайне низка или ничтожна. Основываясь в том числе на вышеизложенном, используем понятие слабоэффективного решения для формализации задачи регулирования социально-экономических процессов.

Итак, скалярный критерий $f_i(x,y)$ называется строго вогнутым по $x \in \mathrm{X}$ при каждом $y \in \mathrm{Y}$, если множество $\mathrm{X}$ выпукло для любых $x^{(k)} \in \mathrm{X}$ $(k = 1,2)$, $x^{(1)} \neq x^{(2)}$ и при $\forall \lambda = const \in (0,1)$ выполняется строгое неравенство:

$$f_i\left(\lambda x^{(1)} + (1-\lambda)x^{(2)}, y\right) > \lambda f_i\left(x^{(1)}, y\right) + (1-\lambda) f_i\left(x^{(2)}, y\right).$$

Далее используем теорему Гурвица [149, с. 97–117], которую применительно к задаче (3.24) можно сформулировать в следующем виде.

Примем исходные условия задачи (3.26):

множество $\mathrm{X}$ — выпуклый компакт, $\mathrm{Y}$ — компакт;

каждый из скалярных критериев $f_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$ непрерывен на $\mathrm{X} \times \mathrm{Y}$ и строго вогнут по $x \in \mathrm{X}$ при каждом $y \in \mathrm{Y}$.

Решение $x^S(y)$ тогда и только тогда является максимальным по Слейтеру — слабоэффективным для задачи (3.26), когда существует постоянный $N$ — вектор:

$$\alpha = (\alpha_1, ..., \alpha_2) \in \Omega = \left\{ \alpha \in R^N \mid \alpha_i \geq 0 (i \in \mathrm{N}), \sum_{i \in \mathrm{N}} \alpha_i = 1 \right\} \ (i \in \mathbb{N}),$$

такой, что

$$\max_{x \in X} \sum_{i \in \mathrm{N}} \alpha_i f_i(x, y) = \sum_{i \in \mathrm{N}} \alpha_i f_i(x^S(y), y). \quad (3.27)$$

**Лемма 3.1.** При выполнении требований теоремы Гурвица, сформулированной для задачи (3.24), вектор-функция $x^S(y) : \mathrm{Y} \to \mathrm{X}$ из (3.27) единственна и непрерывна на $\mathrm{Y}$.

Действительно, из строгой вогнутости по $x$ при каждом $y \in \mathrm{Y}$ каждого критерия $f_i(x, y)$, $i \in \mathbb{N}$ следует вогнутость их линейной свертки с неотрицательными и не обращающимися одновременно в нуль коэффициентами $\alpha_i > 0$ $(i \in \mathbb{N})$:

$$\psi(x, y) = \sum_{i \in \mathrm{N}} \alpha_i f_i(x, y).$$

Тогда в (3.27) максимум достигается в единственной точке. Следовательно, согласно (3.26) компоненты векторной функции $x^S(y)$, определенной в (3.26), непрерывны на $\mathrm{Y}$ [60].

При необходимости принятия решений в социальной сфере в условиях неопределенности часто используют вероятностный подход, позволяющий уменьшить отрицательное воздействие неопределенности. С этой целью используем понятие смешанной, или вероятностной, неопределенности [33], с. 704–706] $\mu(\cdot)$ — вероятностной меры, заданной на компакте $\mathrm{Y}$. Множество смешанных неопределенностей $\mu(\cdot)$ обозначим через $\mathrm{M}$.

Предполагая, что выполнены требования теоремы Гурвица, сформулированной для задачи (3.24), определяется векторная функция риска для задачи (3.24):

$$\Im(x, y) = \left(\Im_1(x, y), ..., \Im_N(x, y)\right),$$

$$\Im_i(x,y) = f_i\left(x^S(y),y\right) - f_i(x,y) \ \ (i \in \mathbb{N}), \tag{3.28}$$

вектор-функция $x^S(y)$ определена в (3.27), при этом функция $\Im_i(x,y)$ является функцией риска по $i$-му критерию.

**Лемма 3.2.** При выполнении требований теоремы Гурвица, сформулированной для задачи (3.24), функция риска по $i$-му критерию $\Im_i(x,y)$ непрерывна на $\mathrm{X}\times\mathrm{Y}$.

Действительно, непрерывность на $\mathrm{X}\times\mathrm{Y}$ функции $\Im_i(x,y)$ следует из непрерывности $x^S(y)$ по лемме 3.1, $f_i(x,y)$ и непрерывности суперпозиции $f_i\left(x^S(y),y\right)$ непрерывных функций $f_i(x,y)$ и $x^S(y)$.

При выполнении ранее указанных требований теоремы Гурвица задаче (3.24) поставим в соответствие вспомогательную $N$-критериальную задачу при неопределенности

$$\left\langle X, Y, \Im(x,y) \right\rangle, \tag{3.29}$$

где ЛПР выбором решения $x \in \mathrm{X}$ стремится к минимальным значениям всех компонент $\Im_i(x,y)$ векторной функции риска $\Im(x,y)$, определенной в (3.28) [60].

Каждый критерий $\Im_i(x,y)$ функции риска из (3.28) характеризует разницу, или сожаление, что при реализации неопределенности $y \in \mathrm{Y}$ выбрана альтернатива $x \in \mathrm{X}$, а не «самая хорошая» с «векторной точки зрения» альтернатива $x^S(y)$, то есть разницу между ориентировочными показателями (при формировании и реализации Программы) и реально достигнутыми. Именно поэтому ЛПР в задаче (3.29) стремится возможно уменьшить все компоненты векторной функции риска $\Im(x,y)$. При этом учитывается возможность реализации любой неопределенности $y \in \mathrm{Y}$ [60], а при выборе гарантированного решения приходится ориентироваться на реализацию «самой плохой» неопределенности $y \in \mathrm{Y}$, которая отвечает «самым большим» в «векторном смысле» значениям векторной функции риска [60].

Отметим, что задача (3.29) отличается от задачи (3.24) тем, что:

1) в качестве критериев рассматривается не «вектор социальных задач» $f_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$ как в (3.24), а функции риска по $i$-му критерию $\Im_i(x,y)$;

2) в (3.29) ЛПР стремится за счет выбора $x \in \mathrm{X}$ уменьшить все $\Im_i(x,y)$ одновременно (формирование перечня государственных социальных гарантий для отдельных групп населения в Программу снижает, например, риски роста бедности среди уязвимых слоев населения), а в (3.24) увеличить $f_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$.

Итак, в настоящем параграфе до сих пор в качестве неопределенности $y$ рассматривались лишь неопределенности, элементы множества $\mathrm{Y}$, о которых известны только границы изменений, а какие-либо статистические характеристики отсутствуют [90]. Правомочно предположить и наличие смешанных, или вероятностных, неопределенностей $\mu(\cdot) \in \mathrm{M}$.

Далее задаче (3.29) поставим в соответствие ее квазисмешанное расширение:

$$\langle \mathrm{X}, \mathrm{M}, \Im(x,\mu) \rangle. \tag{3.30}$$

Выбирая альтернативу $x \in \mathrm{X}$ задаче (3.30) ЛПР стремится, что естественно, по возможности уменьшить все компоненты $\Im_i(x,\mu)$ векторной функции риска $\Im(x,\mu)$, где:

$$\Im_i(x,\mu) = \int_Y \Im_i(x,y)\mu(dy), \; i \in \mathbb{N},$$

такой интеграл существует вследствие компактности $\mathrm{Y}$ и непрерывности на $\mathrm{X} \times \mathrm{Y}$ функции риска по $i$-му критерию $\Im_i(x,y)$. При выборе $x \in \mathrm{X}$ ЛПР учитывает реализацию любой вероятностной неопределенности $\mu(\cdot) \in \mathrm{M}$.

Предполагая выполнение требований теоремы Гурвица, сформулированной для задачи (3.24), определим ее гарантированное решение.

*Пара* $(x^*, \Im^*)$ *является гарантированным решением задачи (3.24), если существует вероятностная неопределенность* $\mu(\cdot) \in \mathrm{M}$*, при которой* $\Im^* = \Im(x^*, \mu^*)$*, и для* $\forall x \in \mathrm{X}$ *несовместна система неравенств:*

$$\Im_i(x, \mu^*) < \Im_i(x^*, \mu^*) \ \ (i \in \mathbb{N}); \tag{3.31}$$

*и при всех «чистых» неопределенностях* $y \in \mathrm{Y}$ *несовместна система неравенств:*

$$\Im_i(x^*, \mu^*) < \Im_i(x^*, y) \ (i \in \mathbb{N}); \tag{3.32}$$

*вектор* $\Im_i(x^*, \mu^*)$ *называется гарантированным риском.*

Приведем пояснения к определенному ранее гарантированному решению и гарантированному риску.

В качестве гарантированного решения предложена пара — альтернатива $x^*$ и векторный риск $\Im^*$. Перечень социальных гарантий $x^*$, который законодательно установлен для населения при наступлении случая социально-экономических потерь (утрата полная или частичная трудоспособности, здоровья, кормильца и пр.) — гарантированного риска $\Im^*$. Далее при реализации неопределенности $\forall y \in \mathrm{Y}$ полученное значение векторной функции риска $\Im(x^*, y)$ не может стать больше по соответствующим компонентам гарантированного риска $\Im(x^*, \mu^*)$: в этом заключается «многокритериальный смысл» несовместности системы (3.32). Гарантированный риск устанавливает верхнюю границу векторного риска, больше которой в «векторном смысле» в задаче (3.24) векторный риск $\Im(x^*, y)$ быть не может [60].

*Тогда гарантированный риск можно представить как обобщающую социально-экономическую категорию, которая совокупно отражает меру экономической реальности нежелательного отклонения существования индивида или группы индивидов от полноценного существования,* например при потере здоровья и/или источника средств существования. *Гарантированность социального риска определяется биологическими и* *социально-экономическими факторами жизнедеятельности индивида или группы индивидов в социуме.*

В настоящий момент на государственном уровне сформирован перечень Программ в отношении некоторых жизненных рисков, защита от наступления которых гарантируется государственными социальными гарантиями, имеющими экономическое наполнение. Например, в случае частичной или полной потери заработка при полной или частичной потере трудоспособности реализация различных Программ в социальной сфере предполагает следующие социальные гарантии: при беременности и материнстве — декретный отпуск, пособие на второго и последующего ребенка; при достижении пенсионного возраста — пенсионные выплаты, пособия и субсидии и т.д.

Несовместность системы неравенств (3.31) означает, что альтернатива $x^*$ является минимальной по Слейтеру в многокритериальной задаче $\langle \mathrm{X}, \Im(x, \mu^*) \rangle$, которая получается из (3.30) при фиксировании смешанной, или вероятностной, неопределенности $\mu(\cdot) = \mu^*(\cdot) \in \mathrm{M}$.

Из несовместности неравенств:

$$\Im_i(x^*, \mu^*) < \Im_i(x^*, \mu), \ \forall \mu(\cdot) \in \mathrm{M} \ \ (i \in \mathbb{N})$$

следует несовместность системы неравенств (3.32), а само это неравенство означает максимальность по Слейтеру неопределенности $\mu(\cdot) \in \mathrm{M}$ в $N$-критериальной задаче $\langle \mathrm{M}, \Im(x^*, \mu) \rangle$, которую получаем из (3.30) при фиксированной $x = x^* \in \mathrm{X}$.

В случае скалярного критерия в (3.24), где $\mathbb{N} = \{1\}$ для соответствующей задачи $\left\langle \mathrm{X}, \mathrm{Y}, \Im_1(x, y) = \max\limits_{z \in \mathrm{X}} f_1(z, y) - f_1(x, y) \right\rangle$ гарантированное решение $(x^*, \Im_1(x^*, \mu^*))$ удовлетворяет цепочке равенств:

$$\min_{x \in \mathrm{X}} \Im_1(x, \mu^*) = \Im_1(x^*, \mu^*) = \max_{\mu(\cdot) \in \mathrm{M}} \Im_1(x^*, \mu), \tag{3.33}$$

и, следовательно, пара $(x^*, \mu^*) \in \mathrm{X} \times \mathrm{M}$ является седловой точкой скалярной функции $\Im_1(x, \mu)$ [60].

### 3.3.2. Теорема существования гарантированного решения и способ его построения

Предположим, что в (3.24):

1) множество $\mathrm{X}$ — выпуклый компакт, а $\mathrm{Y}$ — компакт;

2) каждая функция выигрыша $f_i(x, y)$ $(i \in \mathbb{N})$ непрерывна на $\mathrm{X} \times \mathrm{Y}$, строго вогнута по $x$ при $\forall y \in \mathrm{Y}$.

Тогда в задаче (3.24) *существует гарантированное решение* $(x^*, \Im(x^*, \mu^*))$ [60].

**Доказательство.** Согласно лемме 3.2 каждая из функций $\Im_i(x, y)$ $(i \in \mathbb{N})$, определенных в (3.28), будет непрерывной на $\mathrm{X} \times \mathrm{Y}$. Далее (3.24) поставим в соответствие многокритериальную задачу (3.29) и затем ее квазисмешанное расширение (3.30).

Для (3.30) построим скалярную функцию:

$$\psi(x, \mu) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \beta_i \Im_i(x, \mu), \tag{3.34}$$

где $\beta_i = const \geq 0$ $(i \in \mathbb{N})$ и $\sum_{i \in \mathbb{N}} \beta_i > 0$ выбраны произвольно. Используем достаточное условие оптимальности по Слейтеру [125, с. 66–97]:

1) если найдена $x^*$ такая, что:

$$\min_{x \in \mathrm{X}} \psi(x, \mu^*) = \psi(x^*, \mu^*), \tag{3.35}$$

то $x^*$ является минимальным по Слейтеру решением многокритериальной задачи $\left\langle \mathrm{X}, \Im(x, \mu^*) \right\rangle$ [69, 90], то есть при всех $x \in \mathrm{X}$ несовместна система неравенств (3.31);

2) если найдена смешанная неопределенность $\mu^*(\cdot) \in \mathrm{M}$ такая, что:

$$\max_{\mu\in \mathrm{M}} \psi(x,\mu^*) = \psi(x^*,\mu^*), \quad (3.36)$$

тогда $\mu^*(\cdot)\in \mathrm{M}$ будет максимальным по Слейтеру решением задачи $\left\langle \mathrm{X}, \Im(x^*,\mu)\right\rangle$, то есть для $\forall \mu(\cdot)\in \mathrm{M}$ несовместна система неравенств:

$$\Im_i(x^*,\mu^*) < \Im_i(x^*,\mu) \ \ (i\in \mathbb{N}). \quad (3.37)$$

Из того, что функция Дирака $\delta(y-y^*)dy$ является «вероятностной» неопределенностью, из несовместности (3.37) при $\forall \mu(\cdot)\in \mathrm{M}$ следует несовместность системы неравенств (3.32) уже при $\forall y\in \mathrm{Y}$.

Согласно (3.35) и (3.36), если получилось найти пару $(x^*,\mu^*)\in \mathrm{X}\times \mathrm{M}$ такую, что:

$$\max_{\mu\in M} \psi(x^*,\mu) = \psi(x^*,\mu^*) = \min_{x\in X} \psi(x,\mu^*), \quad (3.38)$$

где функция $\psi(x,\mu)$ имеет вид (3.34), существует гарантированное решение [60, 81, 82, 90] $(x^*, \Im^* = \Im(x^*,\mu^*))$. Пара $(x^*,\mu^*)$, удовлетворяющая цепочке равенств (3.38), является седловой точкой антагонистической игры [60, 69, 81, 86, 90]:

$$\left\langle \mathrm{X}, \mathrm{M}, \psi(x,\mu)\right\rangle. \quad (3.39)$$

В игре (3.39) «минимизирующий» игрок 1 [60, 69], выбирая стратегии $x\in \mathrm{X}$, стремится возможно уменьшить значения $\psi(x,\mu)$, а «максимизирующий» игрок 2 за счет выбора «смешанных» стратегий $\mu(\cdot)\in \mathrm{M}$ стремится возможно увеличить значение $\psi(x,\mu)$. Решение (3.39) определяется седловой точкой $(x^*,\mu^*)$, формализуемой цепочкой равенств (3.38) [60, 69, 81, 86, 90].

Далее покажем, что при выполнении требований теоремы существования в игре (3.39) существует седловая точка $(x^*,\mu^*)$.

Для доказательства отметим:

1) из непрерывности $f_i(x,y)$ $(i\in \mathbb{N})$ на $\mathrm{X}\times \mathrm{Y}$ по лемме 3.2 следует непрерывность $\Im_i(x,y)$ $(i\in \mathbb{N})$ и, значит [43, с. 32–42], непрерывность линейной свертки этих функций с постоянными коэффициентами

$$\psi(x,\mu)=\sum_{i\in\mathbb{N}}\alpha_i\int_{\mathrm{Y}}\Im_i(x,y)\mu(dy) \qquad (3.40)$$

уже на $\mathrm{X}$;

2) из строгой вогнутости $f_i(x,y)$ по $x$ при $\forall y\in\mathrm{Y}$ получаем строгую выпуклость, следовательно, и выпуклость $f_i(x,y)$ по $x$ при каждом $y\in\mathrm{Y}$. Так как $\max_{x\in\mathrm{X}} f_i(x,y)$ не зависит от $x$, то выпуклой по $x$ будет и разность (3.28).

Тогда выпуклой по $x$ на выпуклом множестве $\mathrm{X}$ при каждом $y\in\mathrm{Y}$ будет и функция (3.40) [44, 43 с. 38–42]. Из работы Н. Н. Воробьева следует, что в антагонистической игре (3.39) существует седловая точка $(x^*,\mu^*)$, определяемая равенствами (3.38) [43, 60, 69].

Из хода доказательства теоремы существования гарантированного решения получаем следующий *способ построения гарантированного решения* $(x^*,\Im^*)$ задачи (3.24) [60, 69]:

1) возьмем набор чисел $\alpha_i>0$ $(i\in\mathbb{N})$ таких, что $\sum_{i\in\mathbb{N}}\alpha_i=1$, найдем вектор-функцию $x^S(y)$ из условия:

$$\max_{x\in\mathrm{X}}\sum_{i\in\mathbb{N}}\alpha_i f_i(x,y)=\sum_{i\in\mathbb{N}}\alpha_i f_i(x^S(y),y)\ \ \forall y\in\mathrm{Y};$$

2) составим функции:

$$\Im_i(x,y)=f_i(x^S(y),y)-f_i(x,y)\ \ (i\in\mathbb{N}),$$

найдем с помощью $\Im_i(x,y)$

$$\Im_i(x,\mu)=\int_{\mathrm{Y}}\Im_i(x,y)\mu(dy)\ \ (i\in\mathbb{N});$$

3) построим функцию

$$\psi(x,\mu)=\sum_{i\in\mathbb{N}}\beta_i\Im_i(x,\mu)$$

для $\forall\beta_i=const>0$ $(i\in\mathbb{N})$ таких, что $\sum_{i\in\mathbb{N}}\beta_i>0$;

4) найдем пару $(x^*,\mu^*)$, удовлетворяющую равенствам:

$$\max_{\mu \in \mathrm{M}} \psi(x^*, \mu) = \psi(x^*, \mu^*),$$

$$\min_{x \in \mathrm{X}} \psi(x, \mu^*) = \psi(x^*, \mu^*).$$

Тогда пара $(x^*, \mu^*)$ определяет гарантированное решение $(x^*, \Im^* = \Im(x^*, \mu^*))$ задачи (3.24).

## Выводы к главе 3

В § 3.1 диссертационной работы проанализированы модели, методы и технологии исследования управления динамикой сложных социально-экономических систем в условиях неопределенности, вызванной неидентичностью в структуре и объемах информации применительно к решению на трех уровнях иерархии, на примере системы социальной защиты и поддержки населения.

Получено решение трехуровневой иерархической игры и определено управляющее воздействие государства на социально-экономические процессы. Содержание этого воздействия задается функциями, которые государство в лице Минтруда выполняет и/или должно выполнять по отношению к гражданам.

Модель построена для централизованного управления социальной сферой, что позволит создать предпосылки к переходу на другую (отличную от действующей) модель принятия решений в социальной сфере и постепенно остановить процесс разгосударствления отраслей социальной сферы. Проведенные исследования являются основанием для разработки и применения новых правовых институтов, регулирующих функционирование системы социальной защиты и поддержки населения, с целью упорядочивания отношений между экономическими агентами, осуществляющими свою деятельность в социальной сфере, и населением, что может способствовать выполнению социально-экономическими системами их задач.

Системный анализ в настоящей главе проведен с использованием теоретико-игровых инструментов моделирования. Его результаты показывают, что государственное регулирование сферы социальной защиты и поддержки населения должно быть направлено на рост качества жизни малоимущего и социально незащищенного населения и преодоление экономического неравенства.

В § 3.2 и 3.3 показано, что динамика современной экономической реальности, при формализации процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере требует учета следующих важных факторов:

1) оценка качества функционирования управляемой системы не по одному, а по многим критериям, поэтому необходимо формализовать процесс принятия решений в многокритериальных задачах;

2) наличие дисфункциональных процессов — неопределенностей, о которых, как правило, известны только границы изменений, а статистические характеристики отсутствуют в силу многих причин, при этом выдвигается требование учитывать риски (как следствие неопределенности) при принятии решений в социальной сфере [60].

Учет этих факторов при исследовании социально-экономико-математических моделей также составляет содержание § 3.2 диссертации. Отметим, что большинство исследований в этом направлении используют различные модификации принципа Вальда, который рассчитан на возникновение и реализацию возможно бо́льших негативных последствий. Но современность показывает, что социальные-экономические «сломы», даже при применении методов социального конструирования реальности, происходят не так часто и маловероятны при системном регулировании социальной сферы [60].

Использование принципа максимина приводит к заниженным гарантиям в формальных моделях и при применении теоретико-игрового инструментария в моделировании социально-экономических процессов может привести к росту социального недовольства наиболее уязвимых категорий населения.

Во избежание указанных негативных свойств принципа Вальда в § 3.3 диссертационного исследования при формализации гарантированного решения был применен модифицированный принцип Сэвиджа, который позволил формализовать и обосновать понятие гарантированного решения и гарантированного риска и доказать их существование.

Обоснование и формализация гарантированного решения в социальной сфере через понятие социальной гарантии, в частности, позволяет сформировать новый подход к созданию аналитических систем поддержки принятия решений при регулировании социальной сферы.

Регулирование системы государственных социальных гарантий, сформированных с использованием предложенной в работе методики «пара “гарантия — риск”», позволит при разработке государственных Программ в социальной сфере учитывать факторы неопределенности, приводящие к росту социальной напряженности.

Таким образом, сформирован новый научно-теоретический подход к совершенствованию процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере, разработана и обоснована иерархическая модель управления социальной сферой и принятия решений на каждом уровне иерархии.

С этой целью:

— построена многоуровневая математическая модель управления динамикой сложных социально-экономических систем в условиях неопределенности в социальной сфере;

— предложен новый подход к построению и решению задачи управления динамикой сложных социально-экономических систем в условиях неопределенности на примере системы социальной защиты и поддержки населения;

— предложен новый метод формализации гарантированных решений в многокритериальных задачах управления сложными социально-экономическими системами при неопределенности, о которых известны лишь границы их изменений;

— формализовано гарантированное решение, основанное на модификации принципа минимаксного сожаления Сэвиджа, и построено понятие пары, состоящей из перечня государственных социальных гарантий для населения и векторных социально-экономических рисков, при возникновении которых отдельные категории населения могут реализовать свое конституционное право на получение данных социальных гарантий;

— доказана теорема существования гарантированного решения при обычных в теории многокритериальных задач ограничениях и предложен способ его построения.

В заключение главы 3 можно привести цитату В. Лукаса: «Можно утверждать, что теория игр $n$ лиц является, по общему мнению, областью самого активного развития в теории игр и что здесь в последние годы появились существенные математические достижения. Это самая подходящая теория решения многих проблем в социальных науках…»

# ГЛАВА 4. ГАРАНТИРОВАННЫЕ РЕШЕНИЯ И РИСКИ В МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ И КОНФЛИКТНЫХ СИСТЕМАХ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В главе 4 диссертационного исследования представлено математическое обоснование главы 3 и рассмотрены новые подходы к моделированию процессов принятия решений с использованием теоретико-игрового инструментария, которые базируются на возможном увеличении исходов при одновременном уменьшении связанных с ними рисков (по Сэвиджу). При этом § 4.1 посвящен многокритериальным задачам, а § 4.3 — бескоалиционным играм. В § 4.4 рассматриваются функции риска по Сэвиджу и выигрыши в бескоалиционной игре при неопределенности, и предложен подход, который позволяет построить гарантированные решения и риски и исследовать особенности равновесия по Нэшу.

Целью экономико-математического моделирования процессов принятия решений в сложных социально-экономических макросистемах является повышение качества функционирования управляемой системы, при этом принято учитывать два основных фактора. Первый — это наличие двух и более критериев — показателей качества функционирования управляемой системы; второй — наличие разного вида неопределенностей, о которых известна лишь граница изменений, а какие-либо статистические характеристики отсутствуют. Более того, большинство стратегических решений в социально-экономических системах принимаются с учетом конфликта интересов различных управляющих систем, наделенных соответствующими полномочиями, а также «групп влияния, отстаивающих собственные интересы», и других различных аспектов, свойственных процессу принятия решений на макроуровне.

Конфликтный характер таких решений, как правило, не предполагает открытой конфронтации между сторонами, а свидетельствует лишь о различных, как правило экономических, интересах. При этом в реальной социально-экономической системе решения, оптимальные для одной стороны, могут быть неоптимальны для другой, и результат решения зависит от всех конфликтующих сторон [90] при соблюдении принципа сдержек и противовесов. Теория игр как математический аппарат анализирует подобные ситуации. Повторим, что она представляет собой часть общей теории, которая изучает процессы принятия оптимальных решений и описывает процессы принятия целенаправленных решений с участием одного или нескольких лиц в условиях неопределенности и конфликта, вызываемого столкновением интересов сторон [60]. Далее *под конфликтом понимается явление, в котором участвуют различные стороны с различными интересами, наделенные возможностями выбирать доступные для них действия в соответствии со своими интересами* [60].

Отдельные вопросы, касающиеся конфликтов, рассматривались начиная с XVII века многими учеными-математиками. Основоположниками теории игр являются американские ученые Дж. Нейман и О. Моргенштерн, которые создавали ее как средство математического подхода к явлениям конкурентной экономики. Фундаментальной работой по теории игр является изданная в 1944 году книга «Теория игр и экономическое поведение» [142].

Со временем «теория игр переросла эти рамки и преобразовалась в общую математическую теорию конфликтов. В рамках теории игр в принципе поддаются математическому описанию фактически любые конфликты», в том числе экономические, правовые, социальные [251, 252]. Применение теоретико-игрового инструментария позволяет математически обосновать важные аспекты принятия решений в экономической, правовой и социальной макросистемах. Перспективен подход с позиций теории игр и к проблемам управления, планирования и прогнозирования [146]. Одной из целей теории игр является «выработка рекомендаций по рациональному образу действий (под термином “рациональный” понимается наиболее удобный, адекватный в сложившейся ситуации) участников в конфликтных ситуациях, то есть определение оптимальной стратегии каждого из них» [172].

Практическое значение теории игр состоит в том, что она может служить основой моделирования игровых экспериментов, например деловых игр, позволяющих определять оптимальное поведение в сложных социально-экономических системах на микро- и мезоуровнях [279, 281, 282]. Примеры практического [258], в том числе экономического, содержания рассмотрены учеными-экономистами в финансовой [283], производственной [279], страховой и бизнес-сфере [242, 243, 249, 250]. Отметим, что от реальной конфликтной ситуации игра отличается тем, что ведется она по вполне определенным правилам. Реальные конфликты обычно трудно поддаются формальному описанию, поэтому любая игра является упрощением исходной задачи, в ней отражаются лишь основные, первостепенные факторы, характеризующие суть процесса или явления. Терминология, заимствованная из практики таких игр, применима и для других конфликтных ситуаций, которые рассматривает теория игр [90].

Принятие решений, связанных с управлением сложными социально-экономическими системами на макроуровне, в современных условиях следует понимать как принятие решений при учете многокритериальности и неопределенности. Также необходимо рассматривать взаимосвязи и взаимовлияние экономики, права и социологии.

Инструментом для решения указанных задач может являться теория многокритериальных задач при неопределенности. Ее становление произошло в середине XX века. Основу многочисленных публикаций этого направления исследований составляют модификации принципа максиминной полезности Вальда [285]. Это пессимистический по своей сути принцип, потому что принимается во внимание только «самый плохой» из всех возможных результатов каждой альтернативы, его называют также принципом крайнего пессимизма. Максиминный критерий ориентирован на наихудшие значения неопределенного фактора и в этом смысле является крайне консервативным. Его следует применять в тех случаях, когда «неуспех» абсолютно нежелателен, независимо от того, какими могут быть другие (благоприятные) исходы операции [90].

Согласно этому принципу в условиях неопределенности принятие решения осуществляется во взаимодействии с разумным, агрессивным противником, делающим все для того, чтобы помешать успеху. Оптимальной считается стратегия управляющей системы, при которой гарантируется выигрыш не меньший, чем «разрешенный противником» [90]. В современных реалиях такой подход мало приемлем.

Попытка математического описания поведения управляющих систем в условиях неопределенности приводит к формализации их принципов поведения. Принятие решений определяется как процесс выбора альтернатив, стратегий, целью которых является достижение необходимого результата. Отметим, что принято различать нормативную теорию принятия решений — теорию рациональных решений (она описывает рационально-логический процесс принятия решений) и дескриптивную (поведенческую, психологическую). В рамках каждой теории существует множество технологий принятия решений.

## § 4.1. Новый подход к оптимальным решениям многокритериальных задач при неопределенности с использованием принципа Сэвиджа

Построим модель управления рисками в социально-экономической системе, или модель управления социально-экономическими процессами с учетом многокритериальности и неопределенности. При моделировании большинства социально-экономических процессов, как правило, не удается построить единый скалярный критерий, описывающий интересы и тем самим определяющий поведение участвующих [90] в моделируемом процессе заинтересованных сторон, поскольку качество функционирования большей части социально-экономических систем обычно оценивается набором критериев.

Соответствующие модели исследуются в рамках теории многокритериальных задач, «где каждому принимаемому решению отвечает единственное значение каждого критерия» [90]. Однако в реальных условиях данное требование часто не выполняется. Типична ситуация, когда относительно некоторых параметров системы известно лишь то, что они могут измениться в определенных пределах, внутри которых могут принимать любое, заранее непредсказуемое значение. Так, например, при стратегическом планировании функционирования государства с целью социально-экономического развития необходимо, но не всегда можно в полном объеме определить внутренние и внешние условия, тенденции, ограничения, диспропорции, дисбалансы, возможности развития системы и ее подсистем и другого вида неопределенности. В этом случае приходится учитывать лишь диапазон их изменения.

Возможной математической моделью таких задач является упорядоченный набор:

$$\Gamma = \left\langle \mathbb{N}, X, Y, f(x,y) \right\rangle,$$

где $\mathbb{N} = \{1,\ldots,N\}$ — множество порядковых номеров компонент $f_i(x,y)$ векторного критерия $f(x,y) = (f_1(x,y),\ldots,f_N(x,y))$, который количественно оценивает эффект, достигаемый при выбранной стратегии $x \in X$ и конкретном значении неопределенности $y \in Y$;

множество стратегий $X \subset \mathbb{R}^n$;

множество неопределенностей $Y \subset \mathbb{R}^m$, стратегические неопределенности $y(x): X \to Y$, множество которых обозначается далее как $Y^X$ [90].

## Принцип Сэвиджа

Целью управляющей системы в многокритериальной задаче при неопределенности может являться *увеличение гарантирующих значений каждого из своих критериев, с одновременным уменьшением гарантированных рисков по Сэвиджу*, при этом о неопределенности известны только границы изменений, а какие-либо статистические характеристики отсутствуют [90, гл. 2].

Принцип минимаксного сожаления в однокритериальной задаче $\Gamma_1 = \langle X, Y, f(x,y) \rangle$ заключается «в построении пары $(x^*, R_f^*) \in X$, удовлетворяющей цепочке равенств» [90, с. 14–18]:

$$R_f^* = \max_{y \in Y} R_f(x^*, y) = \min_{x \in X} \max_{y \in Y} R_f(x, y), \tag{4.1}$$

где *функция риска по Сэвиджу:*

$$R_f(x, y) = \max_{z \in X} f(z, y) - f(x, y), \tag{4.2}$$

а само значение $R_f^*$ из (4.1) называется риском по Сэвиджу в задаче $\Gamma_1$, при этом $R_f^*$ оценивает сожаление, то есть насколько реализовавшиеся значение критерия $f(x,y)$ *не* достигает «лучшего» для управляющей системы значения $\max_{z \in X} f(z, y)$ в задаче $\Gamma_1$. Исходя из реалий, принимающие решения стремится возможно уменьшить $R_f(x,y)$, (*R-risk*).

Далее для многокритериальной задачи при неопределенности $\Gamma$, формализованной выше, управляющая система в процессе принятия решений «формирует для каждой компоненты $f_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$ векторного критерия $f(x,y)$ свою функцию риска по Сэвиджу:

$$R_i(x, y) = \max_{z \in X} f_i(z, y) - f_i(x, y) \quad (i \in \mathbb{N}), \tag{4.3}$$

значение которой называется риском по Сэвиджу, при этом каждому критерию $f_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$ будет присущ соответствующий риск $R_i(x,y)$, и управляющая система выбирает стратегии таким образом, чтобы возможно уменьшить всё, ориентируясь на реализацию стратегической неопределенности $y \in Y$, $y(x): X \to Y$ » [90, с. 80].

Содержательный смысл приведенного формального определения заключается в следующем: *под риском понимается мера отклонения реализуемых значений от планируемых или прогнозируемых*.

## Формализация гарантий

Далее, формализуя для каждого из $N$ критериев $f_i(x,y)\ (i \in \mathbb{N})$ функцию риска $R_i(x,y)$ по (4.3), можно перейти к следующему расширению задачи $\Gamma$:

$$\left\langle \mathbb{N}, X, Y, \{f_i(x,y), -R_i(x,y)\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle, \tag{4.4}$$

где $\mathbb{N} = \{1,...,N\}$ множество порядковых номеров компонент $f_i(x,y)$ векторного критерия $f(x,y) = (f_1(x,y),..., f_N(x,y))$, который количественно оценивает эффект, достигаемый при выбранной стратегии $x \in X$ и конкретном значении неопределенности $y \in Y$;

множество стратегий $X \subset \mathbb{R}^n$;

множество неопределенностей $Y \subset \mathbb{R}^m$ и стратегические неопределенности $y(x): X \to Y$, множество которых обозначается далее как $Y^X$ [51, с. 310],

а в дополнение к векторному критерию $f(x,y)$ введен $N$-вектор $-R(x,y) = (-R_1(x,y),...,-R_N(x,y))$. Знак минус на содержательном уровне означает стремление управляющей системы уменьшить реализующиеся в процессе принятия решений риски, а при формальном подходе — для «единообразия действия» стратегий $x \in X$ на каждый из критериев $f_i(x,y)$ и $y \in Y$. В (4.4) управляющая система формирует стратегию $x \in X$ с целью увеличения значения каждой компоненты $f_i(x,y)$ и $-R_i(x,y)\ (i \in \mathbb{N})$ $N$-векторов $f(x,y)$ и $-R(x,y)$, при этом учитывая реализацию неопределенности $y \in Y$. Отметим, что увеличение $-R(x,y)$ эквивалентно уменьшению $R(x,y)$ за счет знака минус и $R_i(x,y) \geq 0$.

В экономической *литературе под гарантией понимается обеспеченное обязательство одной из заинтересованных в сделке сторон или обеспеченный экономическими и прочими ресурсами результат процесса принятия определенного решения*, по аналогии с указанным можно формализовать и понятие гарантии для критерия $f_i(x,y)$.

**Определение 4.1.** Скалярная функция $f_i[x]$ называется *гарантией критерия* $f_i(x,y)$, если при каждой выбранной стратегии $x \in X$ и конкретном значении неопределенности $y \in Y$, $y(x): X \to Y$ справедливы неравенства $f_i[x] \leq f_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$.

**Утверждение 4.1.** Функции $f_i[x] = \min\limits_{y \in Y} f_i(x,y)$ при $\forall x \in X$ являются гарантиями $f_i(x,y)$. Предложим следующий способ, состоящий из трех этапов построения гарантий для всех критериев задачи (4.4).

**Доказательство:**

1. Определяется $\varphi_i(y) = \max\limits_{z \in X} f_i(z,y)$ $\forall y \in Y$ $(i \in \mathbb{N})$.
2. Построим функцию риска по Сэвиджу: $R_i(x,y) = \varphi_i - f_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$.
3. Определим гарантию $\min\limits_{y \in Y}[-R_i(x,y)]$, то есть $R_i[x] = \max\limits_{y \in Y} R_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$.

При этом отметим, что управляющая система стремится возможно уменьшить риск $R_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$ за счет выбора $x \in X$ с учетом реализации $\forall y \in Y$.

Если приведенные в утверждении 4.1 функции $f_i[x]$ и $-R_i[x]$ существуют, то они являются гарантиями $f(x,y)$ и $-R(x,y)$ соответственно, а именно для каждого $x \in X$ справедливы импликации:

$$\left[ f_i[x] = \min_{y \in Y} f_i(x,y) \right] \Rightarrow \left[ f_i[x] \leq f_i(x,y) \right] \text{ при } (\forall y \in Y),$$

$$\left[-R_i[x]=\min_{y\in Y}(-R_i(x,y))\right]\Rightarrow\left[-R_i[x]\le -R_i(x,y)\right] \text{при } (\forall y\in Y).$$

Существование следует из работы В. И. Жуковского и М. Е. Салуквадзе [86, с. 197–200].

**Замечание 4.1.** «Если множества $X$ и $Y$ компакты, а $f_i(x,y)$ непрерывна на $X\times Y$, то функции $f_i[x]=\min_{y\in Y} f_i(x,y)$ и $\varphi_i(y)=\max_{z\in X} f_i(z,y)$ непрерывны на $X$ и $Y$ соответственно» [139].

Далее $comp\mathbb{R}^n$ обозначим множество компактов из $\mathbb{R}^n$, а $comp\mathbb{R}^m$ множество компактов из $\mathbb{R}^m$, непрерывность $f_i(x,y)$ обозначим $f_i(x,y)\in comp(X\times Y)$.

**Замечание 4.2.** Если в многокритериальной задаче при неопределенности $\Gamma=\langle\mathbb{N},X,Y,f(x,y)\rangle$ критерии $f_i(x,y)\in comp(X\times Y)$ и $x\in comp\mathbb{R}^n$, а $y\in comp\mathbb{R}^m$, то функция риска по Сэвиджу $R_i(x,y)$ из (4.3) непрерывна на $X\times Y$. Действительно, из замечания 4.1 следует непрерывность $\varphi_i(y)=\max_{z\in X} f_i(z,y)$ и из (4.3) непрерывность разности непрерывных функций $R_i(x,y)=\varphi(y)-f_i(x,y)$ $(i\in\mathbb{N})$.

**Замечание 4.3.** Функция риска по Сэвиджу из (4.3) характеризует отклонение критерия $f_i(x,y)$ от «желаемого» $\max_{z\in X} f_i(z,y)$ и управляющая система при выборе стратегии $x\in X$ стремится возможно уменьшить разность $R_i(x,y)$ из (4.3), или увеличить $-R_i(x,y)$.

Далее исходной задаче $\Gamma$ ставим в соответствие задачу (4.4), при этом среди прочих целью управляющей системы является выбор такой стратегии $x\in X$, чтобы все $f(x,y)$ и $-R(x,y)$ $(i\in\mathbb{N})$ принимали возможно бо́льшие значения, при этом управляющая система вынуждена рассчитывать на реализацию $\forall y\in Y$.

## § 4.2. Формализация гарантированного решения, достаточные и необходимые условия его существования

В настоящем пункте диссертационного исследования от гарантий $f_i[x]$ и $-R_i[x]$ критериев $f_i(x,y)$ и $-R_i(x,y)$ соответственно перейдем от многокритериальной задачи при неопределенности (4.4) к многокритериальной задаче:

$$\Gamma_g = \langle X, \{f_i[x], -R_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle$$

(«задаче гарантий»), где g — guarantees. Отметим, что критерии $f_i[x]$ и $-R_i[x]$ взаимосвязаны в «оптимизационном» и экономическом смысле, так как $R_i[x]$ оценивает риски управляющей системы при формировании исхода $f_i[x]$. Уменьшение и/или увеличение разности $f_i[x]-R_i[x]$ влечет увеличение или уменьшение гарантии $f_i[x]$ при уменьшении и/или увеличении риска $R_i[x]$.

*Целью управляющей системы является увеличение гарантии* $f_i[x]$ *при одновременном уменьшении риска* $R_i[x]$ *для каждого* $(i\in\mathbb{N})$. Исходя из вышеизложенного, задаче $\Gamma_g = \langle X, \{f_i[x], -R_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle$ ставим в соответствие еще одну вспомогательную задачу, где a-auxiliary [69, 82]:

$$\Gamma_a = \langle X, \{G_i[x] = f_i[x] - R_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle. \qquad (4.5)$$

Далее для формализации решения многокритериальной задачи при неопределенности $\Gamma = \langle \mathbb{N}, X, Y, f(x,y) \rangle$ будем использовать концепцию максимума по Слейтеру, включающую как частный случай максимум по Парето [90, с. 92–97, 82].

**Определение 4.2.** Стратегия $x^S \in X$ называется *максимальной по Слейтеру (или слабоэффективной)* для задачи (4.5), если при $x \in X$ несовместна система неравенств $G_i[x] > G_i[x^S]$ $(i\in\mathbb{N})$.

**Замечание 4.4.** Из определения 4.2 следует, что $\overline{x} \in X$ не максимальна по Слейтеру в задаче (4.5), если существует такая стратегия $\tilde{x} \in X$, что имеют место $N$ равенств $G_i[\tilde{x}] > G_i[\overline{x}]$ $(i \in \mathbb{N})$.

**Утверждение 4.2. Достаточные условия.** Если:

$$\min_{i \in \mathbb{N}} G_i[x^S] = \max_{x \in X} \min_{i \in \mathbb{N}} G_i[x], \tag{4.6}$$

то стратегия $x^S \in X$ максимальна по Слейтеру в задаче (4.5).

**Доказательство.** Из (4.6) и замечания 4.4 следует, что для любой стратегии $x \in X$ существует $k \in \mathbb{N}$ такой, что выполняется следующая импликация:

$\left[G_k[x] \le G_k[x^S]\right] \Rightarrow$ [система неравенств $G_k[x] > G_k[x^S]$ $(k \in \mathbb{N})$ несовместна] $\Rightarrow$ [ $x^S$ максимальна по Слейтеру в (4.5)].

**Теорема 4.1. Существование.** Если $f_i(\cdot) \in comp(X \times Y)$ и множества $X$ и $Y$ компакты, то в многокритериальной задаче (4.5) существует максимальная по Слейтеру стратегия $x^S \in X$.

**Доказательство.** Из замечания 4.1 следует $\left[f_i(\cdot) \in comp(X \times Y), i \in \mathbb{N}\right] \Rightarrow \left[f_i[x] \in comp(X), i \in \mathbb{N}\right]$. Из замечания 4.2 получаем, что $R_i(\cdot) \in comp(X \times Y)$ $(i \in \mathbb{N})$. Следовательно, опять по замечанию 4.1 будет $\min\limits_{i \in \mathbb{N}} G_i[x] = \min\limits_{i \in \mathbb{N}}(f_i[x] - R_i[x]) \in comp(X)$, $i \in \mathbb{N}$, а непрерывная на компакте $X$ функция $\min\limits_{i \in \mathbb{N}} G_i[x]$ достигает своего максимума в некоторой точке $x^S \in X$. То есть имеет место равенство (4.6), и из утверждения 4.2 следует справедливость теоремы 4.1.

**Определение 4.3.** Тройка $(x^S, f[x^S], R[x^S])$ называется *гарантированным по исходам и риску решением многокритериальной задачи при неопределенности* $\Gamma = \langle \mathbb{N}, X, Y, f(x,y) \rangle$, если существуют $f_i[x] = \min\limits_{y \in Y} f_i(x,y), R_i[x] = \max\limits_{y \in Y} R_i(x,y)$ $i \in \mathbb{N}$ и стратегия $x^S$ максимальна по Слейтеру в (4.5) где:

$$f_i[x]=(f_1[x],...,f_N[x]),R[x]=(R_1[x],...,R_N[x]),$$
$$R_i[x]=\max_{y\in Y}R_i(x,y),R_i(x,y)=\max_{z\in X}f_i(z,y)-f_i(x,y)(i\in\mathbb{N}). \qquad (4.7)$$

Ответим на вопрос, почему предлагается решение из определения 4.3 и чем оно отличается от иных? Управляющей системе рекомендуется следовать стратегии $x^S$ из тройки $(x^S, f[x^S], R[x^S])$ по следующим причинам:

1) стратегия $x^S$ «обеспечит» для всех порядковых номеров $i\in\mathbb{N}$ исходы $f_i(x^S,y)$ *не меньшие* $x^S$ с риском $R_i(x^S,y)$ *не большим* $R_i[x^S]$ при реализации любой неопределенности $y\in Y$. *Таким образом,* $x^S$ *«устанавливает» нижние границы для реализующихся при* $x=x^S$ *исходов и верхние — для рисков, их сопровождающих;*

2) $x^S$ реализует «наибольшие в векторном смысле» — максимальные по Слейтеру исходы и соответствующие им минус-риски, то есть не существует другой стратегии $x\neq x^S$, при которой увеличивались бы *все* гарантии по исходам $f_i[x^S]$ и *одновременно* уменьшились все гарантии $R_i[x]$ по рискам [90].

Отметим, что существует перспектива дальнейших исследований в этом направлении, если заменить оптимум по Слейтеру, например, на оптимумы по Парето, Борвейну, Джоффриону, А-максимум и А-минимум, используя ранее выявленную взаимосвязь [90, с. 91–104]. Замена скалярных минимумов из определения 4.2 на «векторные» также может увеличить предложенные гарантии, при этом данный вопрос вынесен за рамки настоящего исследования.

**Замечание 4.5.** Из определения 4.2 может быть формализован следующий *способ построения гарантированного решения*. Он будет состоять из четырех этапов, приведем первые три:

1. По $f_i(x,y)$ можно найти $\max_{z\in X}f_i(z,y)=\varphi_i(y)$ и затем построить функцию риска по Сэвиджу для $f_i(x,y)$, $R_i(x,y)=\varphi(y)-f_i(x,y)(i\in\mathbb{N})$.

2. Далее определить гарантии исходов и рисков $f_i[x]=\min_{y\in Y} f_i(x,y)$ и $R_i[x]=\max_{y\in Y} R_i(x,y)$ $(i\in\mathbb{N})$ соответственно.

3. Вычислить максимальную по Слейтеру стратегию $x^S$ для $N$-критериальной вспомогательной, «задачи гарантий» $\Gamma_a$, применив утверждение 4.2, или можно осуществить следующий переход к концепции максимальности по Парето.

Далее приведем определение максимальной по Парето стратегии.

**Определение 4.4.** Стратегия $x^P\in X$ называется *максимальной по Парето (эффективной)* в многокритериальной задаче (4.5), если для $\forall x\in X$ несовместна система неравенств $G_i[x]\ge G_i[x^P]$ $(i\in\mathbb{N})$, из которых по крайней мере одно строгое [81,87–89].

Из опубликованной ранее работы [90, с. 92–95] и определения 4.2 следует, что любая максимальная по Парето стратегия будет одновременно максимальной по Слейтеру, обратное утверждение неверно, и по теореме Карлина [98, 149, с. 33] стратегия $x^P\in X$, которая удовлетворяет условию:

$$\max_{x\in X}\sum_{i\in\mathbb{N}}\alpha_i G_i[x]=\sum_{i\in\mathbb{N}}\alpha_i G_i[x^P], \tag{4.8}$$

при $\forall\alpha_i=const>0$ будет максимальной по Парето для задачи (4.5). Далее, положив постоянные $\alpha_1=\alpha_2=1$ в (4.8) для двухкритериальной задачи, получаем для построения максимальной по Парето, а следовательно, и по Слейтеру стратегии $x^S\in X$ равенство:

$$\max_{x\in X}(G_1[x]+G_2[x])=G_1[x^S]+G_2[x^S]. \tag{4.9}$$

4. Далее по $x^S$ определить значение гарантий $f_i[x^S]$ и $R_i[x^S]$ $(i\in\mathbb{N})$ и построить два вектора $f[x^S]=(f_1[x^S],...,f_N[x^S])$ и $R[x^S]=(R_1[x^S],...,R_N[x^S])$ соответственно.

Полученная в результате четырех этапов тройка $(x^S,f[x^S],R[x^S])$ образует искомое гарантированное решение, которое удовлетворяет определению 4.4. Таким образом, в результате применения стратегии $x^S\in X$

реализуется для каждого критерия $f_i(x,y)$ гарантированный исход $f_i[x^S]$ с присущим ему риском по Сэвиджу $R_i[x^S]$, где $(i \in \mathbb{N})$ [59, 81,87–89].

## § 4.3. Объединение концепции равновесия по Нэшу с принципом минимаксного сожаления как основа предлагаемого подхода моделирования процессов принятия решений в условиях неопределенности

Целью управляющей системы, как и в § 4.2 диссертационного исследования, является увеличение результата (выигрыша) при одновременном уменьшении риска, одновременно необходим учет реализации любой неопределенности из известного множества возможных значений. В настоящем параграфе формализуется и обосновывается понятие гарантированного по выигрышам и рискам равновесия по Нэшу.

Рассмотрим бескоалиционную игру $N$ лиц при неопределенности:

$$\langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}\}_{i\in\mathbb{N}}, \mathrm{Y}, \{(f_i(x,y)\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle, \tag{4.10}$$

где $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots, N \geq 2\}$ множество порядковых номеров игроков; каждый игрок $i \in \mathbb{N}$ выбирает и использует свою *стратегию* $x_i \in \mathrm{X}_i \subset \mathbb{R}^{n_i}$ $(i \in \mathbb{N})$, в итоге образуется *ситуация* $x = (x_1, \ldots, x_N) \in \mathrm{X} = \prod_{i\in\mathbb{N}} \mathrm{X}_i \subseteq \mathbb{R}^n$ $(n = n_1 + \ldots + n_N)$. Независимо от действий игроков в игре (4.10) реализуется любая неопределенность $y \in \mathrm{Y} \subset \mathbb{R}^m$. На парах $(x,y) \in \mathrm{X} \times \mathrm{Y}$ определена *функция выигрыша* $i$-го игрока $f_i(x,y)$, значение которой называется *выигрышем* $i$-го игрока [76].

Далее приведем определение равновесной по Нэшу ситуации: ситуация $x^e$ называется равновесной по Нэшу в игре $\langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{f_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle$, если $\max_{x_i \in \mathrm{X}_i} f_i[x^e \| x_i] = f_i[x^e]$ $(i \in \mathbb{N})$, где $[x^e \| x_i] = [x_1^e, \ldots, x_{i-1}^e, x_i, x_{i+1}^e, \ldots, x_N^e]$, и, используя принцип минимаксного сожаления, определим риск по Сэвиджу.

В случае однокритериальной задачи при неопределенности $\Gamma_1 = \langle \mathrm{X}, \mathrm{Y}, f(x,y) \rangle$

$$\min_{x \in \mathrm{X}} \max_{y \in \mathrm{Y}} R(x,y) = \max_{y \in \mathrm{Y}} R(x^e, y\} = R\,, \tag{4.11}$$

где функция риска по Сэвиджу [66, с. 80]:

$$R(x,y) = \max_{z \in \mathrm{X}} f(z,y) - f(x,y)\,, \tag{4.12}$$

при этом значение $R(x,y)$ называется риском по Сэвиджу [66, с. 81] в однокритериальной задаче $\Gamma_1 = \langle \mathrm{X}, \mathrm{Y}, f(x,y) \rangle$, оно характеризует риск управляющей системы при выборе стратегии $x \in \mathrm{X}$. То есть насколько отличается предполагаемое наилучшее значение критерия $\max_{x \in \mathrm{X}} f(x,y)$ от реально полученного $f(x,y)$, при этом именно рассматриваемый риск управляющая система стремится минимизировать за счет выбора $x \in \mathrm{X}$.

Объединение концепции равновесия по Нэшу с принципом минимаксного сожаления и составляет основу предлагаемого подхода в § 4.3 настоящего диссертационного исследования.

### 4.3.1. Функции риска по Сэвиджу и выигрыши в бескоалиционной игре при неопределенности

Согласно принципу минимаксного сожаления Сэвиджа (формализовано в предыдущих параграфах диссертационной работы) риск для $i$-го игрока определяется значением функции риска:

$$R_i(x,y) = \max_{z \in \mathrm{X}} f_i(z,y) - f_i(x,y)\,,\ (i \in \mathbb{N})\,, \tag{4.13}$$

где $f_i(x,y)$ — функция выигрыша $i$-го игрока в игре (4.10).

Чтобы построить функцию риска $R_i(x,y)$, найдем $\max_{x \in \mathrm{X}} f_i(x,y) = f(y)$ при $\forall y \in \mathrm{Y}$. С целью определения $f(y)$ предположим, в соответствии с теорией двухуровневых иерархических игр, наличие информационной дискриминации [90, с. 245; 81, с. 43] игрока нижнего уровня иерархии. Указанный игрок «формирует» неопределенность $y \in \mathrm{Y}$ и «передает» информацию на верхний уровень при построении соответствующей контрстратегии $x^{[i]}(y): \mathrm{Y} \to \mathrm{X}$ такой, что $\max\limits_{x \in \mathrm{X}} f_i(x, y) = f_i(x^{[i]}(y), y) = f_i(y), \forall y \in \mathrm{Y}$.

Множество подобных контрстратегий обозначается через $\mathrm{X}^{\mathrm{Y}}$ — множество $n$-вектор-функций $x(y): \mathrm{Y} \to \mathrm{X}$, определенных на $\mathrm{Y}$ со значениями в $\mathrm{X}$. Для построения уменьшаемого в (4.13), на верхнем уровне иерархии при каждой неопределенности $y \in \mathrm{Y}$ решить $N$ однокритериальных задач $\left\langle \mathrm{X}^{\mathrm{Y}}, \mathrm{Y}, f_i(x, y) \right\rangle$ $(i \in \mathbb{N})$, где $\mathrm{X}^{\mathrm{Y}}$ — множество контрстратегий $x(y): \mathrm{Y} \to \mathrm{X}$, $\mathrm{Y}$ — множество неопределенностей, при этом сама задача состоит в нахождении скалярных функций $f_i(y) = \max\limits_{x \in \mathrm{X}^{\mathrm{Y}}} f_i(x, y)$ $\forall y \in \mathrm{Y}$, и далее строятся функции риска по Сэвиджу по (4.13).

### 4.3.2. Гарантированные решения и риски

Далее, как и в замечании 4.1, $comp\mathbb{R}^n$ обозначим множество компактов из $\mathbb{R}^n$, а $comp\mathbb{R}^m$ — множество компактов из $\mathbb{R}^m$, непрерывность $f_i(x, y)$ обозначим $f_i(x, y) \in comp(\mathrm{X} \times \mathrm{Y})$.

**Утверждение 4.3.** Если $\mathrm{X} \in comp\mathbb{R}^n$, $\mathrm{Y} \in comp\mathbb{R}^m$ и $f_i(x, y) \in comp(\mathrm{X} \times \mathrm{Y})$, то:

1) функция максимума $\max\limits_{x \in \mathrm{X}} f_i(x, y)$ будет непрерывна на $\mathrm{Y}$;

2) функция минимума $\max\limits_{y \in \mathrm{Y}} f_i(x, y)$ непрерывна на $\mathrm{X}$.

**Следствие 4.3.1.** Если в бескоалиционной игре при неопределенности (4.10) множества $X \in comp\mathbb{R}^n$, $Y \in comp\mathbb{R}^m$ и $f_i(x,y) \in comp(X \times Y)$, то функция риска по Сэвиджу $R_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$ будет непрерывной на $X \times Y$.

Действительно, по утверждению 4.3 уменьшаемое из (4.13) непрерывно на $Y$, а разность непрерывных функций непрерывна на всех $(x,y) \in X \times Y$ [81, 90].

Перейдем теперь к гарантированным выигрышам и рискам в игре (4.10). Применяемый в настоящем параграфе диссертационного исследования способ учета неопределенностей для принятия решений в конфликтных системах заключается в следующем: каждой функции выигрыша $f_i(x,y)$ в игре (4.10) ставится в соответствие гарантия $f_i[x] = \min\limits_{y \in Y} f_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$.

Следовательно, игроки, выбирая стратегии $x \in X$ «обеспечивают» каждому выигрыш $f_i[x] \leq f_i(x,y)$ при реализации $\forall y \in Y$.

Утверждение 4.3, следствие 4.3.1, а также непрерывность $f_i(x,y)$ и $R_i(x,y)$ на $X \times Y$ следует справедливость следующего утверждения.

**Утверждение 4.4.** Если в игре (4.10) множества $X$ и $Y$ компакты, а функция выигрыша $f_i(x,y)$ $(i \in \mathbb{N})$ непрерывна на $X \times Y$, то гарантированные выигрыши:

$$f_i[x] = \min_{x \in X} f_i(x,y) \quad (i \in \mathbb{N}) \tag{4.14}$$

и гарантированные риски:

$$R_i[x] = \max_{y \in Y} R_i(x,y) \quad (i \in \mathbb{N}) \tag{4.15}$$

будут непрерывными на $X$ скалярными функциями.

**Замечание 4.6.** *Содержательный смысл гарантированного выигрыша* $f_i[x]$ $(i \in \mathbb{N})$ заключается в следующем: для $\forall y \in Y$ реализовавшиеся в ходе игры выигрыши $f_i(x,y)$ будут не меньше, чем $f_i[x]$. Таким образом, используя в игре (4.10) свою стратегию из ситуации $x \in X$, каждый игрок гарантирует себе выигрыш $f_i(x,y)$ не меньше $f_i[x]$ $(i \in \mathbb{N})$ при $\forall y \in Y$.

Следовательно, гарантированный выигрыш ограничивает снизу возможные выигрыши игроков при реализации любой неопределенности.

*Содержательный смысл гарантированного риска* $R_i[x]$ заключается в том, что он ограничивает сверху все возможные риски $R_i(x,y)$ по Сэвиджу, которые могут реализоваться при $\forall y \in \mathrm{Y}$.

Действительно, из (4.15) следует неравенство $R_i(x,y) \le R_i[x]$ $(i \in \mathbb{N})$.

*Таким образом, игрок* $i \in \mathbb{N}$, *следуя стратегии* $x_i$ *из* $x \in \mathrm{X}$, *обеспечивает себе гарантию* $f_i[x]$, *так как* $f_i[x] \le f_i(x,y)$ $\forall y \in \mathrm{Y}$, *и одновременно гарантию по риску* $R_i[x]$, *тем самым ограничивая сверху все возможные риски* $R_i(x,y) \le R_i[x]$ $(i \in \mathbb{N})$.

### 4.3.3. Бескоалиционная игра с двухкомпонентной функцией выигрыша

С целью дальнейшего исследования вопроса об увеличении выигрыша игрока при одновременном уменьшении риска перейдем от бескоалиционной игры $N$ лиц при неопределенности (4.10) к модели бескоалиционной игры $N$ лиц при неопределенности с двухкомпонентной функций выигрыша:

$$\left\langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \mathrm{Y}, \{f_i(x,y), -R_i(x,y)\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle, \tag{4.16}$$

где $\mathbb{N}$, $X_i$, $Y$ полностью соответствуют игре (4.10), а $\{f_i(x,y), -R_i(x,y)\}$ — двухкомпонентная функция выигрыша каждого $i$-го игрока $i \in \mathbb{N}$ и соответствующая $R_i(x,y)$ — функция риска по Сэвиджу. Знак минус при $R_i(x,y)$ обоснован следующим предположением: игрок $i$ выбором стратегии $x_i \in X_i$ стремится возможно увеличить оба критерия *одновременно*, то есть, так как $R_i(x,y) \ge 0$ при любых $(x,y) \in X \times Y$, увеличение $-R_i(x,y)$ эквивалентно уменьшению $R_i(x,y)$, при этом предполагается реализация любой неопределенности $y \in Y$.

Использование в игре (4.16) неопределенностей $y \in Y$, о которых известны лишь границы изменений (интервальных неопределенностей), обосновывает стремление каждого $i$-го игрока $i \in \mathbb{N}$ ориентироваться на гарантированные выигрыши $f_i[x]$ из (4.14) и риски $R_i[x]$ из (4.15). Подобный подход приводит к переходу от игры (4.16) к «игре гарантий» $G = \langle \mathbb{N}, \{X_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{f_i[x], -R_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle$, в которой каждый $i$-й игрок $i \in \mathbb{N}$ выбирает стратегию $x_i \in X_i$ таким образом, чтобы достичь возможно бóльших значений обоих критериев $f_i[x]$ и $-R_i[x]$ одновременно.

Далее, если «заморозить» стратегии всех игроков в $G$, кроме $x_i \in X_i$, то возникает необходимость исследования двухкритериальной задачи

$$G_i = \langle X_i, \{f_i[x], -R_i[x]\} \rangle \tag{4.17}$$

для каждого игрока. В $G_i$ игрок $i$ стремится выбрать свою стратегию $x_i \in X_i$ так, чтобы при $x_i = x_i^e$ реализовать возможно бóльшие значения обоих критериев $f_i[x]$ и $-R_i[x]$ одновременно.

Следующим этапом диссертационного исследования будет ответ на вопрос, *как совмещается увеличение выигрыша при одновременном уменьшении риска с помощью только одного критерия*. Ответ содержится в концепции векторного оптимума по Парето [261].

Далее с учетом вышеизложенного обозначим $f_i[x_i] = f_i[x]$, а $R_i[x_i] = R_i[x]$, тогда $G_i$ принимает следующий вид:

$$\langle X_i, \{f_i[x_i], -R_i[x_i]\} \rangle \tag{4.18}$$

**Утверждение 4.5.** Если в задаче (4.18) существует $x_i^e \in X_i$ и число $\tau \in (0,1)$ такое, что $x_i^e$ является максимизатором скалярной функции:

$$F_i[x_i] = f_i[x_i] - \tau R_i[x_i], \tag{4.19}$$

то есть:

$$F_i[x_i^e] = \max_{x_i \in X_i} (f_i[x_i] - \tau R_i[x_i]), \tag{4.20}$$

то $x_i^e$ будет максимальной по Парето в (4.18). Таким образом, при $\forall x_i \in \mathrm{X}_i$ будет несовместна система двух неравенств $f_i[x_i] \geq f_i[x_i^e]$, $-R_i[x_i] \geq -R_i[x_i^e]$, из которых хотя бы одно строгое.

**Доказательство** от противного: пусть стратегия $x_i^e$ из (4.20) не максимальна по Парето в задаче (4.18), следовательно существует такая стратегия $i$-го игрока $x_i^* \in \mathrm{X}$, что несовместна система из двух неравенств $f_i[x_i^*] \geq f_i[x_i^e]$ и $-R_i[x_i^*] \geq -R_i[x_i^e]$, причем по крайней мере одно из них строгое. Умножим обе части первого из них на число $(1-\tau_i) > 0$, а второе на $\tau_i > 0$, суммируем отдельно левые и правые части, получим:

$$(1-\tau_i) f_i[x_i^*] - \tau_i R_i[x_i^*] > (1-\tau_i) f_i[x_i^e] - \tau_i R_i[x_i^e]$$

или с учетом (4.19) $F_i[x_i^*] > F_i[x_i^e]$. Это строгое равенство противоречит (4.20).

**Замечание 4.7.** Свертка критериев (4.14) и (4.15) в виде (4.19) приводит к следующему: если при $x_i^* \neq x_i^e$ получается увеличение гарантированного исхода $f_i[x_i^*] \geq f_i[x_i^e]$, то в силу максимальности по Парето $x_i^e$ и $R_i[x_i] \geq 0$ подобное улучшение гарантированного выигрыша $f_i[x_i^*] \geq f_i[x_i^e]$ приведет к увеличению гарантированного риска $R_i[x_i^*] > R_i[x_i^e]$. И наоборот, уменьшение гарантированного риска $R_i[x_i^*] < R_i[x_i^e]$ по вышеуказанным причинам приводит к уменьшению гарантированного выигрыша $f_i[x_i^*] < f_i[x_i^e]$. Рассматриваемые два случая для игрока нежелательны.

Таким образом, замена двухкритериальной задачи (4.18) на однокритериальную $\langle \mathrm{X}_i, f_i[x_i] - \tau_i R_i[x_i] \rangle$ отвечает на поставленный выше вопрос и совмещает увеличение выигрыша $f_i[x_i]$ при одновременном уменьшении риска $R_i[x_i]$. Далее, увеличение разности $f_i[x_i] - \tau_i R_i[x_i]$, в силу $R_i[x_i] \geq 0$, отвечает желанию $i$-го игрока $x_i^* \in \mathrm{X}$ увеличить гарантированный выигрыш $f_i[x]$ при одновременном уменьшении риска $R_i[x]$.

## § 4.4. Формализация гарантированного по выигрышам и рискам равновесия по Нэшу бескоалиционной игры *N* лиц при неопределенности

В настоящем параграфе диссертационного исследования ответим на вопрос: как объединить все действия игроков в единую ситуацию и дополнительно учесть наличие неопределенности? С этой целью последовательно перейдем от бескоалиционной игры $N$ лиц при неопределенности (4.10) к бескоалиционным играм $G_1$, $G_2$ и $G_3$:

$$G_1 = \langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \mathrm{Y}, \{f_i(x,y), -R_i(x,y)\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle,$$
$$G_2 = \langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{f_i[x], -R_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle,$$
$$G_3 = \langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{F_i[x] = f_i[x] - \tau_i R_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle,$$

где $\mathbb{N} = \{1, 2, .., N \geq 2\}$ — множество упорядоченных номеров игроков;

стратегии $i$-го игрока $x_i \in \mathrm{X} \subset \mathbb{R}^{n_i}$ $(i \in \mathbb{N})$;

ситуации $x = (x_1, ..., x_N) \in \mathrm{X} = \prod_{i\in\mathbb{N}} \mathrm{X}_i \subset \mathbb{R}^n$ $(n = \sum_{i\in\mathbb{N}} n_i)$;

неопределенности $y \in \mathrm{Y} \subset \mathbb{R}^m$;

на парах $(x, y) \in \mathrm{X} \times \mathrm{Y}$ определены функции выигрыша $f_i(x, y)$ каждого игрока $i \in \mathbb{N}$;

функция риска по Сэвиджу $R_i(x, y)$ по (4.13);

постоянные $\tau_i \in (0,1)$ $(i \in \mathbb{N})$.

В игре $G_2$ функции выигрыша $f_i(x, y)$ и риска $R_i(x, y)$ заменены на их гарантии $f_i[x] = \min_{x\in\mathrm{X}} f_i(x, y)$ и $R_i[x] = \max_{y\in\mathrm{Y}} R_i(x, y)$ $(i \in \mathbb{N})$.

В игре $G_3$ вместо функции выигрыша $i$-го игрока по утверждению 4.5 использована линейная свертка гарантий $f_i[x]$ и $-R_i[x]$.

Рассмотрим «игру гарантий»:

$$G_3 = \langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{F_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle, \tag{4.21}$$

где $\mathbb{N}=\{1,2,..,N\}$ — множество упорядоченных номеров игроков. Каждый игрок, не объединяясь с другими в коалицию, выбирает и использует стратегию $x_i \in \mathrm{X} \subset \mathbb{R}^{n_i}$ $(i \in \mathbb{N})$. В результате складывается ситуация $x=(x_1,...,x_N) \in \mathrm{X}=\prod_{i \in \mathbb{N}} \mathrm{X}_i \subset \mathbb{R}^n$ $(n=\sum_{i \in \mathbb{N}} n_i)$. На множестве ситуаций $\mathrm{X}$ для каждого $i \in \mathbb{N}$ определена функция выигрыша $F_i[x]$, значение которой называется выигрышем игрока [81, 90]. Далее будем использовать обозначения $[x^e \| x_i]=[x_1^e,...,x_{i-1}^e, x_i, x_{i+1}^e, x_N^e]$ и $F=(F_1,...,F_N)$.

**Определение 4.5.** Ситуация $x^e=(x_1^e,...,x_N^e) \in \mathrm{X}$ в игре (4.21) называется равновесной по Нэшу, если:

$$\max_{x_i \in \mathrm{X}_i} F_i[x^e \| x_i]=F_i[x^e]. \quad (4.22)$$

Обозначим множество $\{x^e\}$ через $\mathrm{X}^e$ и отметим следующие общие *негативные особенности* равновесия по Нэшу:

1. При использовании в качестве решения игры ситуации равновесия по Нэшу, даже в случае «игры гарантий», игрокам необходима предварительная договоренность в части применения конкретной ситуации равновесия из $\mathrm{X}^e$.

В этом случае игрок уже не может самостоятельно принимать решение, так как заранее необходимы согласованные договоренности с другими игроками. Указанный факт противоречит бескоалиционному характеру игры и больше соответствует коалиционным или кооперативным играм, где по определению допускаются подобные договоренности. На этом основании возникает необходимость применения новых подходов к принятию решений в бескоалиционных играх, *например использование концепции равновесия по Бержу*.

2. При реализации предварительно выбранной ситуации равновесия по Нэшу каждый игрок должен быть уверен, что остальные игроки в игре также будут придерживаться своих стратегий рассматриваемой ситуации равновесия, иначе они не достигнут максимально возможного выигрыша.

Уверенность в действиях остальных в реальных социально-экономических условиях проблематична, так как неолиберальная экономическая доктрина диктует иные принципы поведения экономических субъектов («каждый сам за себя»), то есть выбор и использование каждым игроком стратегии, исходящей из его собственных интересов. Таким образом, возникает необходимость смены экономической доктрины, являющейся основой при принятии решений игроками, и перехода на новый философско-нравственный концепт, на котором должен основываться указанный процесс (Золотое правило нравственности).

3. Множество ситуаций по Нэшу не является внутренне устойчивым, то есть могут существовать две и более ситуации равновесия по Нэшу, когда выигрыши всех игроков в одной из них строго больше, чем в других.

Данные примеры в достаточном количестве рассмотрены в экономической литературе, и их исследование находится за рамками настоящей диссертационной работы. При этом избежать свойства внутренней неустойчивости можно, используя в качестве решений так называемые активные равновесия и их частный случай — равновесие угроз и контругроз [22].

4. Ситуации равновесия по Нэшу могут быть улучшены. Эта особенность составляет содержание, например, дилеммы заключенного.

Преодолеть свойство улучшаемости ситуаций равновесия по Нэшу можно, используя в качестве новых решений игры «максимальные по Парето ситуации или так называемые Парето-равновесные по Нэшу ситуации, то есть ситуации равновесия по Нэшу одновременно максимальные по Парето» [81, с. 150; 87].

Отметим, что вышеуказанные особенности не снижают достоинств равновесия по Нэшу.

Разберем более детально свойство *внутренней неустойчивости* множества равновесий по Нэшу и возможности его преодоления, а также *построение Парето-равновесной по Нэшу ситуации и условия ее существования.*

Множество $\mathrm{X}^e \subset \mathbb{R}^n$ считается внутренне неустойчивым, если существуют хотя бы две ситуации $x^{(1,2)} \in \mathrm{X}^e$, такие что:

$$\left[F[x^{(1)}] < F[x^{(2)}]\right] \Leftrightarrow \left[F_i[x^{(1)}] < F_i[x^{(2)}](i \in \mathbb{N})\right], \tag{4.23}$$

и внутренне устойчивым, если не существует в $\mathrm{X}^e$ хотя бы двух ситуаций $x^{(1,2)} \in \mathrm{X}^e$, для которых было бы справедливо (4.23). Далее приведем следующие замечания.

**Замечание 4.8.** Если в игре (4.21) будет $\mathbb{N} = \{1,2\}$ $f_1 = -f_2 = f^*$, то есть рассматривается антагонистический вариант игры (4.21) для любых двух седловых точек $x^{(j)} \in \mathrm{X}$ $(j = 1,2)$, по свойству эквивалентности седловых точек имеет место $f^*(x^{(1)}) = f^*(x^{(2)})$. Поэтому множество седловых точек в антагонистической игре внутренне устойчиво, при этом седловая точка есть ситуация равновесия по Нэшу в антагонистическом варианте игры (4.21) [81, 87, 90].

**Замечание 4.9.** В игре (4.21) вышеуказанное свойство внутренней неустойчивости не проявится, если в (4.21) существует единственная ситуация равновесия по Нэшу.

Игре (4.21) поставим в соответствие вспомогательную $N$-критериальную задачу:

$$\left\langle \mathrm{X}^e, \{F_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle, \tag{4.24}$$

где множество $\mathrm{X}^e$ альтернатив $x$ совпадает с множеством равновесных по Нэшу ситуаций $x^e$ в игре (4.21), а $i$-й критерий $F_i[x]$ — функция выигрыша (4.19) игрока $i \in \mathbb{N}$ [81, 87, 90].

**Определение 4.6.** Альтернатива $x^P \in \mathrm{X}^e$ будет максимальной по Парето (эффективной) в (4.24), если для любого $x \in \mathrm{X}^e$ несовместна система неравенств $F_i[x] \geq F_i[x^P]$ $(i \in \mathbb{N})$, из которых хотя бы одно строгое. Множество $\{x^P\}$ обозначим через $\mathrm{X}^P$ [81, 87, 90].

Согласно приведенному определению множество $X^P \subseteq X^e$ является внутренне устойчивым.

Далее отметим следующее: если при всех $x \in X^e$ справедливо

$$\sum_{i\in\mathbb{N}} f_i[x] \leq \sum_{i\in\mathbb{N}} f_i[x^P], \tag{4.25}$$

то $x^P$ — максимальная по Парето альтернатива в задаче (4.24).

**Определение 4.7.** Ситуацию $x^{p_e} \in X$ назовем Парето-равновесной по Нэшу для игры (4.21), если она одновременно равновесна по Нэшу в (4.21) и максимальна по Парето по приведенному ранее определению 4.6. [81, 87, 90]

**Замечание 4.10.** Доказательство существования $x^{p_e} \in X$ в (4.21) в случае, если множество $X^e$ не пустой компакт, компактности $X_i$ и непрерывности $F_i[x]$ $(i \in \mathbb{N})$ следует из $X^e \in comp X \subset \mathbb{R}^n$.

В развитие диссертационного исследования необходимо отметить, что достаточные условия существования в том числе и Парето-равновесной по Нэшу ситуации доказаны в ранее опубликованной работе [90, с. 232], как и теорема существования в смешанных (вероятностных) стратегиях [90, с. 235].

*Перейдем к понятию гарантированного по выигрышам и рискам равновесия бескоалиционной игры $N$ лиц при неопределенности.*

В игре (4.10) каждый игрок при выборе своей стратегии $x \in X$ стремится увеличить свой выигрыш, то есть значение своей функции выигрыша $f_i(x,y)$, и одновременно уменьшить риск, значение функции риска по Сэвиджу $R_i(x,y) = \max_{z\in X} f_i(z,y) - f_i(x,y)$, при этом необходимо учитывать реализацию неопределенности $\forall y \in Y$. Далее в ходе исследования будем использовать три $N$-вектора $f = (f_1,..., f_N)$, $R = (R_1,...,R_N)$, $F = (F_1,...,F_N)$ и $N$ числа $\tau_i \in (0,1)$ $(i \in \mathbb{N})$.

**Определение 4.8.** Тройка $(x^P, f^P, R^P)$ называется *гарантированным по выигрышам и рискам равновесием по Нэшу (неулучшаемым) игры* (4.10), если одновременно выполняются следующие условия:

1) $f^P = f^P[x]$, $R^P = R^P[x]$;

2) существует непрерывные на $\mathrm{X}$ скалярные функции $f_i[x] = \min\limits_{y\in \mathrm{Y}} f_i(x,y)$, $R_i[x] = \max\limits_{y\in \mathrm{Y}} R_i(x,y)$, где:

$$R_i(x,y) = \max_{z\in \mathrm{X}} f_i(z,y) - f_i(x,y) \ \ (i \in \mathbb{N});$$

3) множество $\mathrm{X}^e$ ситуаций равновесия по Нэшу $x^e$ не пустое в «игре гарантий» при хотя бы одной постоянной $\tau_i \in (0,1)$:

$$G_3 = \left\langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{F_i[x] = f_i[x] - \tau_i R_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle,$$

то есть $\max\limits_{x_i\in \mathrm{X}_i} F_i[x^e \| x_i] = F_i[x^e]$ $(i \in \mathbb{N})$;

4) ситуация $x^P$ максимальна по Парето в $N$-критериальной «задаче гарантий» $\left\langle \mathrm{X}^e, \{F_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle$, то есть несовместна система неравенств:

$$F_i[x] \geq F_i[x^P] \ \ (i \in \mathbb{N}) \ \text{для} \ \forall x \in \mathrm{X}^e.$$

И в заключение данного параграфа диссертационного исследования перечислим *достоинства формализованного выше равновесия*:

1. Приведенное решение позволяет учитывать стремление игрока к увеличению выигрыша с одновременным уменьшением возникшего риска.

2. Для выигрышей определены границы снизу $f_i[x^P] \leq f_i(x^P, y)$ $\forall y \in \mathrm{Y}$, а для рисков — границы сверху $R_i[x^P] \geq R_i(x^P, y)$ $\forall y \in \mathrm{Y}$, при этом необходимо отметить, что непрерывность гарантий $f_i[x]$ и $R_i[x]$ есть следствие $\mathrm{X} \in comp\mathbb{R}^n$, $\mathrm{Y} \in comp\mathbb{R}^m$ и $f_i(x,y) \in comp(\mathrm{X}\times \mathrm{Y})$ по утверждению 4.3.

3. По сравнению с $f_i[x^P]$ улучшение гарантированных выигрышей для отдельного игрока приведет к увеличению гарантированного риска по сравнению с $R_i[x^P]$, а уменьшение указанного риска автоматически уменьшит гарантированный выигрыш.

4. Из оптимальности ситуации $x^P$ по Парето следует, что невозможно одновременно увеличить разность $F_i[x^P]$.

5. Из всех гарантированных решений выбрано наилучшее, у которого разность $F_i[x^P]$ принимает наибольшее значение в смысле «векторного максимума».

6. Если выполняется требование $\mathrm{X} \in comp\mathbb{R}^n$, $\mathrm{Y} \in comp\mathbb{R}^m$ и непрерывности $f_i(x, y) \in comp(X \times Y)$, то гарантии $f_i[x]$ и $R_i[x]$ существуют и непрерывны на $X$ по утверждению 4.3. Поэтому вопрос о существовании решения, формализованного определением 4.8, соотносится с вопросом о существовании ситуации равновесия по Нэшу для «игры гарантий» $G_2$.

Необходимо отметить, что проведенные в настоящем параграфе диссертационного исследования построения и доказательные конструкции [88–90] можно применить к концепции равновесия по Бержу.

## Выводы к главе 4

В настоящей главе диссертационного исследования в обоснование и развитие фактов, изложенных в пяти параграфах, рассмотрены новые подходы к моделированию процессов принятия гарантированных решений и соответствующих им рисков в многокритериальных и конфликтных задачах при учете неопределенных факторов. При этом предполагается, что о неопределенностях известны лишь границы изменений, а какие-либо статистические характеристики отсутствуют.

Предлагаемая методология моделирования процессов принятия гарантированных решений основывается на предположении о возможном увеличении исходов при одновременном уменьшении связанного с ними риска (по Сэвиджу) и при этом учитывается возможность реализации любой неопределенности.

В § 4.1 представлен новый подход к оптимальным решениям многокритериальных задач при неопределенности с использованием принципа Сэвиджа. В § 4.2 формализованы гарантированные решения и связанные с ними риски, доказаны необходимые и достаточные условия существования указанных решений. Параграф 4.3 посвящен бескоалиционным играм. В § 4.4 предложен новый теоретико-игровой подход, который позволяет построить гарантированные решения и соответствующие им риски, доказать их существование, а также построить равновесие по Нэшу и исследовать его особенности. Формализовано также гарантированное по выигрышам и рискам равновесие бескоалиционной игры $N$ лиц при неопределенности, с использованием концепции векторного оптимума по Парето [196], а также рассмотрены его достоинства.

Проведенные в главе 4 исследования в основном базируются на полученных ранее результатах автора [90; 15–22; 57–75] и будут использованы в следующей главе с целью построения балансового равновесия, базирующегося на концепции равновесия по Бержу [187, 188].

# ГЛАВА 5. ГАРАНТИРОВАННОЕ ПО ВЫИГРЫШАМ И РИСКАМ РАВНОВЕСИЕ ПО БЕРЖУ БЕСКОАЛИЦИОННОЙ ИГРЫ N ЛИЦ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В главе 5 диссертационного исследования рассмотрены новые подходы к моделированию процессов принятия решений с использованием теоретико-игрового инструментария, которые базируются на возможном увеличении исходов при одновременном уменьшении связанного с ними риска (по Сэвиджу) и позволяют построить гарантированные решения и соответствующие им риски и исследовать особенности равновесия по Бержу.

В настоящей главе диссертации используются подходы и доказательные конструкции главы 4, применяемые к концепции равновесия по Бержу. При этом с целью исключения повторов выделяются только особенности равновесности по Бержу и используется § 2.1 диссертационной работы. С целью выявления особенностей равновесия по Бержу, в частности устойчивости и неулучшаемости, в данной главе формализуется Парето-гарантированное по Бержу решение и доказывается существование такого решения в смешанных стратегиях, а также приводятся его свойства.

## § 5.1. Объединение концепции равновесия по Бержу с принципом минимаксного сожаления как основа предлагаемого подхода моделирования процессов принятия решений в условиях неопределенности

Напомним, что одним из специфических и в то же время распространенных нравственных обобщений, выражающих накопленный опыт, является Золотое правило нравственности в позитивном его толковании. При общефилософском подходе нравственность и человечность должны лежать в основе культуры принятия решений, и это необходимая предпосылка и конечная цель для развития как управляющих, так и управляемых систем.

Управляющие системы, которые по своему содержанию обычно сложнее управляемых, фиксируют цели, стратегии и определяют правила поведения в математической модели бескоалиционной игры, которая, отметим еще раз, состоит из следующих элементов: множества игроков (в нашем случае управляющих систем); множества стратегий каждого из игроков; соответствующего скалярного функционала для каждого игрока, определенного на множестве их стратегий, значение которого оценивает меру достижения игроком своей цели. Указанный функционал обычно называется функцией выигрыша игрока.

Далее, используя логику главы 4 диссертационного исследования, рассмотрим снова бескоалиционную игру $N$ лиц при неопределенности:

$$\left\langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}\}_{i\in\mathbb{N}}, \mathrm{Y}, \{(f_i(x,y)\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle, \tag{5.1}$$

где $\mathbb{N} = \{1, 2, ..., N \geq 2\}$ множество порядковых номеров игроков; каждый игрок $i \in \mathbb{N}$ выбирает и использует свою *стратегию* $x_i \in \mathrm{X}_i \subset \mathbb{R}^{n_i}$ $(i \in \mathbb{N})$, в результате образуется *ситуация* $x = (x_1, ..., x_N) \in \mathrm{X} = \prod_{i\in\mathbb{N}} \mathrm{X}_i \subseteq \mathbb{R}^n$ $n = n_1 + n_2 + ... + n_N$. Независимо от действий игроков в игре (5.1) реализуется любая неопределенность $y \in Y \subseteq \mathbb{R}^m$.

На парах $(x, y) \in X \times Y$ определена *функция выигрыша* $i$-го игрока $f_i(x, y)$, значение которой называется *выигрышем* $i$-го игрока. $\mathrm{X} \in comp\mathbb{R}^n$, $\mathrm{Y} \in comp\mathbb{R}^m$ и непрерывная $f_i(x, y) \in comp(X \times Y)$ (утверждение 4.3) [90, 81].

Затем, используя формулу (4.13), определим функции риска по Сэвиджу $R_i(x, y) = \max_{z\in\mathrm{X}} f_i(z, y) - f_i(x, y)$ $(i \in \mathbb{N})$ и далее по формулам (4.14) и (4.15) построим гарантированный выигрыш $i$-го игрока $f_i[x] = \min_{x\in\mathrm{X}} f_i(x, y)$

$(i \in \mathbb{N})$ [81] и соответствующий гарантированный риск по Сэвиджу $R_i[x] = \max_{y \in \mathrm{Y}} R_i(x, y)$ $(i \in \mathbb{N})$.

В результате последовательно переходим к «игре гарантий»:

$$G_2 = \left\langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{f_i[x], -R_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle$$

и затем к вспомогательной игре:

$$G_3 = \left\langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{F_i[x] = f_i[x] - \tau_i R_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle = \left\langle \mathbb{N}, \{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{F_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle, \quad (5.2)$$

где постоянная $\tau_i \in (0,1)$.

Дополнительно обозначим $[x \| z_i] = [x_1, ..., \mathrm{x}_{i-1}, z, x_{i+1}, ..., x_N]$.

И, следуя методологии [90], применяемой в главе 4, приведем следующее определение.

**Определение 5.1.** Ситуация $x^B = (x_1^B, ..., x_N^B) \in \mathrm{X}$ называется *равновесной по Бержу* в игре (5.2), если:

$$f_i(x^B \| x_i) \le f_i(x^B), \forall x \in \mathrm{X},\ (i \in \mathbb{N}).$$

Используя тот факт, что если в игре двух лиц $\mathbb{N} = \{1, 2\}$ игроки «обмениваются» своими функциями выигрыша, то ситуация равновесия по Нэшу становится ситуацией равновесия по Бержу исходной игры [51, с. 70], отметим, что свойства 3 и 4 равновесия по Нэшу (§ 4.5), будут справедливы и для ситуации равновесия по Бержу. В частности, *множество равновесий по Бержу внутренне неустойчиво и улучшаемо.*

## § 5.2. Существование оптимальных по Парето равновесных по Бержу ситуаций в бескоалиционной игре $N$ лиц при неопределенности

Для преодоления вышеуказанного для игры (5.2) приведем понятие Парето-равновесной по Бержу ситуации, используя соответствующее определение 4.7.

**Определение 5.2.** Ситуация $x^{P_s} \in \mathrm{X}$ называется Парето-равновесной по Бержу для игры (5.2), если одновременно выполняются следующие условия:

1) ситуация $x^{P_s}$ равновесна по Бержу в игре, то есть выполняется равенство $\max\limits_{x\in \mathrm{X}} F_i[x\|x_i^B] = F_i[x^B]\ (i \in \mathbb{N})$, множество $\{x^B\} = \mathrm{X}^B$;

2) ситуация $x^{P_B}$ максимальна по Парето в $N$-критериальной задаче $\left\langle \mathrm{X}^B, \{F_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle$, если при $\forall x^B \in \mathrm{X}^B$ несовместна система неравенств $F_i[x] \geq F_i[x^B]\ \ (i \in \mathbb{N})$, из которых по крайней мере одно строгое.

Достаточные условия существования Парето-равновесной по Бержу ситуации конструируются с помощью гермейеровской свертки [48], при этом используются $N$-векторы $x = (x_1, x_2, ..., x_N) \in \mathrm{X}$, $z = (z_1, z_2, ..., z_N) \in \mathrm{X}$, $f = (f_1, f_2, ..., f_N)$, $R = (R_1, R_2, ..., R_N)$, $F = (F_1, F_2, ..., F_N)$ и $\tau_i = const \in [0,1]\ \ (i \in \mathbb{N})$. Далее рассмотрим $N+1$ скалярных функций:

$$\begin{aligned}
&f_1(x,z) = F_1[z_1, x_2, ..., x_N] - F_1[z],\\
&f_2(x,z) = F_2[x_1, z_2, ..., x_N] - F_2[z],\\
&...\\
&f_N(x,z) = F_N[x_1, x_2, ..., z_N] - F_N[z],\\
&f_{N+1}(x,z) = \sum_{k=1}^{N} F_k[x] - \sum_{k=1}^{N} F_k[z]
\end{aligned} \tag{5.3}$$

и их гермейевскую свертку:

$$f(x,z) = \max_{k=1,2,...,N+1} f_k(x,z). \tag{5.4}$$

По аналогии с замечанием 4.8 приведем следующее утверждение.

**Утверждение 5.1.** Если в антагонистической игре:

$$\left\langle \mathrm{X}, \mathrm{Z} = \mathrm{X}, f(x,z) \right\rangle$$

существует седловая точка $(x^0, z^B) \in \mathrm{X} \times \mathrm{Z} = \mathrm{X}$, то есть:

$$\max_{x\in\mathrm{X}} f(x, z^B) = f(x^0, z^B) = \min_{x\in\mathrm{X}} f(x^0, z),$$

то стратегия $z^B$, входящая в седловую точку $(x^0, z^B)$, является Парето-равновесной по Бержу ситуацией игры (5.2). Отметим, что множество седловых точек в антагонистической игре внутренне устойчиво и, следовательно, *множество Парето-равновесных по Бержу ситуаций внутренне устойчиво*.

Проведем доказательство существования Парето-равновесных по Бержу ситуаций смешанных стратегиях. Для начала приведем ряд вспомогательных сведений.

В теории игр и теории принятия решений в содержательном смысле под чистой стратегией понимается стратегия, *однозначно* выбираемая игроком, что в практическом плане встречается достаточно редко, и поэтому часто используются смешанные стратегии. *Под смешанной стратегией можно понимать такую, в которой чистые стратегии чередуются случайным* образом.

В игре (5.2) установим равновесие по Бержу одновременно оптимальное по Парето в смешанных стратегиях при следующих ограничениях: компактность множества стратегий игроков и непрерывность функций выигрыша, при этомпримениям методологию Э. Бореля [192–195].

Далее используем следующий факт из § 4.5: $x = (x_1,...,x_N) \in \mathrm{X} = \prod_{i \in \mathbb{N}} \mathrm{X}_i \subseteq \mathbb{R}^n$, на парах $(x, y) \in \mathrm{X} \times \mathrm{Y}$ определена функция выигрыша $i$-го игрока $f_i(x, y)$, значение которой является выигрышем $i$-го игрока, $\mathrm{X} \in comp\mathbb{R}^n$, $\mathrm{Y} \in comp\mathbb{R}^m$ и непрерывная $f_i(x, y) \in comp\mathrm{X} \times \mathrm{Y}$ по утверждению 4.3, и перейдем к смешанному расширению игры (5.2).

На каждом из $N$ компактов множества $\mathrm{X}_i$ построим борелевскую $\tau$-алгебру $\Omega(\mathrm{X}_i)$ и вероятностные меры $\mu(\cdot)$ на $\Omega(\mathrm{X}_i)$, то есть неотрицательные скалярные функции, определенные на элементах $\Omega(\mathrm{X}_i)$, счетно-аддитивные и нормированные на $\mathrm{X}_i$ единицей. Множество вероятностных мер обозначим символом $\{\mu_i\}$, а под мерой $\mu(\cdot)$ будем понимать смешанную стратегию $i$-го игрока [51].

Далее для (5.2) конструируем ситуации в смешанных стратегиях как меры-произведения $\mu(dx)=\mu_1(dx_1)...\mu_N(dx_N)$. Множество таких ситуаций обозначим как $\{\mu\}$ и найдем математические ожидания:

$$f_i(\mu)=\int_{\mathrm{X}} f_i(x)\mu(dx) \quad (i\in\mathbb{N}). \tag{5.5}$$

Игре (5.2) $G_3=\langle\mathbb{N},\{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}},\{F_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}}\rangle$ поставим в соответствие ее смешанное расширение:

$$G_3^*=\langle\mathbb{N},\{\mu_i\}_{i\in\mathbb{N}},\{f_i(\mu)\}_{i\in\mathbb{N}}\rangle.$$

В бескоалиционной игре $N$ лиц $G_3^*$:

$\mu_i(\cdot)\in\{\mu_i\}$ — смешанная стратегия игрока $i$ $(i\in\mathbb{N})$;

$\mu(\cdot)\in\{\mu\}$ — ситуация в смешанных стратегиях;

$f_i(\mu)$ — функция выигрыша $i$-го игрока $(i\in\mathbb{N})$, которая определена в (5.5).

Далее в настоящем параграфе диссертации будем использовать:

$N$-векторы $x=(x_1,...,x_N)\in\mathrm{X}$, $z=(\mathrm{z}_1,...,\mathrm{z}_N)\in\mathrm{X}, (i\in\mathbb{N})$,

$\mu(\cdot),\eta(\cdot)\in\{\mu\}$;

и математические ожидания:

$$F_i(\mu)=\int_X F_i(x)\mu(dx),$$
$$F_i(\eta)=\int_X F_i(z)\eta(dz),$$
$$F_i(\eta\|\mu)=\int_{X_1}\dots\int_{X_{i-1}}\int_{X_i}\int_{X_{i+1}}\dots\int_{X_N}F_i(z_1,\dots,z_{i-1},x_i,z_{i+1},\dots$$
$$\dots,z_N)\eta_N(dz_N)\dots\eta_{i+1}(dz_{i+1})\eta_i(dz_i)\eta_{i-1}(dz_{i-1})\dots\eta_1(dz_1), \tag{5.6}$$

где $x_i,z_i\in\mathrm{X}_i$ $(i\in\mathbb{N})$ и $x,z\in\mathrm{X}$.

Ситуации равновесия по Бержу в чистых стратегиях (определение 5.1) соответствует следующее понятие равновесной по Бержу ситуации $\mu^B(\cdot)\in\{\mu\}$ в смешанных стратегиях в исходной игре (5.2).

**Определение 5.3.** Ситуация $\mu^B(\cdot)\in\{\mu\}$ называется равновесной по Бержу в игре (5.2), если:

$$F_i(\mu^B \| \mu_i) \le F_i(\mu^B) \;\; \forall \mu(\cdot) \in \{\mu_i\} \;\; (i \in \mathbb{N}). \qquad (5.7)$$

$\mu^B(\cdot) \in \{\mu\}$ также назовем *равновесной по Бержу ситуацией в смешанных стратегиях* для игры (5.2).

При выполнении требований $X_i \in comp\mathbb{R}^{n_i}$ и непрерывности $f_i(x) \in comp(X)$ $(i \in \mathbb{N})$, согласно работе К. Бержа [11] и А. А. Гусейнова, В. И. Жуковского, К. Н. Кудрявцева [51, с. 86], в игре (5.2) существует равновесная по Бержу ситуация в смешанных стратегиях.

Игре $G_3^* = \langle \mathbb{N}, \{\mu_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{F_i(\mu)\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle$ поставим в соответствие $N$-критериальную задачу:

$$\langle \{\mu_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{F_i(\mu)\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle. \qquad (5.8)$$

В задаче (5.8) управляющая система (ЛПР) с целью достичь максимальных значений всех компонент векторного критерия $F(\mu) = (F_1(\mu), ..., F_N(\mu))$ определяет/выбирает ситуацию $\mu(\cdot) \in \{\mu\}$. Далее приведем определение максимальной по Парето ситуации.

**Определение 5.4.** Ситуация $\mu^P(\cdot) \in \{\mu\}$ называется максимальной по Парето для задачи (5.8), если при $\forall \mu(\cdot) \in \{\mu\}$ несовместна система неравенств:

$$F_i[\mu] \ge F_i^P[\mu] \;\; (i \in \mathbb{N}),$$

из которых по крайней мере одно неравенство строгое [51, с. 86].

Используя результаты главы 4, аналогом $\sum_{i\in\mathbb{N}} f_i[x] \le \sum_{i\in\mathbb{N}} f_i[x^P]$ (4.25) является утверждение: если при всех $\mu(\cdot) \in \{\mu\}$ справедливо:

$$\sum_{i\in\mathbb{N}} F_i(\mu) \le \sum_{i\in\mathbb{N}} F_i(\mu^P), \qquad (5.9)$$

то ситуация в смешанных стратегиях $\mu^P(\cdot) \in \{\mu\}$ максимальна по Парето в задаче (5.8) [51, 90].

**Определение 5.5.** $\mu^{P_B}(\cdot) \in \{\mu\}$ называется Парето-равновесной по Бержу ситуацией в смешанных стратегиях для игры (5.2), если:

1) $\mu^{P_B}(\cdot)$ является равновесной по Бержу в игре (5.2) по определению 5.3;

2) $\mu^{P_B}(\cdot)$ максимальна по Парето в многокритериальной задаче (5.8) по определению 5.4.

Далее перейдем к доказательству существования равновесной по Бержу ситуации в смешанных стратегиях, одновременно максимальной по Парето по отношению к остальным равновесным по Бержу ситуациям.

**Утверждение 5.2.** Если в бескоалиционной игре (5.2):

1) множество стратегий каждого $i$-го игрока $\mathrm{X}_i \in comp\mathbb{R}^{n_i}$ $(i \in \mathbb{N})$;

2) функции выигрыша $F_i(x)$ каждого $i$-го игрока $(i \in \mathbb{N})$ непрерывны на $\mathrm{X} = \prod_{i \in \mathbb{N}} \mathrm{X}_i$,

то существует Парето-равновесная по Бержу ситуация в смешанных стратегиях $\mu^{P_B}(\cdot) \in \{\mu\}$ [51, 77, 90].

**Доказательство.** Используя доказательные конструкции главы 4, построим скалярную функцию (5.4):

$$f(x,z) = \max_{k=1,\dots,N+1} f_k(x,z),$$

где по формуле (5.3):

$$\begin{aligned}
&f_1(x,z) = F_1[z_1, x_2, \dots, x_N] - F_1[z],\\
&f_2(x,z) = F_2[x_1, \mathrm{z}_2, \dots, x_N] - F_2[z],\\
&\dots\\
&f_N(x,z) = F_N[x_1, x_2, \dots, \mathrm{z}_N] - F_N[z],\\
&f_{N+1}(x,z) = \sum_{k=1}^{N} F_k[x] - \sum_{k=1}^{N} F_k[z]
\end{aligned}$$

и $N$-векторы $x = (x_1, \dots, x_N) \in \mathrm{X}$, $z_i \in \mathrm{X}_i$ $(i \in \mathbb{N})$, $z = (\mathrm{z}_1, \dots, \mathrm{z}_N) \in \mathrm{X}$ $x_i \in \mathrm{X}_i$ $(i \in \mathbb{N})$.

Следуя доказательной конструкции утверждения 4.3, функция $f(x,z)$ определена и непрерывна на произведении компактов $\mathrm{X} \times \mathrm{X}$.

Далее построим вспомогательную антагонистическую игру:

$$\left\langle \{\mathrm{I}, \mathrm{II}\}, \mathrm{X}, \mathrm{Z} = \mathrm{X}, f(x,z) \right\rangle, \tag{5.10}$$

в которой игрок $\mathrm{I}$ выбором своей стратегии $x \in \mathrm{X}$ стремится максимизировать, а игрок $\mathrm{II}$, выбирая $z \in \mathrm{X}$, минимизировать функцию $f(x,z)$, непрерывную на $\mathrm{X} \times \mathrm{Z} = \mathrm{X}$.

Далее применим к игре (5.10) частный случай теоремы Гликсберга [216], где седловая точка в игре (5.10) совпадает с ситуацией равновесия по Нэшу в бескоалиционной игре двух лиц:

$$\left\langle \{\mathrm{I},\mathrm{II}\}, \{\mathrm{X}, \mathrm{Z} = \mathrm{X}\}, \psi_{\mathrm{I}}(x,z) = f(x,z), \psi_{\mathrm{II}}(x,z) = -f(x,z) \right\rangle.$$

В вышеуказанной игре двух лиц игрок $\mathrm{I}$ выбором своей стратегии $x \in \mathrm{X}$ стремится максимизировать $\psi_{\mathrm{I}}(x,z) = f(x,z)$, а игрок $\mathrm{II}$, выбирая $z \in \mathrm{X}$, максимизировать $\psi_{\mathrm{II}}(x,z) = -f(x,z)$. И так как множества $\mathrm{X}$ и $\mathrm{Z} = \mathrm{X}$ компакты, а $\psi_{\mathrm{I}}(x,z) = f(x,z)$ и $\psi_{\mathrm{II}}(x,z) = -f(x,z)$ непрерывны на $\mathrm{Z} \times \mathrm{X}$, то согласно теореме Гликсберга существует ситуация равновесия по Нэшу $(\mu^e, \eta^*)$, в смешанном расширении (игра $G_2$):

$$G_2 = \left\langle \{\mathrm{I},\mathrm{II}\}, \{\mu\}, \{\eta\}, \{ f_i(\mu,\eta) = \int\limits_{\mathrm{X}}\int\limits_{\mathrm{X}} f_i(x,z)\mu(dx)\eta(dz)\}_{i=\mathrm{I},\mathrm{II}} \right\rangle,$$

причем $(\mu^e, \eta^*)$ одновременно является седловой точкой смешанного расширения игры (5.10) [51, 77]:

$$\left\langle \{\mathrm{I},\mathrm{II}\}, \{\mu\}, \{\eta\}, \{\psi_i(\mu,\eta) = \int\limits_{\mathrm{X}}\int\limits_{\mathrm{X}} \psi_i(x,z)\mu(dx)\eta(dz)\}_{i=\mathrm{I},\mathrm{II}} \right\rangle.$$

Итак, еще раз используем теорему Гликсберга, согласно которой существует пара $(\mu^e, \eta^*)$, которая является седловой точкой $\psi(\mu,\eta)$, то есть:

$$\psi(\mu,\eta^*) \le \psi(\mu^e,\eta^*) \le \psi(\mu^e,\eta). \tag{5.11}$$

Далее используем тот факт, что если в игре двух лиц $\mathbb{N} = \{\mathrm{I},\mathrm{II}\}$ игроки «обмениваются» своими функциями выигрыша, то ситуация равновесия по Нэшу становится ситуацией равновесия по Бержу исходной игры [51, с. 70], а также используем утверждение 5.1 $\mu^e = \mu^B \in \{\mu\}$.

В правом равенстве (5.11) $\psi(\mu,\eta^*) \le \psi(\mu^B,\eta^*) \le \psi(\mu^B,\eta)$, положив $\eta = \mu^B$, получим $\psi(\mu^B,\mu^B) = 0$, и поэтому для каждой $\mu(\cdot) \in \{\mu\}$ из (5.11) следует:

$$0 \ge \psi(\mu,\eta^*) = \int_{\mathrm{X}}\int_{\mathrm{X}} \max_{k=1,\dots,N=1} \psi_k(x,z)\mu(\mathrm{dx})\eta^*(dz). \tag{5.12}$$

Аналогично свойству, что максимум суммы не больше суммы максимумов, в работе В. И. Жуковского, К. Н. Кудрявцева [87] установлено:

$$\begin{gathered}\max_{k=1,\dots,N=1} \int_{\mathrm{X}}\int_{\mathrm{X}} \psi_k(x,z)\mu(\mathrm{dx})\eta(dz) \le \\ \le \int_{\mathrm{X}}\int_{\mathrm{X}} \max_{k=1,\dots,N=1} \psi_k(x,z)\mu(\mathrm{dx})\eta(dz).\end{gathered} \tag{5.13}$$

Из (5.12) и (5.13) получаем:

$$\max_{k=1,\dots,N=1} \int_{\mathrm{X}}\int_{\mathrm{X}} \psi_k(x,z)\mu(\mathrm{dx})\eta^*(dz) \le 0 \quad \forall \mu(\cdot) \in \{\mu\},$$

но тогда и для каждого $k = 1,\dots,N,N+1$ следует:

$$\int_{\mathrm{X}}\int_{\mathrm{X}} \psi_k(x,z)\mu(\mathrm{dx})\eta^*(dz) \le 0 \quad \forall \mu(\cdot) \in \{\mu\}. \tag{5.14}$$

С учетом нормированности смешанных стратегий и ситуации в смешанных стратегиях:

$$\int_{\mathrm{X}} \mu_i(dx) = 1, \int_{\mathrm{X}} \eta_i(dz) = 1, \int_{\mathrm{X}} \mu(dx) = 1, \int_{\mathrm{X}} \eta(dz) = 1, \tag{5.15}$$

при $\mu_i(\cdot) \in \{\mu_i\}, \eta_i(\cdot) \in \{\eta_i\}, \mu(\cdot) \in \{\mu\}, \eta(\cdot) \in \{\eta\}$ $(i \in \mathbb{N})$ выделим следующие два случая и для $k \in \mathbb{N}$ и $k = N+1$ уточним вид неравенств (5.14):

1. $k \in \mathbb{N}$. Применяя формулы (5.3) и (5.15), при каждом $i \in \mathbb{N}$ неравенство (5.14) сводится к виду:

$$\int_{\mathrm{X}}\int_{\mathrm{X}} [F_i(z\|x_i) - F_i(z)]\mu(dx)\eta^*(dz) = \int_{\mathrm{X}}\int_{\mathrm{X}_i} [F_i(z\|x_i) - F_i(z)]\mu_i(dx_i)\eta^*(dz) =$$

$$= \int_{\mathrm{X}}\int_{\mathrm{X}_i} F_i(z\|x_i)\mu_i(dx_i)\eta^*(dz) - \int_{\mathrm{X}} F_i(z\|x_i)\eta^*(dz)\int_{\mathrm{X}_i} \mu_i(dx_i) \overset{(5.15)}{=}$$

$$\overset{(5.15)}{=} [\int_{X_1} \ldots \int_{X_{i-1}} \int_{X_i} \int_{X_{i+1}} \ldots \int_{X_N} F_i(z_1,\ldots,z_{i-1},x_i,z_{i+1},\ldots$$

$$\ldots,z_N)\eta_N^*(dz_N)\ldots\eta_{i+1}^*(dz_{i+1})\mu_i(dz_i)\eta_{i-1}^*(dz_{i-1})\ldots\eta_1^*(dz_1)] - F_i(\eta^*) =$$

$$= F_i(\eta^* \| \mu) - F_i(\eta^*) \le 0, \forall \mu_i \in \{\mu_i\}.$$

Из (5.7) и полученного вида неравенства следует включение $\eta^*(\cdot) \in \{\eta\}$, то есть по определению 5.3 ситуация в смешанных стратегиях $\eta^*(\cdot)$ будет равновесной по Бержу для игры (5.2) [51, 77, 87].

2. $k = N+1$. Для данного случая неравенство (5.14) примет вид:

$$\int_X \int_X \psi_{N+1}(x,z)\mu(dx)\eta^*(dz) =$$

$$= \int_X \int_X \sum_{i\in\mathbb{N}} F_i(x)\mu(dx)\eta^*(dz) - \int_X \int_X \sum_{i\in\mathbb{N}} F_i(z)\mu(dx)\eta^*(dz) =$$

$$= \int_X \sum_{i\in\mathbb{N}} F_i(x)\mu(dx)\int_X \eta^*(dz) - \int_X \sum_{i\in\mathbb{N}} F_i(z)\eta^*(dz)\int_X \mu(dx) \overset{(5.9)}{=}$$

$$\overset{(5.9)}{=} \sum_{i\in\mathbb{N}} F_i(\mu) - \sum_{i\in\mathbb{N}} F_i(\eta^*) \le 0, \forall \mu(\cdot) \in \{\mu\}.$$

Из полученного неравенства следует (5.9) при $\mu^P = \eta^*$, то есть ситуация в смешанных стратегиях $\eta^*(\cdot)$ максимальна по Парето для $N$-критериальной задачи (5.8).

Из вышеуказанных пунктов 1 и 2, а также из определения 5.5 следует, что $\eta^*(\cdot)$ будет Парето-равновесной по Бержу ситуацией в смешанных стратегиях для игры (5.2). Этот вывод и завершает доказательство утверждения 5.2.

Далее аналогично определению 4.8 формализуем гарантированное по выигрышам и рискам неулучшаемое равновесие по Бержу игры (5.2).

**Определение 5.6.** Тройка $(x^P, f^P, R^P)$ называется *гарантированным по выигрышам и рискам равновесием по Бержу (неулучшаемым) игры* (5.2), если *одновременно* выполняются следующие условия:

1) $f^P = f^P[x]$, $R^P = R^P[x]$;

2) существует непрерывные на $\mathrm{X}$ скалярные функции $f_i[x]=\min\limits_{y\in\mathrm{Y}} f_i(x,y)$, $R_i[x]=\max\limits_{y\in\mathrm{Y}} R_i(x,y)$, где:

$$R_i(x,y)=\max_{z\in\mathrm{X}} f_i(z,y)-f_i(x,y)\ \ (i\in\mathbb{N});$$

3) множество $\mathrm{X}^B$ ситуаций равновесия по Нэшу $x^B$ не пусто в «игре гарантий» при хотя бы одной постоянной $\tau_i\in(0,1)$:

$$G_3=\left\langle \mathbb{N},\{\mathrm{X}_i\}_{i\in\mathbb{N}},\{F_i[x]=f_i[x]-\tau_i R_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}}\right\rangle,$$

то есть $\max\limits_{x_i\in\mathrm{X}_i} F_i[x^B\|x_i]=F_i[x^B]\,(i\in\mathbb{N})$;

4) ситуация $x^P$ максимальна по Парето в $N$-критериальной «задаче гарантий» $\left\langle \mathrm{X}^B,\{F_i[x]\}_{i\in\mathbb{N}}\right\rangle$, то есть несовместна система неравенств [51, 77, 87]:

$$F_i[x]\geq F_i[x^P]\ \ (i\in\mathbb{N})\ \text{ для }\ \forall x\in\mathrm{X}^B.$$

И в заключение данного параграфа, аналогично § 4.5 диссертационного исследования, перечислим *достоинства формализованного выше равновесия по Бержу*. Итак:

1) приведенное в определении 5.3 решение позволяет учитывать стремление игрока к увеличению выигрыша с одновременным уменьшением возникшего при этом риска;

2) для выигрышей игроков определены границы снизу $f_i[x^P]\leq f_i(x^P,y)$ $\forall y\in\mathrm{Y}$, а для рисков — границы сверху $R_i[x^P]\geq R_i(x^P,y)$ $\forall y\in\mathrm{Y}$, при этом необходимо отметить, что непрерывность гарантий $f_i[x]$ и $R_i[x]$ есть следствие $\mathrm{X}\in comp\mathbb{R}^n$, $\mathrm{Y}\in comp\mathbb{R}^m$ и $f_i(x,y)\in comp(\mathrm{X}\times\mathrm{Y})$;

3) по сравнению с $f_i[x^P]$ улучшение гарантированных выигрышей для отдельного игрока приведет к увеличению гарантированного риска по сравнению с $R_i[x^P]$, а уменьшение указанного риска автоматически уменьшит гарантированный выигрыш;

4) из оптимальности ситуации $x^P$ по Парето следует, что невозможно одновременно увеличить разность $F_i[x^P]$;

5) из всех гарантированных решений выбрано наилучшее, у которого разность $F_i[x^P]$ принимает наибольшее значение в смысле «векторного максимума»;

6) если выполняется требование $\mathrm{X} \in comp\mathbb{R}^n$, $\mathrm{Y} \in comp\mathbb{R}^m$ и непрерывности $f_i(x, y) \in comp(\mathrm{X} \times \mathrm{Y})$, то гарантии $f_i[x]$ и $R_i[x]$ существуют и непрерывны на $\mathrm{X}$, поэтому вопрос о существовании решения, формализованного определением 5.3, соотносится с вопросом о существовании ситуации равновесия по Нэшу для «игры гарантий» $G_2$.

## Выводы к главе 5

В настоящей главе формализуется Парето-гарантированное по Бержу решение, доказывается существование такого решения в смешанных стратегиях и выявляются его позитивные и негативные свойства.

Особенности равновесия по Бержу.

1. При использовании в качестве решения игры ситуации равновесия по Бержу, даже в случае «игры гарантий», игроки не нуждаются в предварительных договоренностях о применении конкретной ситуации равновесия из $\mathrm{X}^B$, так как процесс принятия решений базируется на Золотом правиле нравственности в позитивном его толковании, то есть игрок самостоятельно принимает решение и заранее не требуются переговоры с другими участниками игры. Указанный факт подтверждает бескоалиционный характер игры.

2. При реализации выбранной ситуации равновесия по Бержу каждый игрок уверен, что остальные игроки также будут придерживаться своих стратегий рассматриваемой ситуации равновесия, иначе они не достигнут максимально возможного выигрыша. Уверенность в действиях остальных

игроков основывается на философско-моральной парадигме Золотого правила нравственности, лежащей в основе процесса принятия решений.

3. Множество ситуаций по Бержу, как и ситуаций равновесия по Нэшу, является внутренне неустойчивым, то есть могут существовать две ситуации по Бержу [51, 77, 87] такие, что выигрыши всех игроков в одной из них строго больше, чем в другой. При этом необходимо отметить, что избежать этого свойства можно, используя в качестве решений:

— активные равновесия и их частные случаи — равновесия санкций и контрсанкций, угроз и контругроз [17, 20, 21, 22, 61, 76, 78,];

— Парето-равновесные по Бержу ситуации, что и было осуществлено в главе 5 настоящего исследования.

4. Ситуации равновесия по Бержу могут быть улучшаемы. Преодолевает это свойство использование в качестве новых решений игры максимальных по Парето ситуаций или Парето-равновесных по Бержу ситуаций, то есть ситуаций равновесия по Бержу одновременно максимальных по Парето, что также было доказано в главе 5 диссертационного исследования. Отметим, что вышеуказанные особенности равновесия по Бержу не снижают его достоинств.

Таким образом, в главе 5 диссертационного исследования рассмотрены новые подходы к моделированию процессов принятия решений с использованием теоретико-игрового инструментария, которые базируются на возможном увеличении исходов при одновременном уменьшении связанного с ними риска (по Сэвиджу), которые позволяют построить гарантированные решения и риски и исследовать особенности равновесия по Бержу. С целью выявления особенностей равновесия по Бержу, в частности устойчивости и неулучшаемости, в настоящей главе диссертации формализуется Парето-гарантированное по Бержу решение и доказывается теорема существования такого решения в смешанных стратегиях, а также приводятся его свойства.

# ГЛАВА 6. КОНЦЕПЦИЯ РАВНОВЕСИЯ САНКЦИЙ И КОНТРСАНКЦИЙ В ОДНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ $N \geq 2$ ЛИЦ

В данной главе диссертационного исследования представлена методология моделирования процессов принятия решений в сложных управляемых динамических системах: реализация идеи сбалансированности (равновесности) систем и формирование нового механизма, способствующего решению проблем устойчивости равновесий. Указанные разработки основываются на экономико-математическом моделировании с применением синтеза научных подходов системного анализа, экономики, права, теорий игр, исследования операций и принятия решений. Рассматривается линейно-квадратичная позиционная дифференциальная игра многих лиц. Установлены коэффициентные критерии, при выполнении которых в игре существует равновесие санкций и контрсанкций и при этом не существует общепринятого равновесия по Нэшу. Рассмотрена экономико-правовая модель активного равновесия через правовое понятие санкций, что расширяет область практического применения указанного класса задач.

## § 6.1. Активные равновесия и понятия санкций и контрсанкций

В настоящее время основой существования национальной рыночной системы является активно используемая неолиберальная экономическая доктрина. В своей дифференциации она охватывает все сферы деятельности участников общественных отношений, и проявляется в процессе принятия решений на всех уровнях управляющих и управляемых сложных систем. Указанный подход при экономико-математическом моделировании с использованием теоретико-игрового инструментария (с целью сбалансированности управляемых систем [102]) проявляется в применении различных концепций статических [78] и активных равновесий [165]. Если процесс принятия решений в сложной системе описывается аналитическим конструированием дифференциальной игры, то, по мнению ведущих ученых математической теории игр, равновесию как приемлемому решению дифференциальной игры, при этом должно быть присуще свойство устойчивости [76,79,80]. На содержательном уровне требование устойчивости означает, что отклонение от равновесия отдельного игрока не может увеличить выигрыш отклоняющегося.

В рамках применения неолиберального экономического концепта решение, предложенное нобелевским лауреатом 1994 года Дж. Нэшем [254–257], как известно, во многих ситуациях отвечает указанному требованию. При этом сто́ит отметить, что это равновесие не всегда существует при определенных условиях и/или обладает рядом общеизвестных негативных свойств, например, множество ситуаций равновесия по Нэшу, может быть как внутренне, так и внешне неустойчивым. Математическая задача поиска свойства устойчивости равновесий может заключаться в использовании активных равновесий, например, классического равновесия угроз и контругроз [17, 20–22] или возражений и контрвозражений [133, 146], одновременно с выполнением требования эффективности (максимальности по Парето) [149, с.92–93; 136; 198].

Отметим, что экономико-правовое обоснование теоретико-игровых моделей в общем виде использует идею системной сбалансированности, когда соотношение сложных управляемых систем проявляется в их взаимовоздействии и устанавливается фактом соответствия правового порядка общественных отношений закономерностям и тенденциям экономического развития. В частном случае экономико-правовое обоснование теоретико-игровой модели равновесия санкций и контрсанкций основывается на использовании правового понятия санкции как составляющей дефиниции юридической ответственности субъектов.

В практическом плане регулятором реализуется принцип неотвратимости наступления юридической ответственности, в частности, санкции за правонарушение и преступление (отклонение от установленных в правовых предписаниях правил поведения, как, например, от указанной выше предполагаемой ситуации равновесия).

Перейдем непосредственно к используемому в работе понятийному аппарату. Понятие «угроза» на микроуровне содержит в себе не только реальное действие участника рынка, но и саму возможность такого действия с целью его понуждения к соблюдению установленных ранее правил, на макроуровне речь может идти в том числе об «угрозе принуждения» — регулятивном определении правового режима неотвратимости наказания. В юридической литературе «угроза принуждения» означает санкцию, а сам этот термин используется для обозначения применяемых при регулировании мер воздействия» [111; 113, с.11]. В математической теории игр для «смягчения агрессивного характера» терминов «угроза», «санкции» возможно использование как синонима слова «возражение». Экономическое содержание понятия санкции в юридической энциклопедии включает в себя «меры принудительного экономического воздействия за нарушение установленного порядка деятельности» и, как правило, имеют предупредительную, компенсационную или репрессивную функцию. Соответственно для моделирования процесса принятия решений макро-, микроуровня действие игрока противостоящего принуждению и использующего встречные методы воздействия — определяется через контрвозражение, контругрозу, контрсанцию.

Равновесие санкций и контрсанкций, как и другие равновесия, могут обеспечивать требование устойчивости решений, но в каждой концепции при этом используются разная тактика (механизмы). В случае равновесия по Нэшу все игроки, кроме отклонившегося, продолжают придерживаться своих прежних стратегий, а при равновесии санкций и контрсанкций, на содержательном уровне, игроки переходят к допустимым нормами права действиям, которые принуждают отклонившегося игрока следовать ситуации равновесия, т.е. игроки применяют (используют) контрсанкции. В этом случае неотвратимость наказания является веским основанием для игроков не отклонятся от рассматриваемой конкретной ситуации и с позиций права их действия основываются на понятии юридической ответственности как «за изменение содержания уже существующего обязательства» и «проистекающего для нарушителя из факта совершенного им нарушения отрицательного последствия» [113, с. 27].

Так как классическая концепция угроз и контругроз, как уже упоминалось, не всегда активно используется в математической теории игр [133] и ограничена либо статическим вариантом игры, либо дифференциальными играми двух лиц [76, 78, 22, 190, 207, 214, 263, 277, 294], то новизна настоящего исследования для теории дифференциальных игр заключается:

1) в том, что равновесие санкций и контрсанкций одновременно максимально по Парето;

2) выявлен достаточно широкий класс дифференциальных игр $N$ лиц при $N \geq 2$, в которых существует равновесие санкций и контрсанкций и одновременно отсутствует равновесие по Нэшу;

3) предложен алгоритм практического построения равновесия санкций и контрсанкций.

## § 6.2. Постановка формальной задачи

С целью математического обоснования и построения теоретико-игровой модели равновесия санкций и контрсанкций рассматривается бескоалиционная линейно-квадратичная дифференциальная игра $N$ лиц в нормальной форме, заданная упорядоченной четверкой

$$\Gamma = \left\langle \mathbb{N}, \Sigma, \{\mathcal{U}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{J_i(U, t_0, x_0)\}_{i\in\mathbb{N}} \right\rangle.$$

В игре $\Gamma$ множество порядковых номеров игроков $\mathbb{N}=\{1,...,N\}$, где число игроков (например, участников рыночных отношений) $N\geq 2$; изменение управляемой динамической системы $\Sigma$ (тогда под управляемой динамической системой понимаются взаимодействующие субъекты рыночной деятельности) допустим, описывается векторным линейным дифференциальным уравнением

$$\Sigma \div \dot{x}=A(t)x+u_1+...+u_N,\ \ x(t_0)=x_0. \qquad (2.1)$$

Здесь фазовый $n$-вектор состояния системы $x\in\mathbb{R}^n$, $\mathbb{R}^n$ - $n$-мерное евклидово пространство с евклидовой нормой $\|\cdot\|$; фиксирован момент окончания игры $\vartheta=const>0$, а само время продолжительности игры $t\in[t_0,\vartheta]$; управляющее воздействие $i$-игрока $u_i\in\mathbb{R}^n$ $(i\in\mathbb{N})$; для $n\times n$ матрицы $A(t)$ предполагаем непрерывность на $[0,\vartheta]$ ее элементов и обозначим указанный факт через $A(\cdot)\in C_{n\times n}[0,\vartheta]$; пара $(t,x)\in[0,\vartheta]\times\mathbb{R}^n$ — *текущая* позиция игры $\Gamma$; $(t_0,x_0)$- *начальная* позиция; $0\leq t_0\leq\vartheta$.

Стратегия $i$-го игрока $U_i$ отождествляется с $n$-векторной функцией $u_i(t,x)$ и обозначается это соответствие $U_i\div u_i(t,x)$, тогда множество стратегий $i$-го игрока

$$\mathcal{U}_i=\{U_i\}=\{U_i\div u_i(t,x),u_i(t,x)=Q_i(t)\,x \,|\, \forall Q_i(\cdot)\in C_{n\times n}[0,\vartheta]\}.$$

Таким образом, выбор стратегии $i$-ым игроком сводится к выбору конкретной $n\times n$ непрерывной матрицы $Q_i(t)$ $(i\in\mathbb{N})$ из $C_{n\times n}[0,\vartheta]$.

Зададим правила игры в условиях конкурентного рынка: предположим, что игроки, не объединяясь в коалиции, выбирают каждый свою конкретную стратегию $U_i\div Q_i(t)x$; в результате образуется *ситуация игры* $U=(U_1,...,U_N)\in\mathcal{U}=\mathcal{U}_1\times...\times\mathcal{U}_N$. Далее находится решение $x(t)$, $t_0\leq t\leq\vartheta$, системы (6.2.1) при $u_i=Q_i(t)x$ $(i\in\mathbb{N})$, т.е.

$$\dot{x}(t)=[A(t)+Q_1(t)+...+Q_N(t)]x(t),\ x(t_0)=x_0. \qquad (6.2.2)$$

Система (2.2) линейных однородных дифференциальных уравнений с непрерывными коэффициентами на интервале $[t_0,\vartheta]$ имеет непрерывное продолжимое на $[t_0,\vartheta]$ решение $x(t)$ при $\forall t_0 \in [0,\vartheta)$. Затем игроки переходят к построению *реализаций* выбранных ими стратегий $u_i[t]=Q_i(t)x(t)$ $(i\in\mathbb{N})$ и соответствующей ситуации $u[t]=(u_1[t],...,u_N[t])$, которую составляют $N$ непрерывных на $[t_0,\vartheta]$ $n$-векторов $u_1[t],...,u_N[t]$. Тогда функцию выигрыша $i$-го игрока образует определенный на непрерывных парах $(x(t),u[t])$, $t\in[t_0,\vartheta]$, квадратичный функционал

$$J_i(U_1,...U_N,t_0,x_0)=x'(\vartheta)C_i x(\vartheta)+\int_{t_0}^{\vartheta}\sum_{j\in\mathbb{N}}u'_j[t]D_{ij}u_j[t]dt\ (i\in\mathbb{N}), \qquad (2.3)$$

где, не уменьшая общности, считаем постоянные $n\times n$ матрицы $C_i$, $D_{ij}$ симметричными; штрих сверху означает операцию транспонирования ($x'$ - вектор-строка). Значение функционала (2.3) в математической теории игр называется *выигрышем* $i$-го игрока. По ходу игры в условиях использования неолиберальной экономической доктрины предполагается, что игроки заинтересованы выбрать в дифференциальной игре $\Gamma$ свои стратегии таким образом, чтобы максимально возможно увеличить личный выигрыш.

Напомним, что одной из целей настоящей работы является выявление достаточно общего класса линейно-квадратичных дифференциальных позиционных игр $N$ лиц в нормальной форме вида $\Gamma$, в котором отсутствует общепринятое равновесие по Нэшу, при этом одновременно существует равновесие санкций и контрсанкций. Для этого игре $\Gamma$ поставим в соответствие $N$-критериальную динамическую задачу

$$\Gamma_\nu=\langle\Sigma,\mathcal{U},\{J_i(U,t_0,x_0)\}_{i\in\mathbb{N}}\rangle,$$

где управляемая динамическая система $\Sigma$ совпадает с (2.1), совокупность альтернатив $\mathcal{U}$ задается множеством ситуаций $\mathcal{U}=\prod_{i=1}^{N}\mathcal{U}_i$ игры $\Gamma$, $N$ критериев $J_i(U,t_0,x_0)\,(i\in\mathbb{N})$ определены в (2.3). Тогда целью лица, принимающего решение (далее ЛПР) в задаче $\Gamma_\nu$, будет выбор такой альтернативы $U^P \in \mathcal{U}$, при которой все $N$ критериев (2.3) принимали бы возможно большие значения. Общепринятым подходом в решении указанной задачи является использование понятия, предложенного Вильфредом Парето в 1909 г [261].

**Определение 6.2.1.** Альтернатива $U^P = (U_1^P, ..., U_N^P) \in \mathcal{U}$ называется максимальной по Парето в задаче $\Gamma_\nu$, если при $\forall U \in \mathcal{U}$ и $\forall (t_0, x_0) \in [0, \vartheta) \times \mathbb{R}^n$, $x_0 \neq 0_n$, несовместна система неравенств

$$J_i(U, t_0, x_0) \geq J_i(U^P, t_0, x_0) \; (i \in \mathbb{N}),$$

из которых хотя бы одно строгое, при этом вектор $J^P = J^P[t_0, x_0] = (J_1(U^P, t_0, x_0), ..., J_N(U^P, t_0, x_0))$ называется максимумом по Парето в $\Gamma_\nu$.

Из определения 6.2.1. следуют очевидные два свойства.

**Свойство 6.2.1.** Справедлива импликация:

$$[J_i(\hat{U}, t_0, x_0) > J_i(U^P, t_0, x_0)] \Rightarrow [J_j(\hat{U}, t_0, x_0) < J_j(U^P, t_0, x_0)]$$

для хотя бы одного $j \in \mathbb{N}$, $j \neq i$.

**Свойство 6.2.2.** Если для каких-либо постоянных $\alpha_i > 0 \, (i \in \mathbb{N})$ имеет место

$$\max_{U \in \mathcal{U}} \{ \sum_{i \in \mathbb{N}} \alpha_i J_i(U, t_0, x_0) \} = Idem\{U \to U^P\}, \tag{2.4}$$

то ситуация $U^P$ максимальна по Парето в $\Gamma_\nu$; $Idem\{U \to U^P\}$ означает выражение в фигурных скобках из (2.4), где $U$ заменено на $U^P$.

Далее перейдем к понятиям двух равновесных решений игры $\Gamma$, где вектор $J = (J_1, ..., J_N) \in \mathbb{R}^N$.

**Определение 6.2.2.** Пара $(U^e, J^e = J(U^e, t_0, x_0)) \in \mathcal{U} \times \mathbb{R}^N$ называется *равновесием по Нэшу* игры $\Gamma$, если имеет место $N$ равенств

$$\begin{cases} \max\limits_{U_1 \in \mathcal{U}_1} J_1(U_1, U_2^e, ..., U_N^e, t_0, x_0) = J_1(U_1^e, U_2^e, ..., U_N^e, t_0, x_0) = J_1^e, \\ \max\limits_{U_2 \in \mathcal{U}_2} J_2(U_1^e, U_2, ..., U_N^e, t_0, x_0) = J_2(U_1^e, U_2^e, ..., U_N^e, t_0, x_0) = J_2^e, \\ ... \\ \max\limits_{U_N \in \mathcal{U}_N} J_N(U_1^e, ..., U_{N-1}^e, U_N, t_0, x_0) = J_N(U_1^e, ..., U_{N-1}^e, U_N^e, t_0, x_0) = J_N^e \end{cases}$$

при любых $(t_0, x_0) \in [0, \vartheta) \times \mathbb{R}^n, x_0 \neq 0_n$ ($0_n$ - нулевой $n$-вектор).

Построим равновесие санкций и контрсанкций.

Пусть $U = (U_1, U_2, ..., U_N)$ некоторая фиксированная ситуация игры $\Gamma$. Считаем далее, что у первого игрока имеется санкция на ситуацию $U$, если у него существует такая стратегия $U_1^T \in \mathcal{U}_1$, что

$$J_1(U_1^T, U_2, ..., U_N, t_0, x_0) > J_1(U_1, U_2, ..., U_N, t_0, x_0). \tag{2.5}$$

Наличие санкции не означает ее обязательное применение, а лишь «угрозу принуждения». Напомним, что существование санкции и ее роль проявляется в связи с понятием юридической ответственности игроков, заставляет воздерживаться от нарушений установленных условий игры и осуществляется при условии их «срывов». В терминологии теории игр применение санкции выгодно первому игроку, так как при этом, согласно (2.5), его личный выигрыш увеличивается по сравнению с выигрышем в прежней ситуации $U$.

Комплекс «карательных» мер, принимаемых одной стороной против другой в ответ на санкции, проявляется в контрсанкциях, так, например, в ответ на применение санкции первым игроком $U_1^T$ у второго, имеется (в терминологии математической теории игр) «частичная» или «неполная» контрсанкция, если у него существует стратегия $U_2^C \in \mathcal{U}_2$, при которой

$$J_1(U_1^T, U_2^C, ..., U_N, t_0, x_0) \le J_1(U_1, U_2, ..., U_N, t_0, x_0), \tag{2.6}$$

и *«полная» контрсанкция*, если существует такая стратегия $U_2^C \in \mathcal{U}_2$, что одновременно с неравенством (2.6) выполняется и

$$J_2(U_1^T, U_2^C, ..., U_N, t_0, x_0) > J_2(U_1^T, U_2, ..., U_N, t_0, x_0). \tag{2.7}$$

Таким образом, формализуется контрсанкция в ответ на каждую санкцию $U_i^T$.

При наличии «частичной» или «неполной» контрсанкции, второй игрок за счет выбора своей стратегии $U_2^C$ приводит, согласно (2.6), выигрыш применившего санкции игрока к значению, *не превосходящему* (может быть и меньше) его первоначальный выигрыш в ситуации $U$ и делает ничтожным (нулевым) применение санкции. В дополнение, «полная» контрсанкция побуждает отвечающего на санкции второго игрока к применению $U_2^C$. Действительно, в полученной в результате ситуации $(U_1^T, U_2^C, ..., U_N)$ его выигрыш увеличивается по сравнению с выигрышем в ситуации $(U_1^T, U_2, ..., U_N)$ (сложившейся при применении санкции $U_1^T$). Аналогично строится санкция $U_i^T$, примененная $i$-ым игроком на ситуацию $U$ и ответная контрсанкция.

Естественно, если в ответ на санкцию на ситуацию $U$ любого игрока, у хотя бы одного из оставшихся имеется контрсанкция, то смысл применения санкций становится ничтожным, так как в результате использования контрсанкций выигрыш игрока не увеличится (а может и уменьшиться!).

**Определение 6.2.3.** Ситуация $U^P = (U_1^P, U_2^P, ..., U_N^P) \in \mathcal{U}$ называется активно равновесной [23] в игре $\Gamma$, если при любой начальной позиции $(t_0, x_0) \in [0, \vartheta) \times \mathbb{R}^n, x_0 \neq 0_n$,

1) $U^P$ максимальна по Парето в $\Gamma_\nu$;
2) в ответ на каждую санкцию $U_i^T \in \mathcal{U}_i$ любого игрока по крайней мере у одного из оставшихся имеется «неполная» контрсанкция.

**Определение 6.2.4.** Пара $(U^P, J^P) \in \mathcal{U} \times \mathbb{R}^N$ называется *равновесием санкций и контрсанкций* в позиционной дифференциальной игре $N$ лиц $\Gamma$, если при любой начальной позиции $(t_0, x_0) \in [0, \vartheta) \times \mathbb{R}^n, x_0 \neq 0_n$

1) $U^P$ максимальна по Парето в $N$-критериальной динамической задаче $\Gamma_v$;

2) в ответ на каждую санкцию любого игрока, по крайней мере, у одного из оставшихся имеется «полная» контрсанкция;

где, напомним, $J^P = (J_1^P, J_2^P, ..., J_N^P)$, $J_i^P = J_i(U^P, t_0, x_0)$ $(i \in \mathbb{N})$.

Из определений 6.2.3. и 6.2.4. следует, что равновесие санкций и контрсанкций является одновременно активным равновесием. Активно равновесным ситуациям и равновесиям санкций и контрсанкций, основанным на известной в теории игр концепции угроз и контругроз [146], присущи все позитивные свойства ситуации равновесия по Нэшу [76, с. 49]: они устойчивы по отклонению отдельного игрока, удовлетворяют свойству индивидуальной рациональности и совпадают с седловой точкой в случае антагонистической игры [76]. При этом одновременно с тем указанные равновесия свободны от следующих недостатков [76, с. 58]:

- они существуют в ряде случаев, когда равновесие по Нэшу отсутствует;

- в отличие от него, в силу паретовости, внешне и внутренне устойчивы;

- наличие в игре равновесия по Нэшу влечет существование некоторых видов активных равновесий, выигрыши всех игроков при которых не меньше, чем при равновесии по Нэшу;

- если ситуации равновесия по Нэшу одновременно максимальны по Парето, то они являются равновесиями санкций и контрсанкций.

Подчеркнем еще раз, что в настоящем исследовании, указанный прием позволил «внести» в определения 6.2.3 и 6.2.4 требование эффективности (максимума по Парето), «снимая» тем самым некоторые негативные свойства равновесия по Нэшу, такие как отсутствие внутренней и внешней устойчивости множества равновесий по Нэшу.

Н. Н. Красовским [110] формализованы понятия стратегий игроков и порожденных ими движений динамической системы для антагонистической дифференциальной позиционной игры; используемые дефиниции, лежащие в основе вышеуказанных позитивных свойств, справедливы для позиционных дифференциальных неантагонистических игр [296].

Сто́ит отметить, что в условиях экономических санкций против России [144, 145] методология построения активных равновесий, в частности концепции равновесия санкций и контрсанкций высокоактуальна для практических задач экономико-математического моделирования процессов принятия решений.

## § 6.3. Формализация эффективных ситуаций и выигрышей в задаче $\Gamma_\nu$

С целью проведения дальнейших исследований введем следующие обозначения. Пусть запись $D<0$ $(>0)$ означает, что квадратичная форма $x'Dx$ определенно положительна (соответственно, определенно отрицательна, т.е. $x'Dx<0$ для $\forall x \neq 0_n$).

Рассмотрим $N$-критериальную статическую вспомогательную задачу

$$\Gamma_N = \left\langle \mathbb{R}^{N_n}, \{ f_i(u) = u_1' D_{i1} u_1 + \ldots + u_N' D_{iN} u_N \}_{i \in \mathbb{N}} \right\rangle, \tag{3.1}$$

в которой ЛПР выбирает альтернативу $u=(u_1,u_2,...,u_N)\in\mathbb{R}^{Nn}$ с целью достичь одновременно возможно больших значений всех компонент векторного критерия $f(u)=(f_1(u), f_2(u),..., f_N(u))$.

Далее по аналогии с определением 6.2.1.: альтернатива $u^P$ максимальна по Парето в задаче $\Gamma_N$, если при $\forall u\in\mathbb{R}^{Nn}$ несовместна система неравенств $f_i(u)\geq f_i(u^P)$ $(i\in\mathbb{N})$, из которых хотя бы одно строгое.

Далее приведем вспомогательные утверждения, касающиеся свойств квадратичных форм $x'Dx=\sum_{\gamma,\beta=1}^{n} d_{\gamma\beta}x_\gamma x_\beta$ , где используются постоянные $d_{\gamma\beta}$ —

элементы $n \times n$ матрицы $D$ и компоненты $x_1, ..., x_n$ $n$-вектора $x \in \mathbb{R}^n$.

**Лемма 6.3.1.** Заменой $b_{\gamma\beta} = \dfrac{d_{\gamma\beta} + d_{\beta\gamma}}{2}$ можно всегда свести квадратичную форму $x'Dx$ к виду $x'Bx$, где уже $n \times n$ матрица $B = (b_{ij})$ будет симметричной, т.е. $B' = B$.

Далее, не уменьшая общности, будем считать матрицы всех используемых ниже квадратичных форм симметричными.

**Лемма 6.3.2.** Имеет место импликация:

$D_{ii} > 0 \Rightarrow$ все $n$ корней характеристического уравнения $\det[D_{ii} - \Lambda E_n] = 0$ вещественны и положительны $(i \in \mathbb{N})$, где $E_n$ — единичная $n \times n$ матрица [45, с. 281]. Пусть $\Lambda_{ii} > 0$- наибольший из этих корней, тогда

$$u_i' D_{ii} u_i \le \Lambda_{ii} \|u_i\|^2 = \Lambda_{ii} u_i' u_i \quad \forall u_i \in \mathbb{R}^n. \tag{3.2}$$

Так как $D > 0 \Leftrightarrow -D = (-1)D < 0$, то для $D < 0$ все $n$ корней $-\lambda_{ij} < 0$ характеристического уравнения $\det[D_{ij} - \lambda E_n] = 0$ отрицательны $(i, j \in \mathbb{N}, j \ne i)$.

Пусть $-\lambda_{ij}$ наибольший (по абсолютной величине наименьший) из них, тогда аналогично (3.2) будет

$$u_j' D_{ij} u_j \le -\lambda_{ij} u_i' u_j \quad \forall u_j \in \mathbb{R}^n. \tag{3.3}$$

Следующая лемма «вытекает» из свойства 6.2.2.

В $N$-критериальной задаче $\Gamma_N$, не уменьшая общности, будем считать, что санкцию применяет игрок 1, а контрсанкцию объявляет игрок 2 (отметим, что нумерация игроков — субъективна).

**Лемма 6.3.3.** Предположим, что в $\Gamma_N$

1) симметричные $n \times n$ матрицы $D_{ij}$ таковы, что

$$D_{ii} > 0, D_{ij} < 0 \ (i, j \in \mathbb{N}, j \ne i), \ \Lambda_{11}\Lambda_{22} < \lambda_{12}\lambda_{21}; \tag{3.4}$$

2) ненулевая $N \times N$ матрица

$$A=\begin{bmatrix}\Lambda_{11} & -\lambda_{21} & \dots & -\lambda_{N1}\\ -\lambda_{12} & \Lambda_{22} & \dots & -\lambda_{N2}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ -\lambda_{1N} & -\lambda_{2N} & \dots & \Lambda_{NN}\end{bmatrix}$$

вырождена (т.е. $\det A=0$), где $\det A$ определитель матрицы $A$.

Тогда система однородных линейных строгих неравенств (относительно $N$-компонент вектора-столбца $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_N)$)

$$\begin{cases}+\alpha_1\Lambda_{11}-\alpha_2\lambda_{21}-\alpha_3\lambda_{31}-...-\alpha_N\lambda_{N1}<0,\\ -\alpha_1\lambda_{12}+\alpha_2\Lambda_{22}-\alpha_3\lambda_{32}-...-\alpha_N\lambda_{N2}<0,\\ -\alpha_1\lambda_{13}-\alpha_2\lambda_{23}+\alpha_3\Lambda_{33}-...-\alpha_N\lambda_{N3}<0,\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ -\alpha_1\lambda_{1N}-\alpha_2\lambda_{1N}-....-\alpha_{N-1}\lambda_{N-1}+\alpha_N\Lambda_{NN}<0\end{cases}\qquad(3.5)$$

имеет положительное решение $\alpha=(1,\alpha_2,...,\alpha_N)$, т.е. все $\alpha_j>0, j=2,...,N$; где $\Lambda_{ii}(-\lambda_{ij})\ (i,j\in\mathbb{N}, j\neq i)$ наибольший корень характеристического уравнения $\det[D_{ii}-\Lambda E_n]=0$ (соответственно, $\det[D_{ij}-\lambda E_n]=0\ (i,j\in\mathbb{N}, j\neq i)$).

**Доказательство.** Далее при построении максимальной по Парето ситуации в игре $\Gamma$ будем использовать свойство 6.2.2. Для этого потребуется линейная свертка $\sum_{i\in\mathbb{N}}\alpha_i f_i(u)$ критериев (3.1) с положительными коэффициентами $\alpha_i>0$. Затем опять-таки с помощью (3.1) построим квадратичную форму компонент $Nn$-вектора $u=(u_1,...,u_N)$:

$$f(u)=\sum_{i\in\mathbb{N}}\alpha_i f_i(u)=\sum_{i\in\mathbb{N}}\alpha_i[u_1'D_{i1}u_1+u_2'D_{i2}u_2+...+u_N'D_{iN}u_N].$$

С учетом (3.1)-(3.3) тогда

$$\begin{aligned}&f(u)=u_1'[\alpha_1\Lambda_{11}-\alpha_2\lambda_{21}-...-\alpha_N\lambda_{N1}]u_1+\\ &+u_2'[-\alpha_1\lambda_{12}+\alpha_2\Lambda_{22}-...-\alpha_N\lambda_{N2}]u_2+\\ &+\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots+\\ &+u_{N-1}'[-\alpha_1\lambda_{1N-1}-\alpha_2\lambda_{2N-1}-...+\alpha_{N-1}\Lambda_{N-1N-1}-\alpha_N\lambda_{N-1}]u_{N-1}+\\ &+u_N'[-\alpha_1\lambda_{1N}-\alpha_2\lambda_{2N}-...-\alpha_{N-1}\lambda_{N-1N}+\alpha_N\Lambda_{NN}]u_N=\\ &=d_1\|u_1\|^2+...+d_N\|u_N\|^2.\end{aligned}$$

Утановим, что можно выбрать $\alpha_i = const > 0$ $(i \in \mathbb{N})$ так, чтобы все $d_i$ - стали отрицательными числами, причем

$$\begin{aligned}
&d_1 = [\alpha_1\Lambda_{11} - \alpha_2\lambda_{21} - \ldots - \alpha_N\lambda_{N1}],\\
&d_2 = [-\alpha_1\lambda_{12} + \alpha_2\Lambda_{22} - \ldots - \alpha_N\lambda_{N2}],\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&d_{N-1} = [-\alpha_1\lambda_{1N-1} - \alpha_2\lambda_{2N-1} - \ldots + \alpha_{N-1}\Lambda_{N-1N-1} - \alpha_N\lambda_{N-1}],\\
&d_N = [-\alpha_1\lambda_{1N} - \alpha_2\lambda_{2N} - \ldots - \alpha_{N-1}\lambda_{N-1N} + \alpha_N\Lambda_{NN}].
\end{aligned} \tag{3.6}$$

С этой целью (3.5) поставим в соответствие систему линейных строгих однородных неравенств

$$\begin{cases}
\alpha_1\Lambda_{11} - \alpha_2\lambda_{21} < 0,\\
-\alpha_1\lambda_{12} + \alpha_2\Lambda_{22} < 0,\\
-\alpha_1\lambda_{13} - \alpha_2\lambda_{23} + \alpha_3\Lambda_{33} < 0,\\
-\alpha_1\lambda_{14} - \alpha_2\lambda_{24} - \alpha_3\lambda_{34} + \alpha_4\Lambda_{44} < 0,\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
-\alpha_1\lambda_{1N-1} - \alpha_2\lambda_{2N-1} - \ldots + \alpha_{N-1}\Lambda_{N-1N-1} < 0,\\
-\alpha_1\lambda_{1N-1} - \alpha_2\lambda_{2N-1} - \ldots - \alpha_{N-1}\lambda_{N-1N} + \alpha_N\Lambda_{NN} < 0,
\end{cases} \tag{3.7}$$

которые получаем из (3.5) «отбрасыванием» всех отрицательных слагаемых, кроме $-\alpha_2\lambda_{21}$ из первого неравенства и $-\alpha_1\lambda_{12}$ второго. С учетом факта, что добавление отрицательных слагаемых лишь «усиливает» строгие неравенства, получаем, что при $\lambda_{ij} > 0$ и $\alpha_i > 0$ любые положительные решения системы (6.3.7) являются положительными и для (3.5). Тогда очевидно, что квадратичная форма $f(u)$ будет определенно отрицательной относительно компонент $Nn$-вектора $u = (u_1,...,u_N)$, если система (3.5) (или система (3.7)) имеет положительное решение $\alpha = (1, \alpha_2,...,\alpha_N)$, т.е. все числа $\alpha_\gamma > 0$ $(\gamma = 2,...,N)$. Перейдем к доказательству указанного факта для системы (3.7). С этой целью найдем $\alpha_2$ из первых двух строгих неравенств в (3.7):

$$\begin{cases}
\alpha_1\Lambda_{11} - \alpha_2\lambda_{21} < 0,\\
-\alpha_1\lambda_{12} + \alpha_2\Lambda_{22} < 0.
\end{cases}$$

Если $\alpha_1 = 1$, то для $\Lambda_{ii} > 0$, $\lambda_{ij} > 0$ $(i, j = 1,2; i \neq j)$ существует положительное число $\alpha_2$ такое, что

$$\begin{Bmatrix} \Lambda_{11} - \alpha_2\lambda_{21} < 0 \\ -\lambda_{12} + \alpha_2\Lambda_{22} < 0 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} \dfrac{\Lambda_{11}}{\lambda_{21}} < \alpha_2 \\ \dfrac{\lambda_{12}}{\Lambda_{22}} > \alpha_2 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \left\{ \frac{\Lambda_{11}}{\lambda_{21}} < \alpha_2 < \frac{\lambda_{12}}{\Lambda_{22}} \right\},$$

чего можно достичь при $\Lambda_{11}\Lambda_{22} < \lambda_{12}\lambda_{21}$, например, для

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{\Lambda_{11}}{\lambda_{21}} + \frac{\lambda_{12}}{\Lambda_{22}}\right]. \tag{3.8}$$

Заметим, из третьего неравенства в (3.7) получаем для $\alpha_1 = 1$, и $\alpha_2$ из (3.8), что

$$0 < \alpha_3 < \frac{1}{\Lambda_{33}}\left[\lambda_{13} + \frac{\lambda_{23}}{2}\left(\frac{\Lambda_{11}}{\lambda_{21}} + \frac{\lambda_{12}}{\Lambda_{22}}\right)\right],$$

например, установив $\alpha_3 = \dfrac{1}{2\Lambda_{33}}\left[\lambda_{13} + \dfrac{\lambda_{23}}{2}\left(\dfrac{\Lambda_{11}}{\lambda_{31}} + \dfrac{\lambda_{32}}{\Lambda_{22}}\right)\right]$. Продолжая последовательно проведенные выше построения, используя четвертое неравенство из (3.7) находим, применяя при этом уже вычисленные $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$, и т.д. таким образом достигаем рекуррентно $\alpha_N = \dfrac{1}{2\Lambda_{NN}}\left[\lambda_{1N} + \alpha_2\lambda_{2N} + \ldots + \alpha_{N-1}\lambda_{N-1N}\right]$. □

**Замечание 6.3.1.** Аналогично лемме 6.3.3. получаем, что, если в задаче $\Gamma_N$ симметричные $n \times n$ матрицы $D_{ij}$ и положительные числа $\Lambda_{ii}, \lambda_{ij}$ удовлетворяют условиям

$$D_{ii} > 0, D_{ij} < 0 \text{ при } i \neq j \text{ и}$$

$$\Lambda_{11}\Lambda_{33} < \lambda_{13}\lambda_{31},$$

то при

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_{13}}{\Lambda_{33}} + \frac{\Lambda_{11}}{\lambda_{31}}\right), \alpha_3 = \frac{1}{2}\left[\frac{\lambda_{12}}{\Lambda_{22}} + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_{13}}{\Lambda_{33}} + \frac{\Lambda_{11}}{\lambda_{31}}\right)\frac{\lambda_{32}}{\Lambda_{22}}\right], \ldots$$

$\alpha_\gamma \; (\gamma = 4,...,N)$ строятся с использованием леммы 6.3.3, квадратичная форма

$$f(u) = f_1(u) + \alpha_2 f_2(u) + \alpha_3 f_3(u) + ... + \alpha_N f_N(u) =$$
$$= u_1' d_1 u_1 + u_2' d_2 u_2 + u_3' d_3 u_3 + ... + u_N' d_N u_N$$

становится определенно отрицательной; постоянные $d_i < 0$ найдены в (3.6).

Действительно, определенные выше $\alpha_2$ и $\alpha_3$ также являются решением специальных строгих неравенств из (3.5).

Отметим, что кроме приведенных в лемме 6.3.3. и замечании 6.3.1. решений $\alpha_\gamma$ системы строгих неравенств (3.5) — континуум. Продемонстрируем далее, что каждое из них при $D_{ii} > 0, D_{ij} < 0 \;\; (i, j \in \mathbb{N}, i \neq j)$ «порождает» соответствующее равновесие санкций и контрсанкций дифференциальной игры $\Gamma$.

**Замечание 6.3.2.** Для нахождения положительных решений (3.5) можно было бы использовать подход С. Н. Черникова [174], но в настоящей работе с целью отказа от диктуемых указанной методологией громоздких конструкций (преобразований и записей) предложен авторский способ, используемый при доказательстве леммы 6.3.3.

**Лемма 6.3.4.** Решению $x(t)$ системы $\dot{x} = K(t)x, \quad x(t_0) = x_0$, где $K(\cdot) \in C_{n\times n}[0, \vartheta]$ присуще свойство «нетривиальности», именно,

$$x_0 \neq 0_n \Rightarrow x(t) \neq 0_n \;\; \forall t \in [t_0, \vartheta];$$

здесь $0_n$ нуль $n$-вектор из $\mathbb{R}^n$.

**Доказательство** от противного: пусть $\exists\, t_1 \in (t_0, \vartheta]$ такой, что $x(t_1) = 0_n$. Указанное означает, что в момент $t_1$ через позицию $(t_1, 0_n)$ проходит два решения системы $\dot{x} = K(t)x$: тривиальное $x^{(1)}(t) = 0_n \;\forall t \in [0, \vartheta]$ и нетривиальное $x^{(2)}(t)$, порожденное ненулевым начальным условием $x_0 \neq 0_n$. Это противоречит теореме единственности решения матричного линейного дифференциального уравнения с непрерывными коэффициентами. □

**Утверждение 6.3.1.** Если в дифференциальной игре $\Gamma$

$$D_{ii} > 0, D_{ij} < 0, C_i < 0 \, (i, j \in \mathbb{N}, i \neq j), \; \Lambda_{11}\Lambda_{22} < \lambda_{12}\lambda_{21}, \tag{3.9}$$

то максимальная по Парето ситуация $U^P$ в $N$-критериальной задаче $\Gamma_\nu$ будет

$$
\begin{aligned}
U^P &= (U_1^P, U_2^P, \dots, U_N^P) \div (u_1^P(t,x), u_2^P(t,x), \dots, u_N^P(t,x)) = u^P(t,x) = \\
&= (Q_1^P(t)x, Q_2^P(t)x, \dots, Q_N^P(t)x) = \\
&= (-d_1^{-1}\Theta^P(t)x, -d_2^{-1}\Theta^P(t)x, \dots, -d_N^{-1}\Theta^P(t)x),
\end{aligned}
\qquad (3.10)
$$

где симметричная и непрерывная на $[0,\vartheta]$ $n\times n$- матрица

$$
\Theta^P(t) = [X^{-1}(t)]'\{C^{-1} + \int_t^{\vartheta} X^{-1}(\tau)[d_1^{-1} + d_2^{-1} + \dots + d_N^{-1}][X^{-1}(\tau)]'d\tau\}^{-1} X^{-1}(t)\,, \qquad (6.3.11)
$$

постоянные отрицательные числа $d_i$ определены в (3.6), числа

$$
\alpha_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{\Lambda_{11}}{\lambda_{21}} + \frac{\lambda_{12}}{\Lambda_{22}}\right], \alpha_3 = \frac{1}{2}\left[\frac{\lambda_{13}}{\Lambda_{33}} + \frac{1}{2}\left(\frac{\Lambda_{12}}{\lambda_{21}} + \frac{\lambda_{12}}{\Lambda_{22}}\right)\frac{\lambda_{23}}{\Lambda_{33}}\right], \qquad (3.12)
$$

остальные $\alpha_\gamma (\gamma = 4, \dots, N)$ находятся по рекуррентным формулам

$$
\alpha_m = \frac{1}{2\Lambda_{mm}}\left[\lambda_{1m} + \alpha_2\lambda_{2m} + \dots + \alpha_{m-1}\lambda_{m-1m}\right] \ (m = 4, \dots, N), \qquad (3.13)
$$

здесь, напомним, величина $\Lambda_{ii}$ — наибольший корень характеристического уравнения $\det[D_{ii} - \Lambda E_n] = 0 \quad (i \in \mathbb{N})$, величина $-\lambda_{ij}$ — наибольший корень характеристического уравнения $\det[D_{ij} - \lambda E_n] = 0 \quad (i, j \in \mathbb{N}, i \neq j)$, $E_n$ – единичная $n\times n$-матрица, $X(t)$ — фундаментальная матрица системы $\dot{x} = A(t)x,\ X(\vartheta) = E_n$.

**Доказательство.** Найдем максимальную по Парето ситуацию $U^P$, применяя лемму 6.3.3. (используем (2.4)) и метод динамического программирования [80, с.112]. Указанный метод, с учетом свойства 6.2.2., сведется к реализации двух следующих этапов.

*Первый этап.* Для задачи $\Gamma$ требуется найти $N-1$ положительных числа $\alpha_m (m = 2, \dots, N-1)$ и непрерывно дифференцируемую скалярную функцию $V(t,x) = x'\Theta(t)x,\ \ \Theta(t) = \Theta'(t) \ \ \forall t \in [0,\vartheta]$, а также и $n-$ вектор — функции $u_i(t,x,V)\ (i \in \mathbb{N})$ такие, что $\forall x \in \mathbb{R}^n$

$$V(\vartheta,x)=x'Cx,\ C=C_1+\alpha_2C_2+...+\alpha_NC_N; \qquad (3.14)$$

с помощью скалярной функции

$$W(t,x,u_1,u_2,...,u_N,V)=\frac{\partial V}{\partial x}+\left[\frac{\partial V}{\partial t}\right]'(A(t)x+u_1+u_2+...+u_N)+$$
$$+u_1'd_1u_1+u_2'd_2u_2+...+u_N'd_Nu_N$$

определить $N$ вектор — функции $u_i(t,x,V)$ $(i\in\mathbb{N})$; исходя из $\left(\frac{\partial V}{\partial x}=grad_xV\right)$,

$$\max_{u_1,u_2,...,u_N} W(t,x,u_1,u_2,...,u_N,V)=Idem\{u_i\to u_i(t,x,V)\}\ (i\in\mathbb{N}) \qquad (3.15)$$

при любых $t\in[0,\vartheta],\ x\in\mathbb{R}^n, V\in\mathbb{R}$. Достаточные условия существования $u_i(t,x,V)$ в (3.15) сводятся к выполнению требований: при $\forall(t,x)\in[0,\vartheta)\times\mathbb{R}^n$ должны выполняться

$$\left.\frac{\partial W}{\partial u_i}\right|_{u(t,x,V)}=\frac{\partial V}{\partial x}+2d_iu_i(t,x,V)=0_n\ \ (i\in\mathbb{N}), \qquad (3.16)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial u_i^2}=2d_iE_n<0\ (i\in\mathbb{N}),$$

здесь, напомним, $0_n$ нулевой $n-$вектор-столбец из $\mathbb{R}^n$, а $d_i<0$ в силу леммы 6.3.3.

Из (3.16) получаем

$$u_i(t,x,V)=-\frac{1}{2}d_i^{-1}\frac{\partial V}{\partial x}\ \ (i\in\mathbb{N}). \qquad (3.17)$$

Поэтому

$$W(t,x,u(t,x,V),V)=W[t,x,V]=$$
$$=\frac{\partial V}{\partial t}+\left[\frac{\partial V}{\partial x}\right]'A(t)x-\frac{1}{4}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)'[d_1^{-1}+d_2^{-1}+...+d_N^{-1}]\frac{\partial V}{\partial x}.$$

*Второй этап*. Найдем решение вида $V=V^P(t,x)=x'\Theta^Px,\ \ \Theta^P=[\Theta^P(t)]'$ дифференциального уравнения с частными производными

$$W[t,x,V]=0$$

и граничным условием $(C = C_1 + \alpha_2 C_2 + \ldots + \alpha_N C_N)$

$$V(\vartheta, x) = x'Cx \ \ \forall x \in \mathbb{R}^n,$$

т.е. для $\forall t \in [0, \vartheta], \ \forall x \in \mathbb{R}^n$ должно иметь место

$$W[t, x, V(t,x) = x'\Theta^P x] = 0, \ \ V(\vartheta, x) = x'Cx \ \ \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

Оба эти равенства выполнены, если симметричная $n \times n$-матрица $\Theta^P(t)$ удовлетворяет матричному дифференциальному нелинейному уравнению типа Риккати ($0_{n\times n}$ нулевая $n \times n$-матрица)

$$\dot{\Theta}^P(t) + \Theta^P(t)A(t) + A'(t)\Theta^P(t) - \Theta^P(t)[d_1^{-1} + d_2^{-1} + \ldots + d_N^{-1}]\Theta^P(t) = 0_{n\times n},$$

$$\Theta^P(\vartheta) = C = C_1 + \alpha_2 C_2 + \ldots + \alpha_N C_N].$$

Решение $\Theta^P(t)$ полученного матричного уравнения типа Риккати имеет [80, с.65] вид (3.11), причем учтена импликация

$$C_i < 0 \ \ (i \in \mathbb{N}) \Rightarrow C_1 + \alpha_2 C_2 + \ldots + \alpha_N C_N < 0.$$

Наконец, из (3.11), а также учитывая

$$[V(t,x) = x'\Theta^P(t)x] \Rightarrow \left[\frac{\partial V(t,x)}{\partial x} = 2\Theta^P(t)x\right],$$

приходим к справедливости (3.10). Таким образом, максимальная по Парето ситуация $U^P$ в задаче $\Gamma_v$ имеет вид (3.10), (3.11). □

Перейдем к построению набора максимальных по Парето выигрышей $J^P = (J_1(U^P, t_0, x_0), J_2(U^P, t_0, x_0), \ldots, J_N(U^P, t_0, x_0)) = (J_1^P, J_2^P, \ldots, J_N^P)$ также при помощи идей метода динамического программирования и [79].

**Утверждение 6.3.2.** Пусть выполнены требования (3.9) из утверждения 6.3.1 и для дифференциальной игры $\Gamma$ удалось найти $N$ скалярных непрерывно дифференцируемых функций вида $V_i(t,x) = x'\Theta_i(t)x \ (i \in \mathbb{N})$ таких, что

1. $V_i(\vartheta, x) = x'C_i x \ \forall x \in \mathbb{R}^n$;
2. система из $N$ уравнений с частными производными

$$\frac{\partial V_i}{\partial t}+\left(\frac{\partial V_i}{\partial x}\right)'(N(t)x+x'\Theta^P(t)M_i(t)\Theta^P(t)x)=0, \tag{3.18}$$

$$V_i(\vartheta,x)=x'C_ix \;\;\forall x\in\mathbb{R}^n \;(i\in\mathbb{N})$$

имеет решение вида $V_i(t,x)=x'\Theta_i(t)x,\,[\Theta_i(t)]'=\Theta_i(t)\;(i\in\mathbb{N})$.

Тогда при любой начальной позиции $(t_0,x_0)\in[0,\vartheta)\times\mathbb{R}^n, x_0\neq 0_n$ имеет место

$$J_i^P=J_i(U^P,t_0,x_0)=x_0'\Theta_i^P(t_0)x_0\;(i\in\mathbb{N}).$$

В (3.18) непрерывные $n\times n$-матрицы

$$N(t)=A(t)-(d_1^{-1}+d_2^{-1}+...+d_N^{-1})E_n,$$

$$M_i(t)=\Theta^P(t)([d_1^{-1}]^2D_{i1}+[d_2^{-1}]^2D_{i2}+...+[d_N^{-1}]^2D_{iN})\Theta^P(t)\;(i\in\mathbb{N}),$$

$n\times n$-матрица $\Theta^P(t)$ приведена в (3.10),(3.11), числа $d_i$ в (3.6), симметричные $n\times n$-матрицы

$$\Theta_i(t)=\left[Y^{-1}(t)\right]'\left\{C_i-\int_t^{\vartheta}Y'(\tau)\Theta(\tau)M_i(\tau)\Theta(\tau)Y(\tau)d\tau\right\}Y^{-1}(t)\;(i\in\mathbb{N}). \tag{3.19}$$

Далее, $Y(t)$ — фундаментальная матрица решения однородной системы $\dot y=N(t)y,\;Y(\vartheta)=E_n$.

**Доказательство.** Составим $N$ скалярных функций

$$W_i[y,x,V_i]=\frac{\partial V_i}{\partial t}+\left[\frac{\partial V_i}{\partial x}\right]'(N(t)x+[u_1^P(t,x)]'D_{i1}u_1^P(t,x)+ \tag{3.20}$$

$$+[u_2^P(t,x)]'D_{i2}u_2^P(t,x)+...+[u_N^P(t,x)]'D_{iN}u_N^P(t,x)\;\;(i\in\mathbb{N}),$$

причем $u_i^P(t,x)$ — $n$-вектор-функции, определенные в (3.10), (3.11).

Найдем решение $V_i(t,x)\,(i\in\mathbb{N})$ системы из $N$ уравнений с частными производными

$$W_i[t,x,V_i]=0,\;V_i(\vartheta,x)=x'C_ix\;\forall x\in\mathbb{R}^n\;(i\in\mathbb{N}) \tag{3.21}$$

в виде квадратичной формы $V_i(t,x)=x'\Theta_i(t)x,\,[\Theta_i(t)]'=\Theta_i(t)\;(i\in\mathbb{N})$.

Установим два факта.

*Во-первых*, решению системы (3.20), (3.21) присуще свойство

$$V_i(t_0,x_0)=J_i(U^P,t_0,x_0)\ (i\in\mathbb{N}),\tag{3.22}$$

где ситуация $U^P=(U_1^P,U_2^P,...,U_N^P)$ имеет вид (3.10), (3.11). Действительно, если $U^P$ – ситуация из (3.5) — (3.7), то согласно (3.20), (3.21) для решения $x^P(t)$ системы $\dot{x}=N(t)x,\ x(t_0)=x_0\neq 0_n$, при $x=x^P(t)$ будет

$$0=W_i[t,x^P(t),V_i(t,x^P(t))]=\frac{\partial V_i(t,x^P(t))}{\partial t}+\left[\frac{\partial V_i(t,x^P(t))}{\partial x}\right]'N(t)x^P(t)+$$

$$+\sum_{j=1}^{N}[u_j^P(t,x^P(t))]'D_{ij}u_j^P(t,x^P(t))=\bar{W}_i[t]\ \ \forall t\in[t_0,\vartheta]\ (i\in\mathbb{N}).$$

Интегрируя обе части этого тождества в пределах от $t_0$ до $\vartheta$, с учетом граничных условий из (3.21), приходим к

$$0=\int_{t_0}^{\vartheta}\bar{W}_i[t]dt=\int_{t_0}^{\vartheta}\frac{dV_i(t,x^P(t))}{dt}dt+\int_{t_0}^{\vartheta}\sum_{j=1}^{N}[u_j^P(t,x^P(t))]'D_{ij}u_j^P(t,x^P(t))dt=$$

$$=V_i^P(\vartheta,x^P(\vartheta))-V_i^P(t_0,x^P(t_0))+\int_{t_0}^{\vartheta}\sum_{j=1}^{N}[u_j^P(t,x^P(t))]'D_{ij}u_j^P(t,x^P(t))dt=$$

$$=x'(\vartheta)C_ix(\vartheta)+\int_{t_0}^{\vartheta}\sum_{j=1}^{N}[u_j^P(t,x^P(t))]'D_{ij}u_j^P(t,x^P(t))dt-V_i^P(t_0,x^P(t_0))=$$

$$=J_i(U^P,t_0,x_0)-V_i^P(t_0,x^P(t_0))(i\in\mathbb{N}).$$

Из вышеуказанного следует справедливость равенств (3.22).

*Во-вторых*, установим, что решение системы имеет вид $V_i(t,x)=x'\Theta_i(t)x,$ симметричная — $n\times n$-матрица представима в виде (3.19). Действительно, подставив $V_i(t,x)=x'\Theta_i(t)x,$ в (3.21) получаем справедливость (3.22), если только $\Theta_i(t)$ является решением матричного линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$\Theta_i+\Theta_iN+N\Theta_i+\Theta^P(t)M_i\Theta^P(t)=0_{n\times n},\ \Theta_i(\vartheta)=C_i\ \ (i\in\mathbb{N}).$$

Подстановка $\Theta_i(t)$ показывает, что симметричная — $n\times n$-матрица из (3.19) является решением (3.23), что завершает доказательство утверждения 6.3.2. Заметим, что

$$\frac{dY^{-1}(t)}{dt} = -Y^{-1}(t)A(t), \quad \frac{d[Y^{-1}(t)]'}{dt} = -A'(t)[Y^{-1}(t)]'. \qquad \square$$

**Замечание 6.3.3.** Объединение утверждений 6.3.1 и 6.3.2 приводит к «итоговому результату», касающегося явного вида максимального по Парето решения $(U^P, J^P) \in \mathcal{U} \times \mathbb{R}^N$ игры $\Gamma$.

Пусть для дифференциальной игры $\Gamma$:

1) постоянные симметричные — $n \times n$-матрицы

$$D_{ii} > 0, D_{ij} < 0, C_i < 0 \; (i, j \in \mathbb{N}, i \neq j);$$

2) $\Lambda_{11}\Lambda_{22} < \lambda_{12}\lambda_{21}$.

Тогда при $\forall (t_0, x_0) \in [0, \vartheta) \times \mathbb{R}^n, x_0 \neq 0_n$ будет

$$U^P \div u^P(t,x) = (-d_1^{-1}\Theta^P(t)x, -d_2^{-1}\Theta^P(t)x, ...., -d_N^{-1}\Theta^P(t)x),$$

$$J^P = (J_1^P, J_2^P, ..., J_N^P), \; J_i^P = x_0'\Theta_i(t_0)x_0 \; (i \in \mathbb{N}),$$

а симметричные — $n \times n$-матрицы

$$\Theta^P(t) = [X^{-1}(t)]'\{C^{-1} + \int_t^{\vartheta} X^{-1}(\tau)[d_1^{-1} + d_2^{-1} + ... + d_N^{-1}][X^{-1}(\tau)]'d\tau\}^{-1} X^{-1}(t),$$

$$\Theta_i(t) = [Y^{-1}(t)]' \left\{ C_i - \int_t^{\vartheta} Y'(\tau)\Theta^P M_i(\tau)\Theta^P Y(\tau)d\tau \right\} Y^{-1}(t),$$

$n \times n$-матрица $X(t)$, $(Y(t))$ – фундаментальная матрица решения системы $\dot{x} = A(t)x,\; X(\vartheta) = E_n$ (соответственно, $\dot{y} = N(t)y,\; Y(\vartheta) = E_n$);

матрицы

$$C = C_1 + \alpha_2 C_2 + ... + \alpha_N C_N,$$
$$N(t) = A(t) - (d_1^{-1} + d_2^{-1} + ... + d_n^{-1})\Theta^P(t),$$
$$M_i(t) = \Theta^P(t)([d_1^{-1}]^2 D_{i1} + [d_2^{-1}]^2 D_{i2} + ... + [d_N^{-1}]^2 D_{iN})\Theta^P(t),$$

числа $\alpha_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_{13}}{\Lambda_{33}} + \frac{\Lambda_{11}}{\lambda_{31}}\right), \alpha_3 = \frac{1}{2}\left[\frac{\lambda_{12}}{\Lambda_{22}} + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_{13}}{\Lambda_{33}} + \frac{\Lambda_{11}}{\lambda_{31}}\right)\frac{\lambda_{32}}{\Lambda_{22}}\right], \ldots$

$\alpha_\gamma$ $(\gamma = 4,...,N)$, заданы в (3.13), отрицательные числа $d_i$ определены в (6.3.6), величина $\Lambda_{ii}(-\lambda_{ij})$ — наибольший корень характеристического уравнения $det[D_{ii} - \Lambda E_n] = 0$ (соответственно $det[D_{ij} - \lambda E_n] = 0$) $(i, j \in \mathbb{N}, i \neq j)$.

## § 6.4. Утверждения о мажорантах

Далее перейдем к утверждениям, которые

1. позволят выявить при выполнении (3.4) отсутствие в дифференциальных играх вида $\Gamma$ равновесия по Нэшу;
2. реализуют для игры $\Gamma$ концепцию санкций и контрсанкций.

Указанные выше пункты 1 и 2 получаются на основании специальной знакоопределенности квадратичных форм, используемых в интегральных слагаемых функций выигрыша (2.3). Далее предполагаем выполнение ограничения (3.4) и, следовательно, существует максимальная по Парето в $\Gamma_v$ ситуация

$$U^P = (U_1^P, U_2^P, ..., U_N^P) \div (u_1^P(t,x), u_2^P(t,x), ..., u_N^P(t,x)) = u^P(t,x) =$$
$$= (Q_1^P(t)x, Q_2^P(t)x, ..., Q_N^P(t)x) = (-d_1^{-1}\Theta^P(t)x, -d_2^{-1}\Theta^P(t)x, ..., -d_N^{-1}\Theta^P(t)x).$$

**Лемма 6.4.1.** Пусть в (6.2.3) при $i=1$ матрица $D_{11} > 0$. Тогда для максимальной по Парето в игре $\Gamma$ ситуации $U^P$ существует постоянная $\alpha^{(1)}(U^P, t_0, x_0) > 0$ такая, что при $\forall \alpha \geq \alpha^{(1)}(U^P, t_0, x_0) > 0$ и стратегии первого игрока $U_1^T \div \alpha x$ будет

$$J_1(U_1^T, U_2^P, ..., U_N^P, t_0, x_0) > J_1(U_1^P, U_2^P, ..., U_N^P, t_0, x_0) \tag{4.1}$$

для любых начальных позиций $(t_0, x_0) \in [0, \vartheta) \times [\mathbb{R}^n \setminus \{0_n\}]$.

**Доказательство.** В утверждении 6.3.2. установлено существование функции Беллмана $V_1(t,x) = x'\Theta_1(t)x$, для которой

$$J_1(U^P, t_0, x_0) = V_1(t_0, x_0) = x_0'\Theta_1(t_0)x_0,$$

здесь непрерывная на $[0,\vartheta)$ — симметричная $n\times n$-матрица $\Theta_1(t)$ имеет вид (6.3.19) $(i=1)$.

Рассмотрим на данном этапе стратегию первого игрока $U_1^T \div u_1^T(t,x)=\alpha x,$ величину числового параметра $\alpha>0$ определим далее. Вследствие симметричности матрицы $D_{11}$ и при этом $D_{11}>0$ имеет место

$$u_1' D_{11} u_1 \ge \lambda_1 \|u_1\|^2 = \lambda_1 u_1' u_1 \quad \forall u_1 \in \mathbb{R}^n, \tag{6.4.2}$$

где $\|\cdot\|$ — евклидова норма и $\lambda_1>0$ — наименьший корень характеристического уравнения $det[D_{11}-\lambda E_n]=0$ [45, с. 89].

Для доказательства настоящей леммы используем из (3.11) симметричную $n\times n$-матрицу $\Theta^P(t)$; из (3.10) стратегию второго игрока $U_2^P \div Q_2^P(t)x,\ldots,$ стратегию $N$-го игрока $U_N^P \div Q_N^P(t)x$. Затем рассмотрим скалярную функцию

$$\begin{gathered}
W_1[t,x]=[W_1(t,x,u_1^T(t,x)=\alpha x, u_2^P(t,x)=Q_2^P x,\ldots,u_N^P(t,x)=Q_N^P x, V_1(t,x)=x'\Theta_1(t)x]= \\
=\frac{\partial V_1(t,x)}{\partial t}+\left[\frac{\partial V_1(t,x)}{\partial x}\right]'(A(t)x+u_1^T(t,x)+u_2^P(t,x)+\ldots+u_N^P(t,x))+ \\
+[u_1^T(t,x)]'d_1u_1^T(t,x)+[u_2^P(t,x)]'d_2u_2^P(t,x)+\ldots+[u_N^P(t,x)]'d_Nu_N^P(t,x)\ge \\
\ge x'\frac{d\Theta_1(t)}{dt}x+2x'\Theta_1(t)[A(t)+\alpha E_n+Q_2^P(t)+\ldots+Q_N^P(t)]x+ \\
+x'(\lambda_1\alpha^2E_n)x+x'[Q_2^P(t)]'D_{12}Q_2^P(t)x+\ldots+x'[Q_N^P(t)]'D_{1N}Q_N^P(t)x= \\
=x'\{\frac{d\Theta_1(t)}{dt}+\Theta_1(t)[A(t)+\alpha E_n+Q_2^P(t)+\ldots+Q_N^P(t)]+ \\
+[A'(t)+\alpha E_n+(Q_2^P(t))'+\ldots+(Q_N^P(t))']\Theta_1(t)+\lambda_1\alpha^2E_n+ \\
+[Q_2^P(t)]'D_{12}Q_2^P(t)+\ldots+[Q_N^P(t)]'D_{1N}Q_N^P(t)\}x=x'M_1(t,\alpha)x.
\end{gathered}$$

Используемая выше в фигурных скобках матрица $M_1(t,\alpha)$ симметрична и имеет вид

$$M_1(t,\alpha)=\lambda_1\alpha^2E_n+2\alpha\Theta_1(t)+K_1(t),$$

где непрерывная и симметричная — $n\times n$-матрица

$$K_1(t)=\dot{\Theta}_1(t)+\Theta_1(t)[A(t)+Q_2^P(t)+\ldots+Q_N^P(t)]+[Q_2^P(t)]'D_{12}Q_2^P(t)+\ldots+$$
$$+[Q_N^P(t)]'D_{1N}Q_N^P(t)+[A'(t)+(Q_2^P(t))'+\ldots+(Q_N^P(t))']\Theta_1(t)$$

Элементы матриц $\Theta_1(t)$ и $K_1(t)$ непрерывны на $[0,\vartheta]$ и, следовательно, равномерно ограничены на компакте $[0,\vartheta]$. Множитель $\alpha^2$ входит только в диагональные элементы матрицы $M_1(t,\alpha)$. При этом $\lambda_1>0$ является *наименьшим* корнем характеристического уравнения $det[D_{11}-\lambda E_n]=0$, где $E_n$ — единичная $n\times n$-матрица. Следовательно, постоянную $\alpha=\alpha^{(1)}(U^P,t_0,x_0)>0$ можно выбрать настолько большой, что все ведущие миноры матрицы $M_1(t,\alpha)$ стали положительными при $\forall t\in[0,\vartheta]$, $\forall\alpha\geq\alpha^{(1)}(U^P,t_0,x_0)$ (доказательство данного факта приводится далее). Поэтому, согласно лемме 6.3.2 и [41, с. 88] квадратичная форма $x'M_1(t,\alpha)x$ будет определенно положительной для всех $t\in[0,\vartheta]$ и постоянных $\alpha\geq\alpha^{(1)}(U^P,t_0,x_0)$.

Далее перейдем к доказательству существования постоянной $\alpha^{(1)}(U^P,t_0,x_0)>0$ такой, что при всех $\alpha\geq\alpha^{(1)}(U^P,t_0,x_0)$ квадратичная форма $x'M_1(t,\alpha)x$ будет определенно положительной для $\forall t\in[0,\vartheta]$ и $x\in\mathbb{R}^n$, при этом — $n\times n$-матрица $M_1(t,\alpha)$ симметрична. По критерию Сильвестра квадратичная форма $x'M_1(t,\alpha)x$ определенно положительна, если все ведущие миноры $\Delta_r(r=1,\ldots,n)$ матрицы $M_1(t,\alpha)$ положительны. Миноры $\Delta_r$ ведущие, т.е. расположены в первых $r$ строках и первых $r$ столбцах матрицы $M_1(t,\alpha)$, т.е. $(r=1,\ldots,n)$

$$\Delta_r(t,\alpha)=\begin{vmatrix}\lambda_1\alpha^2n+\alpha l_{11}(t)+k_{11}(t) & \ldots & \alpha l_{1r}(t)+k_{1r}(t)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \alpha l_{r1}(t)+k_{r1}(t) & \cdots & \lambda_1\alpha^2n+\alpha l_{rr}(t)+k_{rr}(t)\end{vmatrix}$$

должны быть положительны при $\forall t\in[0,\vartheta]$ и $\forall\alpha\geq\alpha^{(1)}(U^P,t_0,x_0)$. Раскрывая определители $\Delta_r(t,\alpha)$ и располагая слагаемые по убыванию степени параметра $\alpha$, получаем

$$\Delta_r(t,\alpha) = a_0\alpha^{2r} + a_1(t)\alpha^{2r-1} + \ldots + a_{2r-1}(t)\alpha + a_{2r}(t),$$

причем постоянная $a_0 = \lambda_1^r n^r > 0$, а остальные коэффициенты $a_1(t),\ldots\ldots, a_{2r}(t)$ непрерывны на компакте $[0,\vartheta]$ и, следовательно, равномерно ограничены. Указанная равномерная ограниченность приводит к существованию $\Omega_r = const > 0$ такого, что

$$\max_{0\le t\le\vartheta}\{a_p(t)\,\big|\, p = 0,1,\ldots,2r\} < \Omega_r.$$

Далее докажем, что при

$$\alpha > \frac{\Omega_r}{|a_0|} + 1 = \alpha^{(1)}(U^P, t_0, x_0)$$

будет

$$\left|a_1(t)\alpha^{2r-1} + a_2(t)\alpha^{2r-2} + \ldots + a_{2r-1}(t)\alpha + a_{2r}(t)\right| < \left|a_0\alpha^{2r}\right|,$$

т.е. знак многочлена $\Delta_r(t,\alpha)$ при достаточно большом $|\alpha|$ определяется знаком его старшего члена. Действительно,

$$\left|a_1(t)\alpha^{2r-1} + a_2(t)\alpha^{2r-2} + \ldots + a_{2r-1}(t)\alpha + a_{2r}(t)\right| \le$$

$$\le \left|a_1(t)\alpha^{2r-1}\right| + \left|a_2(t)\alpha^{2r-2}\right| + \ldots + \left|a_{2r-1}(t)\alpha\right| + \left|a_{2r}(t)\right| \le$$

$$\le \Omega_r(\alpha^{2r-1} + \alpha^{2r-2} + \ldots + \alpha + 1) = \Omega_r\frac{\alpha^{2r-1}}{\alpha - 1}.$$

Кроме того,

$$\left[\alpha > \frac{\Omega_r}{|a_0|} + 1\right] \Rightarrow [\Omega_r < a_0(\alpha - 1)].$$

Следовательно, подставляя в предыдущее неравенство вместо $\Omega_r$ величину $a_0(\alpha-1)$, получаем

$$\left|a_1(t)\alpha^{2r-1} + a_2(t)\alpha^{2r-2} + \ldots + a_{2r-1}(t)\alpha + a_{2r}(t)\right| <$$

$$< a_0(\alpha-1)\frac{\alpha^{2r-1}}{\alpha-1} = a_0(\alpha-1) < a_0\alpha^{2r}.$$

Таким образом, при $\forall\alpha \ge \Omega_r = \alpha^{(r)}(U, t_0, x_0) > 0$, $\forall t \in [0,\vartheta]$ имеет место

$$\left|a_1(t)\alpha^{2r-1} + a_2(t)\alpha^{2r-2} + ... + a_{2r-1}(t)\alpha + a_{2r}(t)\right| < a_0\alpha^{2r},$$

т.е. при достаточно большом $\alpha$ знак многочлена $\Delta_r(t,\alpha)$ определяется знаком его старшего члена. Далее для каждого $r = 1,...,n$ находим число $\Omega_r > 0$ и считаем $\alpha^{(1)}(U^P, t_0, x_0) = \max\limits_{r=1,...,n} \Omega_r$.

Следовательно, при $\alpha^{(1)} = \alpha^{(1)}(U^P, t_0, x_0)$ получаем

$$\tilde{W}_1[t,x] = x'M_1(t,\alpha^{(1)})x > 0 \ \forall t \in [0,\vartheta] \text{ и } \forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0_n\}. \quad (4.3)$$

Обозначим через $\tilde{x}(t)$ решение при $t \in [0,\vartheta]$ векторного линейного дифференциального уравнения

$$\dot{x} = A(t)x + \alpha^{(1)}x + Q_2^P(t)x + ... + Q_N^P(t)x,\ x(t_0) = x_0 \neq 0_n.$$

Используем лемму 6.3.2. и импликацию $[x_0 \neq 0_n] \Rightarrow (\tilde{x}(t) \neq 0_n t \in [0,\vartheta])$, согласно (4.3), получаем

$$\tilde{W}_1[t,\tilde{x}(t)] > 0 \ \ \forall t \in [0,\vartheta].$$

Итегрируя обе части последнего неравенства (4.3) в пределах от $t_0$ до $\vartheta$, а также учитывая граничное условие $\Theta_1(\vartheta) = C_1$ и $u_1^T[t] = \alpha^{(1)}\tilde{x}(t)$, имеем

$$0 = \int_{t_0}^{\vartheta} \tilde{W}_1[t,\tilde{x}(t)]dt = \int_{t_0}^{\vartheta} \left\{ \frac{\partial V_1(t,x)}{\partial t} + \left[\frac{\partial V_1(t,x)}{\partial x}\right]' [A(t)x + \alpha^{(1)}E_n x + Q_2^P(t)x + ... + Q_N^P(t)x] \right\}_{x=\tilde{x}(t)} dt +$$

$$\int_{t_0}^{\vartheta} \left\{ (\alpha^{(1)})^2 x'D_{11}x + x'[Q_2^P(t)]'D_{12}Q_2^P(t) + ... + x'[Q_N^P(t)]'D_{1N}Q_N^P(t) \right\}_{x=\tilde{x}(t)} dt =$$

$$= \int_{t_0}^{\vartheta} \frac{dV_1(t,\tilde{x}(t))}{dt} dt + \int_{t_0}^{\vartheta} \sum_{j=1}^{N} [u_j^T[t]]'D_{1j}u_j^T[t]dt =$$

$$= [\tilde{x}(\vartheta)]'C_1\tilde{x}(\vartheta) + \int_{t_0}^{\vartheta} \sum_{j=1}^{N} [u_j^T[t]]'D_{1j}u_j^T[t]dt - V_1(t_0,x_0) +$$

$$= J_1(U_1^T, U_2^P, ..., U_N^P, t_0, x_0) - V_1(t_0,x_0).$$

Наконец учитывая $J_1(U_1^P, U_2^P, ..., U_N^P, t_0, x_0) = V_1(t_0, x_0)$, сразу следует справедливость леммы 6.4.1.

**Замечание 6.4.1.** Рассмотрим внутреннюю оптимизационную задачу в игре $\Gamma$: найти $\max\limits_{U_1 \in \mathcal{U}_1} J_1(U_1, U_2^P, ..., U_N^P, t_0, x_0)$ при ограничении (2.1), фиксированных стратегиях $U_2 = U_2^P \in \mathcal{U}_2$ второго,…, $U_N = U_N^P \in \mathcal{U}_N$ $N$-го игроков, а также $\forall (t_0, x_0) \in [0, \vartheta) \times [\mathbb{R}^n \setminus \{0_n\}]$. По существу лемма 6.4.1 утверждает, что при $D_{11} > 0$, $x_0 \neq 0_n$ рассматриваемая задача максимизации не имеет решения. Действительно, при выборе любой стратегии $U_1 \in \mathcal{U}_1$ первым игроком всегда существует стратегия этого игрока $U_1^T$ такая, что

$$J_1(\tilde{U}_1^T, U_2^P, ..., U_N^P, t_0, x_0) > J_1(U_1, U_2^P, ..., U_N^P, t_0, x_0) \ \forall (t_0, x_0) \in [0, \vartheta) \times [\mathbb{R}^n \setminus \{0_n\}].$$

Подобный результат при выборе решения игры $\Gamma$ позволяет сразу «отсекать» такие концепции принятия равновесных решений игровых задач вида $\Gamma$, в условиях которых фигурирует максимизация по $U_1$ функции выигрыша первого игрока, (например, не использование при $D_{11} > 0$ концепции равновесия по Нэшу в качестве принципа выбора решения в игре $\Gamma$).

Следовательно в дифференциальной игре $\Gamma$ при выполнении требований (3.4) ситуация равновесия по Нэшу не существует. При этом стратегия первого игрока $U_1^T \div \alpha x \, \forall \alpha \geq \alpha^{(1)}(U^P, t_0, x_0)$ реализует, согласно (2.5) санкцию первого игрока на максимальную по Парето (эффективную) ситуацию $U^P$. Далее в последующих леммах будем считать позицию $(t_0, x_0)$ «замороженной» и совпадающей с той, которая используется в лемме 6.4.1, а в угрожающей стратегии первого игрока $U_1^T \div \alpha x$ предполагаем постоянным скаляр $\alpha = \alpha^{(1)}$. Считаем также выполненными ограничения (3.4). Итак, лемма 6.4.1. устанавливает справедливость нижеследующего утверждения.

**Утверждение 6.4.1.** Если в игре $\Gamma$ хотя бы одна из постоянных симметричных $n \times n$-матриц $D_{ii} > 0$ $(i \in \mathbb{N})$, то в дифференциальной игре $\Gamma$ не существует равновесия по Нэшу, т.е. не существует стратегии $U_i^e \in \mathcal{U}_i$, для которой выполняется соответствующее требование для из определения 6.2.2.

Далее отметим, что

1) условие $D_{ii} > 0$ при фиксированном $i \in \mathbb{N}$ не допускает выполнение только $i$-го неравенства из определения 6.2.2. Указанного достаточно для отсутствия равновесной по Нэшу ситуации $U^e$ в игре $\Gamma$. Если $D_{ii} > 0$ при любых $i \in \mathbb{N}$, то не могут реализоваться все $N$ равенств из определения 6.2.2;
2) очевидна эквиваленция

$$D > 0 \Leftrightarrow -D < 0$$

$(D < 0)$ означает, что все элементы матрицы $D$ умножаются на –1.

Следовательно, лемма 6.4.1 приводит также и к справедливости

**Лемма 6.4.2.** Пусть в (6.2.3) матрица $D_{12} < 0$. Тогда существует постоянная $\alpha^{(2)} = \alpha^{(2)}(U^P, U_1^T, t_0, x_0) > 0$ такая, что для стратегии второго игрока $U_2^C \div \alpha x$ при $\forall \alpha \geq \alpha^{(2)}$ будет

$$J_1(U_1^T, U_2^C, U_3^P, ..., U_N^P, t_0, x_0) < J_1(U^P, t_0, x_0), \tag{4.4}$$

т.е. стратегия $U_2^C \div \alpha x$ при $\forall \alpha \geq \alpha^{(2)}$ реализует в игре $\Gamma$ неполную контрсанкцию в ответ на санкцию $U_1^T$ первого игрока.

**Доказательство.** Доказательство следует из леммы 6.4.1. Далее предполагаем, что уже построена функция Беллмана $\tilde{V}_1(t, x) = x'\tilde{\Theta}(t)x$, $\tilde{\Theta}(t) = \Theta_1(t)$ такая, что

$$J_1(U_1^T, U_2^P, ..., U_N^P, t_0, x_0) = \tilde{V}_1(t_0, x_0). \tag{4.5}$$

Аналогично с использованием лемм 6.4.1 и 6.4.2 устанавливается справедливость следующей леммы 6.4.3. Напомним, что в указанной лемме считаем фиксированными начальную позицию $(t_0, x_0)$, $n \times n$-непрерывную матрицу $\Theta^P(t)$, стратегию $U_2^C \div \alpha^{(2)} x$ неполной контрсанкции, используемых в леммах 6.4.1 и 6.4.2, и выполненными ограничения (3.4).

**Лемма 6.4.3.** Имеет место импликация $D_{22} > 0 \Rightarrow \exists \alpha^{(3)}(U^P, U_1^T, t_0, x_0) = const > 0$ такая, что при $\forall \alpha \geq \alpha^{(3)}$ и стратегии

$U_2^C \div \alpha x$ будет

$$J_2(U_1^T, U_2^C, U_3^P, t_0, x_0) < J_2(U_1^T, U_2^P, U_3^P, t_0, x_0),$$

т.е. стратегия второго игрока $U_2^C \div (\max\{\alpha^{(2)}, \alpha^{(3)}\})x$ завершает построение полной контрсанкции совместно с $U_2^C \div \alpha^{(2)} x$ на санкцию первого на $U^P$. □

Аналогичные рассуждения о применении санкции любым игроком и «обнуляющей» ее контрсанкции одного из оставшихся.

## § 6.5. Доказательство существования.

**Теорема 6.5.1.** Предположим, что для игры $\Gamma$ выполнены ограничения (3.9). Тогда набор

$$(U^P, J_1^P, J_2^P, ..., J_N^P) = ((U_1^P, U_2^P, ..., U_N^P), J_1(U^P, t_0, x_0), J_2(U^P, t_0, x_0), ..., J_N(U^P, t_0, x_0)) =$$
$$= ((-d_1^{-1}\Theta^P(t)x, -d_2^{-1}\Theta^P(t)x, ..., -d_N^{-1}\Theta^P(t)x), x_0'\Theta_1(t_0)x_0, x_0'\Theta_2(t_0)x_0, ..., x_0'\Theta_N(t_0)x_0)$$

является равновесием санкций и контрсанкций для дифференциальной игры

$$\Gamma = \langle \mathbb{N}, \Sigma \div (2.2), \{\mathcal{U}_i\}_{i\in\mathbb{N}}, \{J_i(U, t_0, x_0) \div (2.3)\}_{i\in\mathbb{N}} \rangle,$$

здесь матрица

$$\Theta^P(t) = [X^{-1}(t)]'\{C^{-1} - \int_t^{\vartheta} X^{-1}(\tau)[d_1^{-1} + d_2^{-1} + ... + d_N^{-1}][X^{-1}(\tau)]'d\tau\}^{-1} X^{-1}(t),$$

постоянные $d_i$ заданы в (6.3.6), $n \times n$-матрицу $C = C_1 + \alpha_2 C_2 + ... + \alpha_N C_N$,

$\alpha_2 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\Lambda_{11}}{\lambda_{21}} + \dfrac{\lambda_{12}}{\Lambda_{22}}\right)$, числа $\alpha_3 = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\Lambda_{13}}{\lambda_{33}} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\Lambda_{11}}{\lambda_{21}} + \dfrac{\lambda_{12}}{\Lambda_{22}}\right)\dfrac{\lambda_{23}}{\Lambda_{33}}\right]$,

$$\alpha_m = \frac{1}{2\Lambda_{mm}}[\lambda_{1m} + \alpha_2\lambda_{2m} + ... + \alpha_{m-1}\lambda_{m-1m}] \ (m = 4, ..., N),$$

где $\Lambda_{ii}$ — наибольший корень уравнения $det[D_{ii} - \Lambda E_n] = 0$, $-\lambda_{ij}$ – наибольший корень уравнения $det[D_{ij} - \lambda E_n] = 0$, $X(t)$ — фундаментальная матрица системы $\dot{x} = A(t)x$, $X(\vartheta) = E_n$ $(i, j \in \mathbb{N}, i \neq j)$, а симметричные матрицы $\Theta_i(t)$ $(i \in \mathbb{N})$ определены в (6.3.19).

**Доказательство.** Из $D_{11} > 0$ следует несколько выводов: отсутствие в игре $\Gamma$ ситуации равновесия по Нэшу и наличие санкции $U_1^T$ со стороны первого игрока на максимальную по Парето ситуацию $U^P$ в $N$-критериальной задаче $\Gamma_\nu$ (замечание 6.4.1). Существование максимальной по Парето ситуации и максимальных по Парето выигрышей в $\Gamma_\nu$ и при этом их явный вид получены в утверждениях 6.3.1 и 6.3.2. соответственно. Условие $D_{21} < 0$ позволяет сконструировать неполную контрсанкцию $U_2^C$ второго игрока в ответ на санкции первого (лемма 6.4.2), а $D_{22} > 0$ и лемма 6.4.3 дают возможность «довести» второму игроку неполную контрсанкцию $U_2^C$ до полной $U_2^C$. При этом требование $D_{22} > 0$ повлечет отсутствие ситуации равновесия по Нэшу (не существует $\max\limits_{U_1} J(U_1, U_2^e, U_3^e, ..., U_N^e, t_0, x_0)$ при $\forall U_1 \in \mathcal{U}_1$) и возможность аналитически построить второму игроку санкцию $U_2^T$ на $U^P$ в игре $\Gamma$:

$$J_2(U_1^C, U_2^T, U_3^P, ..., U_N^P) \le J_2(U^P t_0, x_0). \tag{5.1}$$

Условие $D_{22} > 0$ и лемма 4.4. обеспечивают существование неполной контрсанкции $\forall U_1^C \in \mathcal{U}_1$ первого игрока на санкцию второго $U_2^T$:

$$J_2(U_1^C, U_2^T, U_3^P, ..., U_N^P) < J_2(U^P t_0, x_0). \tag{5.2}$$

Из максимальности по Парето $U^P$ и свойства 6.2.1. будет следовать

$$J_1(U_1^P, U_2^T, U_3^P, ..., U_N^P) < J_1(U^P t_0, x_0), \tag{5.3}$$

а из $D_{11} > 0$ и леммы 6.4.1 получаем существование $\bar{U}_1^C \in \mathcal{U}_1$ такого, что

$$J_1(\bar{U}_1^C, U_2^T, U_3^P, ..., U_N^P) > J_1(U_1^P, U_2^T, U_3^P, ..., U_N^P, t_0, x_0). \tag{5.4}$$

Аналогичны построения контрсанкций в ответ на санкцию третьего игрока на $U^P$ и т.д.

Таким образом, установили, что в игре $\Gamma$ максимальную по Парето ситуацию $U^P$ у одного из оставшихся имеется полная контрсанкция, что и доказывает теорему 6.5.1.

## Выводы к главе 6

Результаты исследования показали, что в линейно-квадратичной игре $\Gamma$ при выполнении ограничений (3.4) не существует равновесия по Нэшу, однако при этом существует равновесие санкций и контрсанкций. Этот факт позволяет утверждать, что экономико-правовое обоснование построения теоретико-игровых моделей равновесия расширяет область практического применения рассматриваемого в главе класса задач. В то же время автор диссертации не претендует на универсальность применения теоретико-игрового инструментария при моделировании экономических процессов. При этом показывается настоятельная необходимость дополнительных исследований свойств, используемых при аналитическом конструировании различных равновесий, в том числе и равновесия санкций и контрсанкций, как механизма исследования сбалансированности (равновесности) сложных управляемых систем.

В следующей главе диссертационного исследования будет рассмотрено практическое применение предложенных теоретико-игровых моделей и методов принятия решений в сложных социально-экономических макросистемах в условиях неопределенности. Практико-ориентированный подход к использованию теоретико-игрового инструментария в процессе принятия решений находится в области построения интеллектуальных систем поддержки принятия решений, где на этапе моделирования применяются формальные математические модели.

# ГЛАВА 7. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В главе 6 обосновывается необходимость построения и внедрения интеллектуальных систем поддержки принятия решений на основе синтеза математических моделей теории игр и новейших технологий, связанных с концепциями искусственного интеллекта, а также интеллектуализации процессов управления сложными социально-экономическими макросистемами в условиях неопределенности.

## § 7.1. Анализ факторов, трансформирующих технологии принятия решений в сложных социально-экономических макросистемах

Значительное увеличение и усложнение информационных потоков в современном обществе приводят к кардинальным изменениям управленческих практик и требуют не только автоматизации процессов обработки и анализа данных, но и интеллектуализации процессов управления сложными социально-экономическими системами, а также построения новых методик по использованию интеллектуальных технологий [30] при разработке систем поддержки принятия решений. Планирование, прогнозирование, управление сложными системами связаны с экономико-математическим моделированием, с одной стороны, а с другой — с интеллектуальным потенциалом человека. Указанный процесс реализуется в интеллектуальных системах поддержки принятия решений (ИСППР) на основе теоретико-игрового моделирования, использования новейших технологий с применением концепций искусственного интеллекта (ИИ) [158] и динамических адаптивных моделей баз знаний [28]. При этом подобные ассистирующие при принятии решений системы характеризуются открытостью, семиотичностью и когнитивностью.

Логично предположить, что в общем виде под ИИ понимается информационная модель естественного интеллекта; а под ИСППР — система, ассистирующая лицам, принимающим решения (ЛПР), и/или использующая следующие инструментарии:

1) data mining (интеллектуальный анализ данных);
2) экономико-математического моделирование;
3) визуализация «дружелюбного» GUI (англ. graphical user interface — графический пользовательский интерфейс).

Предполагается, что подобная система должна быть устойчива по качеству, интерактивна и гибка по настройкам.

Необходимо отметить, что процесс принятия решений принципиально не может быть строго формализован без учета неопределенности, которая находится в самóй природе этого процесса. Поэтому задачами ИСППР является помощь ЛПР и/или управляющей системе, как правило, при недетерминированных стратегиях управления сложными системами и процессами принятия решений в условиях неопределенности (под неопределенностью понимается неполнота, неточность, противоречивость исходной информации) на определенном временнóм интервале. Такие ИСППР сочетают строгие математические модели: теоретико-игровые, логические, экспертные, лингвистические методы поиска решений, когда в качестве базиса для моделирования принимается либо «идея нечеткого управления», заключающаяся в подражании действиям ЛПР, либо наличие многокритериальности конфликтности.

С середины 90-х годов XX века разрабатываются ИСППР, в основе которых находятся инструменты статистики, теории игр, сложного моделирования, нейронных сетей и ИИ. На данный момент сформирован ряд способов классификаций систем поддержки принятия решений [265]. Приведем некоторые из них:

— по области применения ИСППР: бизнес и менеджмент (стратегия, трудовые ресурсы, ценообразование, продукты…); инжиниринг (например, контроль качества); финансы (кредитование); медицина (диагностика, направления и виды лечения, лекарственные препараты); окружающая среда и социальная реальность;

— по соотношению «данные — модель»: FDS (англ. File Drawer Systems — системы предоставления доступа к данным); DAS (англ. Data Analysis Systems — системы для быстрого манипулирования данными); AIS (англ. Analysis Information Systems — системы доступа к данным по типу решения); AFM(s) (англ. Accounting & Financial models (systems) — расчет финансовых последствий); RM(s) (англ. Representation models (systems) — симуляции, например AnyLogic); OM(s) (англ. Optimization models (systems) — решение задач оптимизации); SM(s) (англ. Suggestion models (systems) — построение логических выводов на основе соответствующих правил);

— по типу используемого инструментария: Model Driven — в основе лежат линейные модели, модели управления запасами, транспортные, финансовые и т.п.; Data Driven — на базе статистических данных; Communication Driven — системы на основе группового принятия решений экспертами (системы фасилитации, обмена мнениями и подсчета средних экспертных значений); Document Driven — проиндексированное, иногда многомерное хранилище документов; Knowledge Driven — на основе знаний.

Необходимо отметить, что в настоящее время происходит формирование факторов, которые изменяют управленческие практики, а вместе с ними — технологии принятия решений на всех уровнях иерархии в макросистемах:

1) сложность, связанная с необходимостью точной оценки различных альтернатив и прогнозируемого функционала, а также наличия

мультипотокового информационного входа (для принятия решения нужны выводы на основе определенных данных, экспертных оценок, наличия ограничений и т.п.);

2) рост темпов, новизна и объемы увеличения информационных потоков и связанная с этими факторами необходимость принятия решений в условиях нестационарности. В этом случае значительную роль играет в том числе человеческий фактор, который заключается в изменениях информационной нагрузки на ЛПР исходя из уровня его компетенции, способности генерации знаний и адаптивного уровня восприятия социальной и экономической реальности.

Решение проблем, когда усложняются информационные потоки и соответственно возрастает неопределенность в процессе принятия решений, заключается в дальнейшем развитии и практическом применении в управлении отдельных технологий Knowledge Management (KM) [276] в сочетании с разработкой моделей активного отображения процесса принятия решений естественным (человеческим) интеллектом. Компонентами такой управляющей системы становятся люди, их знания, опыт, социально-экономические процессы и цифровые технологии. В ходе развития информационных технологий и программных средств, поддерживающих KM (и не только), появляются ИСППР с применением ИИ, то есть гибридные или интегрированные интеллектуальные системы [9] управления знаниями. Задачи по разработке и адаптации подобных систем основаны на междисциплинарных комплексных исследованиях в области инжиниринга, ИИ, математического моделирования и нейронауки.

На настоящий момент, согласно McKinse [272], как минимум половина управленческих решений оказываются неверными, и поэтому многие исследователи уже вплотную подошли к необходимости включения в процесс принятия решений так называемого Social Intelligence [223], который может изменить ситуацию с нахождением оптимальной схемы принятия решений в сложных социально-экономических макросистемах в условиях неопределенности. Поэтому при построении гибридных ИСППР, ассистирующих ЛПР, можно ориентироваться на следующие этапы:

1) определение сферы использования системы — анализ домена, сбор и обработка данных;

2) разработка и/или выбор формальных математических моделей и их экспертный анализ и/или интерпретация, апробация моделей;

3) оценка ИСППР, ее внедрение, сбор обратной связи на каждом этапе.

Несмотря на разнообразие подходов, осуществляются попытки создать некую универсальную архитектуру ИСППР. В упрощенном виде ее можно представить следующим образом: Interface — интерактивность и визуализация; Modelling — статистические и динамические модели управления и/или машинное обучение [246], численные модели, модели на основе теории игр; Data mining — организация потока данных, работа с базами данных, экспертная оценка; Data collection.

## § 7.2. Роль теоретико-игрового инструментария при создании интеллектуальных систем поддержки принятия решений в социальной сфере

Инструментарий теории игр, конечно, не является универсальным с точки зрения принятия решений, но позволяет построить, например, многоуровневую модель управления динамикой сложной социально-экономической макросистемы в условиях неопределенности (пример подобных моделей представлен в главе 3 настоящего исследования). Представленные в главах 2–5 диссератционной работы новые подходы к процессу принятия решений и формальные модели управления могут создать предпосылки для разработки и применения ИСППР в социальной сфере, а также сформировать ряд преимуществ по сравнению с машинным обучением, где необходимо наличие статистических данных и их обобщение для последующего прогноза. При использовании теоретико-игрового инструментария такой необходимости нет, однако производится расчет равновесия модели и получается расчетный результат, который и закладывается в основу ИСППР.

Так, исследователи ASU-SFI Center for Biosocial Complex Systems на стыке нейронауки, теории управления, теории коллективного поведения и статистической физики разработали, построили и верифицировали на большом объеме экспериментальных данных динамическую, стохастическую и распределенную модель принятия решений. С помощью этой модели была выявлена схема организации процесса принятия коллективных решений на примере головного мозга и его огромной сети коммуницирующих нейронов. Авторский коллектив назвал данную методологию «кодирующая двойственность» [206]. Рассматриваемая схема состоит из двух этапов: на первом происходит накопление информации в условиях подавления информационного шума; на втором — «формирование консенсуса», в ходе которого информация быстро распространяется от «знающих» нейронов, имеющих доступ к информации, к множеству остальных участвующих в схеме нейронов, что резко увеличивает избыточность в системе. Принципиальным для эффективности функционирования данной схемы является то, что этапы «накопления» и «консенсуса» отличаются разными временны́ми шкалами.

По сути, данную модель можно адаптировать в целях разработки ИСППР по управлению реальными социально-экономическими макросистемами.

Транслируя сложность рассматриваемой модели на процессы управления социально-экономическими макросистемами в условиях неопределенности, можно предположить, что подобное исследование принципиально изменит модели принятия решений на макроуровне в социально-экономических системах при различной их сложности. В этой связи предложенная схема объясняет процесс повышение качества управления, то есть улучшение соотношения правильно принятых, оптимальных решений к общему количеству принимаемых решений, в том числе неправильных. Полученная исследователями ASU-SFI Center for Biosocial Complex Systems модель отвечает на следующие вопросы: как принимаются решения головным мозгом на уровне отдельных нейронов или огромной сетью коммуницирующих нейронов и как организован процесс принятия решений? При этом в новом исследовании не только определена схема принятия решений нейронами головного мозга, но и с применением теоретико-игрового инструментария доказано, что эта схема является оптимальной для любых коллективных вычислений, производимых сетью интеллектуальных агентов. Природа в ходе эволюции смогла создать не превзойденные современной наукой механику и биофизику живых существ. Следовательно, и в вопросе поиска наилучшей схемы принятия решений нейронами головного мозга природа опережает достигнутый уровень развития науки, к чему и следует стремиться при построении теоретико-игровых математических моделей.

Известны уже действующие ИСППР на основе нейронных сетей и ИИ, например: An artificial neural network based decision support system for solving the buffer allocation problem in reliable production lines (Система поддержки принятия решений на основе искусственной нейронной сети для решения проблемы распределения буфера в надежных производственных линиях) [279]; Decision support system for water distribution systems based on neural networks and graphs theory for leakage detection (Система поддержки принятия решений для систем распределения воды на основе нейронных сетей и теории графов для обнаружения утечки) [184] и другие. В этой связи необходимо отметить, что подобные ИСППР как нельзя лучше подходят для принятия решений в условиях неопределенности.

Таким образом, приведенные выше международные, междисциплинарные, комплексные исследования и разработки показывают, что общетеоретическим направлением исследований по разработке ИСППР с применением ИИ является разработка моделей активного отображения процесса принятия решений естественным интеллектом и их построение с помощью синтеза теоретико-игрового инструментария, новейших технологий, связанных с концепциями искусственного интеллекта, и интеллектуализации процессов управления сложными социально-экономическими макросистемами в условиях неопределенности.

В условиях цифровизации рассматриваемые системы будут трансформироваться во все более сложные, гибридные, гибкие и мобильные структуры, в которых одним из основных объектов управления могут являться такие ресурсы, как знания, интеллект и информация. Поэтому представляется перспективной разработка ИСППР на основе отдельных подходов теории управления, теории игр и теории оценки эффективности, теории государства и права, элементов доктрины конституционного права и, возможно, использования новейших технологий ИИ с целью преодоления административного типа регулирования и формирования эффективных систем управления социально-экономическими процессами.

## Выводы к главе 7

В настоящей главе диссертационной работы определены основные составляющие технологии управления знаниями и рассмотрены новые междисциплинарные направления исследований по моделированию процессов мышления человека. Предложены основные принципы, общие этапы построения и классификация интеллектуальных систем поддержки принятия решений, в которых на этапе моделирования применяются формальные математические модели, построенные с использованием теоретико-игрового подхода, и показан ряд их преимуществ.

Результаты данного исследования могут стать основой для формирования эффективных систем управления социально-экономическими процессами с целью преодоления административного типа регулирования в социальной сфере. Теоретическая и практическая значимость исследования заключается в формировании новых подходов к применению искусственного интеллекта как стратегического инструмента регулирования социально-экономических макросистем в условиях цифрового общества.

# ГЛАВА 8. МЕХАНИЗМ РЕАЛИЗАЦИИ ПОСТРОЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ПО БЕРЖУ КОМПЛЕКСНОЙ МЕТАСИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

## § 8.1. Механизм реализации идеи сбалансированности экономической, социальной и правовой макросистем

С развитием экономико-математического моделирования [1–3, 8, 31–35, 52, 93, 96, 98, 101–104, 106, 112, 134, 135, 137, 140, 147, 150–154, 164, 177] процессов принятия решений на макроуровне в сложных системах соответственно меняются и требования к качеству функционирования управляемой системы. При этом в процессе моделирования исследователям необходимо учитывать ряд основных факторов: наличие двух и более критериев — показателей качества функционирования управляемой системы и существование разного вида неопределенностей, о которых известна лишь граница изменений, а какие-либо статистические характеристики отсутствуют.

Большинство стратегических решений в социально-экономических макросистемах, и не только, принимаются с учетом конфликта интересов различных отдельных управляющих систем, наделенных соответствующими полномочиями, «групп влияния, отстаивающих индивидуальные интересы», различных дополнительных аспектов, свойственных процессу принятия решений. Конфликтный характер таких процессов, как правило, не предполагает открытой конфронтации между сторонами, а свидетельствует лишь о различных интересах, в том числе экономических. В подобных ситуациях практически невозможно применение традиционных методов оптимизации и при этом существует проблема, которую С. Ю. Глазьев [49] описал следующим образом: «последователи А. Смита, Д. Рикардо, Дж. Ст. Милля, А. Маршалла, Л. Вальраса построили стройную, но не отражающую реальные экономические процессы математизированную теорию рыночного равновесия».

Например, в реальной социально-экономической макросистеме решения, оптимальные для одной стороны, могут быть неоптимальны для другой, а результат решения может зависеть от всех конфликтующих сторон при соблюдении принципа сдержек и противовесов. Теория игр как математический аппарат анализирует подобные ситуации и представляет собой часть общей теории, которая изучает и описывает процессы принятия оптимальных решений с участием одного или многих лиц в условиях неопределенности и конфликта. Повторим, что под конфликтом понимается явление, в котором участвуют стороны, наделенные различными интересами и возможностями выбирать доступные для них действия в соответствии с собственными интересами.

В рамках теории игр, в принципе, поддаются математическому описанию фактически любые конфликты, в том числе экономические, правовые, социальные. Применение теоретико-игрового инструментария позволяет моделировать важные аспекты принятия решений в экономической, правовой и социальной макросистемах. Перспективен подход с позиций теории игр и к проблемам управления, планирования и прогнозирования.

Отметим, что от реальной конфликтной ситуации игра отличается тем, что она ведется по определенным правилам. Реальные конфликты обычно плохо поддаются формальному описанию, поэтому любая игра — это упрощение исходной реальной задачи, в ней учитываются лишь первостепенные факторы, отражающие суть процесса или явления.

Принятие решений, связанных с управлением сложными социально-экономическими системами на макроуровне, в современных условиях следует понимать как принятие решений при учете многокритериальности и неопределенности с учетом взаимосвязи и взаимовлияния экономики, права и социологии.

Многие исследователи — экономисты, правоведы и социологи — под термином «социальное государство» понимают государство благосостояния (далее в работе эти термины понимаются как синонимичные). В соответствии со статьей 2 Конституции России высшей ценностью является человек, его права и свободы, а их признание, соблюдение и защита — обязанность государства. Статья 7 Основного Закона прямо устанавливает, что Россия — социальное государство, политика которого направлена на создание условий, обеспечивающих достойную жизнь и свободное развитие человека. Подобные конституционные нормы носят декларативный характер, хотя и представляют собой основы правового регулирования экономической и социальной сфер деятельности государства.

Однако продекларированные Конституцией России доктринальные положения о «социальном государстве» вошли в противоречие с существующей экономической неолиберальной доктриной, что явилось закономерным итогом негативных последствий трансформационных процессов, особенно в социально-экономической сфере: роста бедности основной массы населения, поляризации и деградации общества, процессов разгосударствления социальной сферы и снижения качества жизни населения. Указанные негативные тенденции, влияя друг на друга, мультиплицируют негативные эффекты, а последствия принятых стратегических решений оказывают непосредственное воздействие на современное состояние экономической, правовой и социальной макросистем.

С целью замены существующей неолиберальной экономической национальной доктрины в диссертационной работе предложен философско-нравственный концепт Золотого правила нравственности, математическим выражением которого явилась разработка и построение формальной математической модели балансового равновесия экономической, правовой и социальной макросистем — комплексной метасистемы.

Разработка нового механизма реализации идеи сбалансированности экономической, социальной и правовой макросистем заключается в построении равновесной модели, *использующей идеи социального государства как основы взаимодействия и взаимовлияния правовой, экономической и социальной систем,* базирующейся на концепции равновесия по Бержу, которое является математическим фундаментом и раскрывает смысл Золотого правила нравственности.

Использование в современной практике управления новых моделей принятия решений на макроуровне с позиции «нравственного равновесия» позволило бы в рамках трансформирования избежать очевидно бесплодной политики «латания дыр», «быстрого реагирования», «ручного управления» и могло бы стать математическим обоснованием для разработки общегосударственных программ в области социальной и экономической политики на базе новой экономической парадигмы, опирающейся на философско-нравственные принципы.

Внедрение новых теоретико-игровых подходов, позволяющих моделировать процессы принятия решений при управлении сложными макросистемами с учетом неполноты информации, конфликтности, неопределенности, приведет к выбору наименее рискованных и наиболее гарантированных решений. Это позволит стабилизировать результаты деятельности сложных макросистем и добиться устойчивости функционирования рассматриваемой метасистемы. Таким образом, использование в экономической теории и практике новых подходов теоретико-игрового моделирования процессов принятия решений в макросистемах, адекватно учитывающих неопределенность, неполноту информации и конфликтность, способно внести определенный вклад в социально-экономическое развитие страны [163].

## § 8.2. Концепт социального государства и моделирование процесса принятия стратегических решений в социальной сфере

Далее рассмотрим с позиций системного анализа, что представляет собой социальное государство. Под этим термином можно понимать сложную, масштабную, многоуровневую мегасистему, функционирование которой направлено на повышение благосостояния населения. В аксиологическом аспекте государство благосостояния (или социальное государство) [7] — это идеальный теоретический конструкт, концепт нравственности, отражающий системный комплекс социальных прав населения, наполненных экономическим содержанием. При этом отметим, что рассматриваемая в диссертации комплексная метасистема, с одной стороны, является составной частью магасистемы, а с другой — составляет ее структурную основу, призванную обеспечивать социально-правовую защищенность и достойное качество жизни населения.

Таким образом, предложенная в диссертационном исследовании новая концепция построения балансового равновесия экономической, правовой и социальной макросистем может являться основой разработки макромодели и экономико-математического моделирования процессов принятия решений в государстве благополучия на основе философско-нравственной доктрины Золотого правила нравственности [65].

В основе предполагаемой макромодели социального государства находится предложенный в диссертационном исследовании (глава 2) механизм реализации идеи социального государства путем построения балансового равновесия экономической, правовой и социальной макросистем, то есть:

— формальная модель взаимодействия вышеуказанных трех макросистем;

— формализованная равновесная математическая модель, основанная на комбинировании концепций равновесия по Бержу, которое раскрывает смысл Золотого правила нравственности, и равновесия по Нэшу — отношений, основанных на принципе индивидуальной рациональности, в макроструктуре из трех макросистем.

В качестве апробации предложенного подхода в диссертации проведено исследование динамики семейных структур и отношений, оказывающих влияние на систему жизнедеятельности народонаселения, состояние, перспективы и возможности государственного регулирования социодемографических процессов в России. Построены также математические модели семейных отношений, основанные на концепциях равновесия по Бержу и равновесия по Нэшу — в семейной структуре из трех лиц.

Таким образом, значимость результатов диссертационного исследования состоит в разработке теоретических и методологических положений теоретико-игрового моделирования сложных макросистем и процессов принятия решений в условиях неопределенности. В частности, построение системного (балансового) равновесия экономической, социальной и правовой макросистем для реализации существующей в России доктрины социального государства и совершенствование процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере. Вышеуказанное позволит существенно расширить сферу применения теории игр в экономике и развить математический аппарат экономических исследований на основе синтеза научных подходов теорий игр, управления, экономики, права и социологии.

Необходимо отметить, что одним из основных элементов, определяющих характер реализации сущностного содержания социального государства, является регулирование социальной сферы. Конституционно-правовое развитие механизмов реализации права на получение населением услуг (продуктов) социальной сферы, разработка и внедрение новых правовых институтов должны быть ориентированы на достижение последовательного динамичного роста качества жизни населения и его благополучия. Эффективность и реальность осуществления конституционных прав, обеспечивающих получение населением социальных услуг, напрямую связаны с механизмом их реализации, разработкой и внедрением новых правовых институтов, гарантирующих создание качественных условий, необходимых для достойной жизни человека и развития личности как основы построения государства благополучия.

Учитывая вышеизложенное и особенности принятия стратегических решений в стационарных и нестационарных макросистемах (глава 1), в настоящем диссертационном исследовании предлагается новый научно-теоретический подход к совершенствованию процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере (глава 3). С этой целью:

— построена многоуровневая математическая модель управления динамикой сложных социально-экономических систем в условиях неопределенности и предложен новый подход к построению и решению задачи управления на примере системы социальной защиты и поддержки населения;

— предложен новый метод формализации гарантированных решений в многокритериальных задачах управления сложными социально-экономическими системами при неопределенности, о которых известны лишь границы их изменений;

— формализовано гарантированное решение, основанное на модификации принципа минимаксного сожаления Сэвиджа, для чего построено понятие «пара», включающее в себя перечень государственных социальных гарантий для населения и векторные социально-экономические риски, при возникновении которых отдельные категории населения могут реализовать свое конституционное право на получение данных социальных гарантий. Доказана теорема существования гарантированного решения при обычных в теории многокритериальных задач ограничениях и предложен способ его построения.

Процесс принятия стратегических решений на макроуровне в социальном государстве направлен на защиту населения от так называемых гарантированных рисков, таких как старость, болезни, безработица, несчастные случаи и бедность. Поэтому в главе 4 предложен математический аппарат, используемый в главе 3. Предложены новые подходы к моделированию процессов принятия решений с использованием теоретико-игрового инструментария, которые базируются на возможном увеличении исходов при одновременном уменьшении связанного с ними риска (по Сэвиджу) и позволяют построить гарантированные решения и риски и исследовать особенности равновесия по Нэшу. Результаты диссертационного исследования, представленные в главах 3 и 4, могут являться математическим обоснованием для разработки новых государственных программ в социальной сфере, направленных на повышение благополучия населения.

Отметим, что новая методология, предложенная в главе 5, позволяет конструировать гарантированные решения и учитывать соответствующие им риски, построенные с использованием философско-нравственной концепции. Исследованы особенности равновесия по Бержу (Золотое правило нравственности). С целью выявления особенностей этого равновесия, в частности устойчивости и неулучшаемости, формализовано Парето-гарантированное по Бержу решение и доказано существование такого решения в смешанных стратегиях, приведены его свойства. По сути, математический аппарат главы 5 обосновывает исследования, проведенные в главе 2, то есть построение модели балансового равновесия комплексной национальной метасистемы. В главе 6 представлена методология моделирования процессов принятия решений в сложных управляемых динамических системах: реализация идеи сбалансированности (равновесности) систем и формирование нового механизма, способствующего решению проблем устойчивости равновесий. Результаты исследования показали, что в линейно-квадратичной игре при выполнении соответсвующих ограничений не существует равновесия по Нэшу, но при этом существует равновесие санкций и контрсанкций. Этот факт позволяет утверждать, что экономико-правовое обоснование построения теоретико-игровых моделей равновесия расширяет область практического применения рассматриваемого в главе класса задач. При этом показывается настоятельная необходимость дополнительных исследований свойств, используемых при аналитическом конструировании различных равновесий, в том числе и равновесия санкций и контрсанкций, как механизма исследования сбалансированности (равновесности) сложных управляемых систем. В качестве повышения обоснованности процессов принятия решений и разработки ассистирующих систем их поддержки в социальной сфере в главе 7 диссертационного исследования определены и рассмотрены новые подходы по моделированию процессов принятия решений в сложных социально-экономических системах в условиях неопределенности и показан ряд их преимуществ. Их практическое применение находится в области создания интеллектуальных систем поддержки принятия решений, где на этапе моделирования применяются формальные математические модели, построенные с использованием теоретико-игрового подхода.

Предлагаемая в диссертационной работе концепция построения системного равновесия экономической, правовой и социальной макросистем, основанная на модели балансового равновесия по Бержу (как механизм реализации идеи социального государства), и новый научно-теоретический подход к совершенствованию процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере нацелены на решение характерных для сегодняшнего дня интегральных проблем: несбалансированности экономической, социальной и правовой национальных макросистем и разгосударствления отраслей социальной сферы вследствие изменения экономических и правовых институтов — а именно на решение проблемы бедности населения во всех формах ее проявления (предложен новый философско-нравственный подход как базис новой экономической концепции).

Использование Золотого правила нравственности в качестве основы новой экономической парадигмы позволит переориентировать принятую в России доктрину «слабого государства в экономике» на концепт «сильного государства в экономике» [119] и направить процесс принятия стратегических решений в социальной сфере «на широкий спектр интересов большинства россиян и страны в целом, на уменьшение ставшего уже недопустимо высоким и социально опасным уровня дифференциации доходов различных групп населения, на снижение бедности и безработицы путем развития производственного потенциала и заметного увеличения оплаты труда наемных работников и, как следствие, уменьшение количества россиян с доходами ниже адекватного реальным условиям определяемого прожиточного минимума, на уменьшение фактически высокой платности образования, здравоохранения…» [116, с. 262].

Таким образом, необходима трансформация существующих в настоящее время конституционно-правовых и экономических механизмов реализации прав населения. Отсюда возникает потребность в разработке нового Основного Закона (Конституции России), который может базироваться на макромодели социального государства, основанного на философско-нравственной доктрине Золотого правила нравственностии, и может быть ориентирован на достижение последовательного динамичного роста качества жизни населения и его благополучия.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе разработана новая концепция построения системного равновесия экономической, правовой и социальной макросистем, основанная на математической модели балансового равновесия по Бержу, а также сформирован новый научно-теоретический подход к совершенствованию процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере. **Преимущества предлагаемой концепции** состоят в следующем:

— во-первых, проблема сбалансированности экономической, правовой и социальной макросистем ранее не рассматривалась с позиций теоретико-игрового подхода с применением концепций равновесия по Бержу и по Нэшу;

— во-вторых, предлагаемая концепция нацелена на процесс принятия решений с учетом неопределенности, конфликтности и риска в социальной сфере как в сложной управляемой социально-экономической макросистеме.

В ходе диссертационного исследования **решены следующие задачи:**

1. Разработана методология построения системного равновесия экономической, правовой и социальной макросистем (комплексной метасистемы) на основе концепций равновесия по Бержу и по Нэшу, для этого:

— проведен структурный анализ взаимодействия и взаимовлияния экономической, правовой и социальной макросистем как стационарных и/или нестационарных объектов в контексте продекларированной в России доктрины социального государства;

— построена модель взаимодействия вышеуказанных систем, обоснована и формализована равновесная модель, с использованием концепций равновесия по Бержу, которое раскрывает смысл Золотого правила нравственности, и равновесия по Нэшу — отношений, основанных на принципах рациональности в комплексной метасистеме;

— исследована динамика семейных структур и отношений, оказывающих влияние на состояние, перспективы и возможности государственного регулирования социодемографических процессов в России. Построины математические модели семейных отношений с использованием концепций равновесия по Бержу и равновесия по Нэшу — в семейной структуре из трех лиц и провести их сравнение;

— в качестве примера взаимовлияния экономической, правовой и социальной макросистем, проведен анализ национального социального законодательства сквозь призму стратегических решений, трансформирующих социальную сферу, и в частности перехода от всеобщей системы социального обеспечения к так называемой адресной.

2. Для формирования научно-теоретического подхода к моделированию процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере построена иерархическая модель управления динамикой социальной сферы и принятия решений на каждом уровне иерархии на примере системы социальной защиты и поддержки населения:

— построена многоуровневая математическая модель управления динамикой системы социальной защиты и поддержки населения;

— предложен метод формализации гарантированных решений в многокритериальных задачах управления сложными социально-экономическими системами при неопределенности, о которой известны лишь границы изменений. Формализовано гарантированное решение, основанное на модификации принципа минимаксного «сожаления» Сэвиджа. Сконструировано понятие «пары», содержащее перечень государственных социальных гарантий для населения и риски, при возникновении которых отдельные категории населения могли бы реализовать свое конституционное право на получение соответствующих социальных гарантий. Доказана теорема существования гарантированного решения при обычных в теории многокритериальных задач ограничениях и предложен способ его построения.

3. Для развития теории и методологии экономико-математического моделирования разработаны подходы к конструированию процессов принятия решений с использованием теоретико-игрового инструментария, которые базируются на возможном увеличении функций выигрыша (исходов), оценивающих качество функционирования системы при одновременном уменьшении связанного с ними риска (по Сэвиджу).

4. С целью обоснования предложенного научно-теоретического подхода к совершенствованию процессов принятия решений на макроуровне разработана методология, позволяющая конструировать гарантированные решения и риски, и исследовать особенности равновесия по Бержу. Для выявления особенностей рассматриваемого равновесия, в частности устойчивости и неулучшаемости, формализовано равновесное по Бержу и оптимальное по Парето гарантированное решение, доказано его существование в смешанных стратегиях и выявлены его свойства.

5. С целью учета практико-ориентированного подхода в проводимых исследованиях осуществлен структурный анализ интеллектуальных систем поддержки принятия решений в условиях неопределенности и обоснована необходимость построения и внедрения интеллектуальных систем поддержки принятия решений на основе использования новейших технологий в социальной сфере. Предложены основные принципы, общие этапы построения и классификации интеллектуальных систем поддержки принятия решений, в которых на этапе моделирования применяются формальные математические модели, построенные с использованием теоретико-игрового подхода, и показать их преимущества.

Проведенное исследование позволяет прийти к следующим **выводам**.

1. В диссертационной работе разработана концепция балансового равновесия комплексной метасистемы и построены модели равновесия и

балансового равновесия по Бержу экономической, правовой и социальной макросистем. Преимуществом предлагаемых подходов является то, что при моделировании процессов принятия решений на стратегическом уровне корректно учтены неопределенности и использован философско-нравственный концепт Золотого правила в качестве базовой экономической доктрины.

2. Практическое применение разработанной концепции позволит преодолеть недостаточную приспособленность применяемого теоретико-игрового инструментария при исследовании методов и моделей принятия решений к особенностям нестационарных систем, и его использование в основном для решения задач мико- и мезоуровня. Теоретическая направленность концепции содержится в решении существующих интегральных проблем: несбалансированности экономической, правовой и социальной национальных макросистем, разгосударствлению социальной сферы и следствии первых двух — бедности населения.

3. Разработка нового механизма реализации идеи сбалансированности экономической, социальной и правовой макросистем заключается в обосновании и построении равновесной модели, использующей идеи социального государства как основы взаимодействия и взаимовлияния правовой, экономической и социальной макросистем, базирующейся на концепции равновесия по Бержу.

4. Использование в современной практике управления новых моделей принятия решений на макроуровне с позиции «нравственного равновесия» может стать математическим обоснованием для разработки общегосударственных социальных программ на базе новой экономической доктрины, основанной на философско-нравственных принципах.

5. Внедрение новых теоретико-игровых подходов, позволяющих моделировать процессы принятия решений при управлении сложными макросистемами с учетом риска, конфликтности и неопределенности приведет к выбору эффективных (оптимальных по Парето), и одновременно наименее

рискованных и гарантированных решений, что позволит стабилизировать результаты деятельности сложных макросистем и добиться устойчивости функционирования рассматриваемой метасистемы. Вышеуказанное позволяет существенно расширить сферу применения теории игр в экономике и развить математический аппарат экономических исследований на основе синтеза научных подходов теорий игр, управления, экономики, права, социологии и системного анализа.

6. Выявлено, что одним из основных элементов, определяющих характер реализации сущностного содержания социального государства, является регулирование социальной сферы. Конституционно-правовое развитие механизмов реализации права на получение населением продуктов социальной сферы, разработка и внедрение новых правовых институтов, должно быть ориентированно на достижение последовательного динамичного роста качества жизни населения и его благополучия. Эффективность и реальность осуществления конституционных прав, обеспечивающих получение населением социальных услуг напрямую связана с механизмом их реализации, разработкой и внедрением новых правовых институтов, гарантирующих создание качественных условий, необходимых для достойной жизни человека и развитие личности как основы построения государства благополучия.

7. Учитывая вышеизложенное и особенности принятия стратегических решений в стационарных и нестационарных макросистемах (глава 1), в настоящем диссертационном исследовании обоснован новый научно-теоретический подход к совершенствованию процессов принятия решений на макроуровне в социальной сфере (глава 3). В качестве доказательной базы:

— построена многоуровневая математическая модель управления динамикой сложных социально-экономических систем в условиях неопределенности и предложен научно-обоснованный подход к построению и решению задачи управления на примере системы социальной защиты и поддержки населения;

— предложен метод формализации гарантированных решений в многокритериальных задачах управления сложными социально-экономическими системами при неопределенности, о которых известны лишь границы их изменений;

— формализовано гарантированное решение, основанное на модификации принципа минимаксного «сожаления» Сэвиджа, для чего построено понятие «пары» — перечня государственных социальных гарантий для населения и векторных социально-экономических рисков, при возникновении которых отдельные категории населения могут реализовать свое конституционное право на получение соответствующих социальных гарантий. Доказана теорема существования гарантированного решения при обычных в теории многокритериальных задач ограничениях и предложен способ его построения.

8. Процесс принятия стратегических решений на макроуровне в социальном государстве направлен на защиту населения гарантированных, то есть жизненных рисков, таких как старость, болезни, безработица, несчастные случаи и пр. Поэтому в главе 4 разработан математический аппарат, используемый в главе 3. Предложены новые подходы к моделированию процессов принятия решений с использованием теоретико-игрового инструментария, которые базируются на возможном увеличении исходов при одновременном уменьшении связанного с ними риска (по Сэвиджу), и позволяющие построить гарантированные решения и риски и исследовать особенности равновесия по Нэшу.

9. Предложенная новая методология в главе 5, использующая доказательные конструкции главы 4 позволяет строить, с использованием философско-нравственной концепции Золотого правила, гарантированные решения и учитывать соответствующие им риски, исследовать особенности равновесия по Бержу. С целью выявления особенностей этого равновесия (устойчивости и неулучшаемости) формализовано Парето-гарантированное по Бержу решение и доказано существование такого решения в смешанных

стратегиях и приведены его свойства. По сути, математический аппарат главы 5 обосновывает исследования, проведенные в главе 2, то есть построение модели балансового равновесия комплексной национальной метасистемы.

10. В качестве средства повышения обоснованности процессов принятия решений и разработки ассистирующих систем их поддержки в социальной сфере в главе 6 диссертационного исследования определены и рассмотрены новые подходы по моделированию процессов принятия решений в сложных социально-экономических системах в условиях неопределенности. Их практическое применение находится в области построения интеллектуальных систем поддержки принятия решений, где на этапе моделирования применяются формальные математические модели.

11. Использование Золотого правила нравственности в качестве основы новой социально-экономической парадигмы позволит переориентировать принятую в России экономическую доктрину и направить процесс принятия стратегических решений в социальной сфере на широкий спектр интересов большинства населения страны. Таким образом, необходима трансформация существующих на настоящий момент времени конституционно-правовых и экономических механизмов реализации социальных прав населения. Как следствие, возникает потребность в разработке нового Основного закона (Конституции России), который может базироваться на концепции балансового равновесия комплексной метасистемы и построенных моделях равновесия и балансового равновесия по Бержу экономической, правовой и социальной макросистем и ориентированных на достижение последовательного динамичного роста качества жизни населения и его благополучия.

Конструирование и обоснование вышеуказанных подходов и моделей способствует:

— разработке и развитию математического аппарата анализа сложных управляемых социально-экономических систем: математической экономики, теории игр, теории принятия оптимальных решений и других методов, используемых в экономико-математическом моделировании;

— развитию теории и методологии экономико-математического моделирования, исследованию его возможностей и диапазонов применения в части теоретических и методологических вопросов отображения социально-экономических процессов и систем в виде математических моделей;

— развитию математических методов и моделей анализа и прогнозирования развития социально-экономических процессов общественной жизни: демографических процессов, рынка труда и занятости населения, качества жизни населения и др. [65];

— разработке и исследованию макромоделей экономической динамики в условиях равновесия;

— разработке систем поддержки принятия решений для обоснования общегосударственных программ в области социальной политики.

# СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

$\mathbb{R}^k$ — евклидово $k$-мерное пространство с евклидовой нормой $\|\cdot\|$.

$\mathbb{N}$ — множество порядковых номеров игроков.

$\mathrm{X}_i$ — множество стратегий (альтернатив для многокритериальных задач) $x_i$ для игрока $i \in \mathbb{N}$.

$\mathrm{Y}$ — множество неопределенностей $y$.

$\{\mu_i\}$ — множество смешанных стратегий $\mu_i(\cdot)$ игрока $i \in \mathbb{N}$.

$\{\mu\}$ — множество ситуаций $\mu(\cdot)$ в смешанных стратегиях.

$\{\eta_i\}$ — множество смешанных стратегий $\eta_i(\cdot)$ игрока $i \in \mathbb{N}$.

$\{\eta\}$ — множество ситуаций $\eta(\cdot)$ в смешанных стратегиях.

$\mathrm{X}^e$ — множество равновесных по Нэшу ситуаций $x^e$.

$\mathrm{X}^B$ — множество равновесных по Бержу ситуаций $x^B$.

$\mu^{P_e}(\cdot) \in \{\mu\}$ — Парето-равновесная по Нэшу ситуация в смешанных стратегиях.

$\mu^{P_B}(\cdot) \in \{\mu\}$ — Парето-равновесная по Бержу ситуация в смешанных стратегиях.

$f_i(x, y)$ — функция выигрыша игрока $i \in \mathbb{N}$.

$f_i(x, y) = (f_1(x, y), ..., f_N(x, y))$ — вектор функции выигрышей игроков (вектор-столбец).

$F_i(x, y)$ — функция риска игрока $i \in \mathbb{N}$.

$F_i(x, y) = (F_1(x, y), ..., F_N(x, y))$ — вектор функции риска игроков.

$\mathrm{X} = \prod_{i \in \mathbb{N}} \mathrm{X}_i \subseteq \mathbb{R}^n$ — множество ситуаций $x = (x_1, ..., x_N) \in \mathrm{X}$.

$\mathrm{X}^{\mathrm{Y}}$ — множество функций $x(y)$ определенных на $\mathrm{Y}$ со значениями в $\mathrm{X}$.

$[x \| z_i] = [x_1, ..., \mathrm{x}_{i-1}, z, x_{i+1}, ..., x_N]$.

$\varnothing$ — пустое множество.

$comp\mathbb{R}^k$ — множество компактов в $\mathbb{R}^k$.

$k = S, P$ — оптимальность по Слейтеру, Парето.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Айвазян С. А.* Анализ качества и образа жизни населения / С. А. Айвазян. — М. : Наука, 2012. — 432 с.
2. *Айвазян С. А.* Интегральные индикаторы качества жизни населения: их построение и использование в социально-экономическом управлении и межрегиональных сопоставлениях / С. А. Айвазян. — М. : ЦЭМИ РАН, 2000. — 118 с.
3. *Айвазян С. А.* Качество жизни и анализ уровня жизни. Эконометрический подход / С. А. Айвазян. — Berlin : de Gruyter, 2016. — 399 с.
4. *Айзекс Р.* Дифференциальные игры / Р. Айзекс ; пер. с англ. под ред. М. И. Зеликина. — М. : Мир, 1967. — 480 с.
5. *Акофф Р.* Общая теория систем и исследование систем как противоположные концепции науки о системах / Р. Акофф // Общая теория систем. — М. : Мир, 1966. — С. 66–80.
6. *Андреева Т. В.* Семейная психология : учеб. пособие / Т. В. Андреева. — СПб. : Речь, 2004. — 244 с.
7. *Аристов Е. В.* Правовая парадигма социального государства : монография / Е. В. Аристов. — М. : Юнити-Дана, 2016. — 367 с.
8. *Арнольд В. И.* Теория катастроф / В. И. Арнольд. — 3-е изд., доп. — М. : Наука, 1990. — 136 с.
9. *Бартышин И. З.* Нечеткие гибридные системы. Теория и практика / И. З. Бартышин, А. А. Недосекин, А. А. Стецко, В. Б. Тарасов, А. В. Язенин, Я. Г. Ярушкина. — М. : Физматлит, 2007. — 208 с.
10. *Беллман Р. Э.* Процессы регулирования с адаптацией / Р. Э. Беллман ; пер. с англ. Ю. П. Леонова, И. А. Литовченко, Э. Л. Наппельбаума, Т. И. Товстухи ; под ред. А. М. Летова. — М. : Наука, 1964. — 360 с.

11. *Берж К.* Общая теория игр нескольких лиц / К. Берж ; пер. с фр. И. В. Соловьева ; под ред. В. Ф. Колчина. — М. : Физматгиз, 1961. — 126 с.
12. *Бернстайн П. Л.* Против богов : Укрощение риска / П. Л. Бернстайн ; пер. с англ. — М. : Олимп-Бизнес, 2000. — 400 с.
13. *Берталанфи Л.* История и статус общей теории систем / Л. Берталанфи // Системные исследования : ежегодник — М. : Наука, 1973.
14. *Берталанфи Л.* Общая теория систем — обзор проблем и результатов / Л. Берталанфи // Системные исследования : ежегодник. — М. : Наука, 1969. — С. 30–54.
15. *Бирюкова Л. В. (Жуковская Л. В.)* Конкуренция двух однотипных экономик / Л. В. Бирюкова (Л. В. Жуковская), В. И. Жуковский // Тезисы докладов III Международной конференции по глобальной оптимизации. — Иркутск, 1993.
16. *Бирюкова Л. В.* (*Жуковская Л. В.*) Векторные гарантии в игровых задачах / Л. В. Бирюкова (Л. В. Жуковская) // Негладкие и разрывные задачи управления, оптимизации и их приложения : 3-й Междунар. семинар, С.-Петербург, 26 июня — 2 июля 1995 г. : тезисы докладов : в 2 ч. — СПб., 1995.
17. *Бирюкова Л. В.* (*Жуковская Л. В.*) Гарантирующие равновесия угроз и контругроз в одной дифференциальной игре / Л. В. Бирюкова (Л. В. Жуковская), В. И. Жуковский // Воронежская весенняя математическая школа «Понтрягинские чтения — VI» (20–26 апреля 1995 г.) : сборник тезисов докладов. — ВГУ : Воронеж, 1995. — С. 13.
18. *Бирюкова Л. В.* (*Жуковская Л. В.*) Неулучшаемое равновесие в одной дифференциальной игре / Л. В. Бирюкова (Л. В. Жуковская) // Кибернетика и вычислительная техника (сложные системы управления). — ИК НАН Украины, 1995. — Вып. 107. — С. 25–33.
19. *Бирюкова Л. В.* (*Жуковская Л. В.*) Об одном свойстве квадратичных функционалов / Л. В. Бирюкова (Л. В. Жуковская), В. И. Жуковский //

Воронежская зимняя математическая школа «Современная метрическая теория функций и смежные проблемы прикладной математики и механики» : сборник тезисов докладов. — ВГУ : Воронеж, 1995.

20. *Бирюкова Л. В.* (*Жуковская Л. В.*) Равновесие угроз и контругроз при неопределенности / Л. В. Бирюкова (Л. В. Жуковская) // Проблемы управления и информатики. — Киев : ИК НАН Украины, 1995. — № 2. — С. 21–26.
21. *Бирюкова Л. В.* (*Жуковская Л. В.*) Равновесие угроз и контругроз при неопределенности / Л. В. Бирюкова (Л. В. Жуковская) // Жуковский В. И. Введение в дифференциальные игры при неопределенности : монография. — М. : Международный НИИ проблем управления, 1997.
22. *Бирюкова Л. В.* (*Жуковская Л. В.*) Равновесие угроз и контругроз при неопределенности : автореф. дис. …. канд. физ.-мат. наук / Л. В. Бирюкова (Л. В. Жуковская). — СПб., 1996. — 15 с.
23. *Блекуэлл Д.* Теория игр и статистических решений / Д. Блекуэлл, М. А. Гиршик ; пер. с англ. И. В. Соловьева. — М. : ИЛ, 1958. — 318 с.
24. *Вайсборд Э. М.* Введение в дифференциальные игры нескольких лиц и их приложения / Э. М. Вайсборд, В. И. Жуковский. — М. : Советское радио, 1980.
25. *Вайсборд Э. М.* О коалиционных дифференциальных играх / Э. М. Вайсборд // Дифференциальные уравнения. — 1974. — 10:4. — С. 613–623.
26. *Вайсборд Э. М.* Введение в дифференциальные игры нескольких лиц и их приложения / Э. М. Вайсборд, В. И. Жуковский. — М. : Советское радио, 1980.
27. *Вальд А.* Последовательный анализ / А. Вальд ; пер. с англ. П. А. Бакута. — М. : Физматгиз, 1960. — 328 с.
28. *Валькман Ю. Р.* Бизнес-интеллект и управление знаниями: понятия, технологии, интеллектуальность / Ю. Р. Валькман, Р. Ю. Валькман,

Л. Р. Исмагилова // Труды Международных НТК IEEE AIS. — М. : Физматлит, 2009.

29. *Васильев Ф. П.* Методы оптимизации / Ф. П. Васильев. — М. : Факториал Пресс, 2002. — 842 с.
30. *Велихов Е. П.* Интеллектуальные процессы и их моделирование / Е. П. Велихов : сборник. — М. : Наука, 1987. — 396 с.
31. *Виленский П. Л.* Инвестиционный анализ / П. Л. Виленский, В. Н. Лившиц. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : НИУ ВШЭ, 2013. — 350 с.
32. *Виленский П. Л.* Инвестиционный анализ : учебно-методическое пособие для слушателей программы MBA Высшей школы менеджмента ГУ ВШЭ / П. Л. Виленский, В. Н. Лившиц. — М. : Бизнес-Элайнмент, 2010. — 288 с.
33. *Виленский П. Л.* Оценка эффективности инвестиционных проектов / П. Л. Виленский, В. Н. Лившиц, С. А. Смоляк. — Изд. 4-е, перераб. и доп. — М., 2008. — 1103 с.
34. *Виленский П. Л.* Оценка эффективности инвестиционных проектов : Теория и практика : учебник / П. Л. Виленский, В. Н. Лившиц, С. А. Смоляк. — 5-е изд. — М. : ПолиПринтСервис, 2015. — 1300 с.
35. *Виленский П. Л.* Системная оценка эффективности инвестиционных (инновационных) проектов / П. Л. Виленский, В. В. Косов, В. Н. Лившиц, С. А. Смоляк, А. Г. Шахназаров ; НИИ СП РФ. — М., 2010. — 96 с.
36. *Вилкас Э. Й.* Формализация проблемы выбора теоретико-игрового критерия оптимальности / Э. Й. Вилкас // Математические методы в социальных науках : сб. статей / Ин-т математики и кибернетики АН Лит. ССР. — № 2 . — Вильнюс, 1972. — С. 9–55.
37. *Вилкас Э. Й.* Аксиоматическое определение ситуации равновесия и значения бескоалиционной игры n лиц / Э. Й. Вилкас // ТВП. — 1968. — Т. 13. — Вып. 3. — С. 555–560.

38. *Вилкас Э. Й.* Оптимальность в играх и решениях / Э. Й. Вилкас. — М. : Наука, 1990. — 256 с.
39. *Вилкас Э. Й.* Решения: теория, информация, моделирование / Э. Й. Вилкас, Е. З. Майминас. — М. : Радио и связь, 1981. — 328 с.
40. *Вильямс Дж. Д.* Совершенный стратег, или Букварь по теории стратегических игр / Дж. Д. Вильямс ; пер. с англ. Ю. С. Голубева-Новожилова ; под ред. И. А. Полегаева. — М. : Сов. радио, 1960. — 266 с.
41. *Воеводин В. В.* Матрицы и вычисления / В. В. Воеводин, Ю. А. Кузнецов. — М. : Наука, 1984.
42. *Волконский В. А.* Драма духовной жизни — внеэкономическое основание экономического кризиса / В. А. Волконский. — М. : Мастер-Лайн, 2005. — 260 с.
43. *Воробьев Н. Н.* Основы теории игр. Бескоалиционные игры / Н. Н. Воробьев. — М. : Физматлит, 1984. — 496 с.
44. *Воробьев Н. Н.* Теория игр для экономистов-кибернетиков / Н. Н. Воробьев. — М. : Наука, 1982. — 272 с.
45. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. — М. : Физматлит, 2004.
46. *Гегель Г.* «Лишь семья как целое представляет личность» / Г. Гегель // Семья : книга для чтения : в 2 кн. — М., 1991. — Кн. 2. — 143 с.
47. *Гермейер Ю. Б.* Введение в теорию исследования операций / Ю. Б. Гермейер. — М. : Наука, 1971. — 384 с.
48. *Гермейер Ю. Б.* Игры с противоположными интересами / Ю. Б. Гермейер. — М. : Наука, 1976. — 328 с.
49. *Глазьев С. Ю.* Стратегия опережающего развития России в условиях глобального кризиса / С. Ю. Глазьев. — М. : Экономика, 2010. — 255 с.
50. *Гусейнов А. А.* Золотое правило нравственности / А. А. Гусейнов. — М. : Молодая гвардия, 1988. — 271 с.
51. *Гусейнов А. А.* Математические основы Золотого правила нравственности : Теория нового альтруистического уравновешивания

конфликтов в противоположность «эгоистичному» равновесию по Нэшу / А. А. Гусейнов, В. И. Жуковский, К. Н. Кудрявцев. — М. : Ленанд, 2016. — 280 с.

52. *Дамодаран А.* Стратегический риск-менеджмент: принципы и методики / А. Дамодаран ; пер. с англ. О. Л. Пелявского, Е. В. Трибушиной. — М. : Вильямс, 2010. — 496 с.
53. *Де Гроот М.* Оптимальные статистические решения / М. де Гроот ; пер. с англ. А. Л. Рухина ; под ред. Ю. В. Линника, А. М. Кагана. — М. : Мир, 1974. — 496 с.
54. *Дементьев В. Е.* О мерах по преодолению кризисной ситуации в экономике России / В. Е. Дементьев, Г. Б. Клейнер, В. М. Полтерович [и др.]. — М. : Издание Государственной Думы, 2015. — 320 с.
55. Доклад на заседании президиума Государственного совета «О государственной политике в сфере семьи, материнства и детства» (17 февраля 2014 г., Череповец). — М., 2014. — 17 с.
56. *Елизаров В. В.* Стимулирование рождаемости и поддержка семей с детьми в современной России // Рождаемость и планирование семьи в России : История и перспективы : сборник статей / под ред. И. А. Троицкой, А. А. Авдеева. — М. : Демографические исследования. — 2011. — Вып. 18. — С. 123–152.
57. *Жуковская Л. В.* Формализация социальных гарантий в сложных социально-экономических макросистемах / Л. В. Жуковская // Экономическая наука — хозяйственной практике : материалы XIX Междунар. науч.-практ. конф. (Кострома, 21–22 мая 2019 г.) / науч. ред. О. Н. Грабова, С. В. Палаш. — Кострома : Изд-во Костром. гос. ун-та, 2019.
58. *Жуковская Л. В.* О сбалансированности экономической, правовой и социальной макросистем / Л. В. Жуковская // Сборник докладов конференции по итогам работы Международной научной школы / под ред. Л. И. Ушвицкого. — Ставрополь : Секвойя, 2019. — С. 125–128.

59. *Жуковская Л. В.* Особенность рисков по Нихансу — Сэвиджу в бескоалиционной игре при неопределенности / Л. В. Жуковская, В. И. Жуковский // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. — 2019. — № 5 (74) — С. 39–44.
60. *Жуковская Л. В.* Регулирование сложных социально-экономических систем на разных уровнях иерархии в условиях неопределенности / Л. В. Жуковская // Труды ИСА РАН. — 2018. — Т. 68. — Вып. 4. — С. 17–25. — DOI: 10.14357 / 20790279180402.
61. *Жуковская Л. В.* Санкции и контрсанкции в одной дифференциальной игре / В. И. Жуковский, Л. В. Жуковская // Сборник докладов научной конференции «Тихоновские чтения». — М. : МАКС Пресс, 2019. — ISBN 978-5-317-06250-7.
62. *Жуковская Л. В.* Системный анализ и теоретико-игровой инструментарий взаимодействия экономической, правовой и социальной национальных макросистем / Л. В. Жуковская // Актуальные проблемы экономики и права. — 2019. — Т. 13. — № 3. — DOI: 10.21202/1993-047X.13.2019.3.1287-1300.
63. *Жуковская Л. В.* Социальный и формальный механизмы реализации идеи сбалансированности экономической, правовой и социальной макросистем / Л. В. Жуковская // Труды ИСА РАН. — 2019. — Т. 69. — Вып. 3. — С. 28–42. — DOI: 10.14357 / 20790279190303.
64. *Жуковская Л. В.* Теоретико-игровой подход к моделированию семейных отношений в условиях трансформации социально-экономической системы / Л. В. Жуковская // Труды ИСА РАН. — 2018. — Т. 68. — Вып. 3. — С. 12–27. — DOI: 10.14357 / 20790279180302.
65. *Жуковская Л. В.* Экономико-математическое моделирование как инструмент перехода к новой экономической доктрине / Л. В. Жуковская // Вестник ЦЭМИ. — 2019. — Вып. 4. — DOI: 10.33276/S0000158-6-1.

66. *Жуковская Л. В.* (*Митрофанова Л. В.*) Математические основы риска в многокритериальных задачах : учеб. пособие / Л. В. Жуковская (Л. В. Митрофанова) ; Рос. заоч. ин-т текстил. и лег. пром-сти. Каф. математики и механики. — М., 2001. — 102 с.
67. *Жуковская Л. В.* Внутренне устойчивые по риску решения многокритериальных задач / Л. В. Жуковская // Вестник Тамбовского университета. — Серия : Естественные и технические науки. — 2003. — Т. 8. — № 3. — С. 380.
68. *Жуковская Л. В.* Вопросы управления программами по поддержке лиц пожилого и старшего возраста / Л. В. Жуковская // Вызовы менеджмента. — 2017. — № 3. — С. 15–24.
69. *Жуковская Л. В.* Гарантированное по риску решение многокритериальной задачи / Л. В. Жуковская, В. И. Жуковский, В. С. Молоствов // Вестник ТГУ. — Серия : Естественные и технические науки. — 2003. — Т. 8. — № 3. — С. 382.
70. *Жуковская Л. В.* Методологические основы исследования конфликтных систем при неопределенности / Л. В. Жуковская // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 3. — С. 54–58.
71. *Жуковская Л. В.* Новый подход к оценке риска в многокритериальных АСУ. II / Л. В. Жуковская // Автоматика и телемеханика. — 2005. — № 3. — С. 181–189.
72. *Жуковская Л. В.* Новый подход к оценке эффективности управленческих решений в условиях риска в АСУ / Л. В. Жуковская, Е. А. Миркин // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 4. — С. 166–172.
73. *Жуковская Л. В.* О моделях и методах управления сложными социально-экономическими динамическими системами / Л. В. Жуковская // Автоматика и телемеханика. — 2005. — № 1. — С. 38–44.
74. *Жуковская Л. В.* Один из подходов к формализации риска при принятии решений в АСУ / Л. В. Жуковская // Автоматика и телемеханика. — 2003. — № 8. — С. 163–171.

75. *Жуковская Л. В.* Риск в бескоалиционной игре при неопределенности / Л. В. Жуковская // Известия Института математики и информатики Удмуртского государственного университета. — 2004. — № 2. — С. 79–84.
76. *Жуковский В. И.* Введение в дифференциальные игры при неопределенности. Равновесие угроз и контругроз / В. И. Жуковский. — М. : Красанд, 2010.
77. *Жуковский В. И.* Равновесие по Нэшу и по Бержу в одной линейно-квадратичной игре / В. И. Жуковский, А. С. Горбатов, К. Н. Кудрявцев // Математическая теория игр и ее приложения. — 2017. — 9:1. — С. 62–94.
78. *Жуковский В. И.* Класс дифференциальных игр, в которых отсутствует равновесие по Нэшу, но существует равновесие угроз и контругроз / В. И. Жуковский, К. Н. Кудрявцев, С. В. Самсонов, М. И. Высокос, Ю. А. Бельских // Вестник Южно-Уральского университета. — Серия : Математика, механика, физика. — 2018. — 10:2. — С. 5–21.
79. *Жуковский В. И.* Равновесные управления многокритериальных динамических задач / В. И. Жуковский, Н. Т. Тынянский. — М. : Красанд, 2010.
80. *Жуковский В. И.* Дифференциальные уравнения. Линейноквадратичные дифференциальные игры / В. И. Жуковский, А. А. Чикрий : учебное пособие для вузов. — М. : Юрайт, 2017.
81. *Жуковский В. И.* Гарантии и риски в конфликтах, их приложения / В. И. Жуковский, М. Е. Салуквадзе. — Москва — Тбилиси : НАНГ, 2014. — 150 с.
82. *Жуковский В. И.* Гарантированные решения конфликтов и их приложения / В. И. Жуковский. — М. : Красанд, 2013. — 368 с.
83. *Жуковский В. И.* Динамика Золотого правила нравственности / В. И. Жуковский, М. Е. Салуквадзе ; под ред. Г. Н. Белтадзе. — М. : НАНГ, 2018. — 400 с.
84. *Жуковский В. И.* Конфликты и риски / В. И. Жуковский. — М. : РосЗИТЛП, 2007. — 456 с.

85. *Жуковский В. И.* Линейно-квадратичные дифференциальные игры / В. И. Жуковский, А. А. Чикрий. — К. : Наук. думка, 1994. — 320 с.

86. *Жуковский В. И.* Некоторые игровые задачи управления и их приложения / В. И. Жуковский, М. Е. Салуквадзе. — Тбилиси : Мацниереба, 1998. — 464 с.

87. *Жуковский В. И.* Парето-равновесная ситуация: достаточные условия существования в смешанных стратегиях / В. И. Жуковский, К. Н. Кудрявцев // Математическая теория игр и ее приложения. — 2015. — Т. 7. — № 1. — С. 74–91.

88. *Жуковский В. И.* Риск в многокритериальных и конфликтных системах при неопределенности / В. И. Жуковский, Л. В. Жуковская. — 3-е изд. — М. : URSS: ЛКИ, 2017. — 270 с.

89. *Жуковский В. И.* Риск в многокритериальных и конфликтных системах при неопределенности / В. И. Жуковский, Л. В. Жуковская. — 2-е изд. — М. : URSS: ЛКИ, 2007. — 270 с.

90. *Жуковский В. И.* Риск в многокритериальных и конфликтных системах при неопределенности / В. И. Жуковский, Л. В. Жуковская. — М. : URSS: ЛКИ, 2003. — 270 с.

91. Задачи линейной оптимизации с неточными данными / [М. Фидлер, Й. Недома, Я. Рамик и др.] ; пер. с англ. С. И. Кумкова ; под ред. С. П. Шарого. — М. — Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотичная динамика», Институт компьютерных исследований, 2008. — 288 с.

92. *Заде Л. А.* Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде ; пер. с англ. Н. И. Ринго. — М. : Мир, 1976. — 168 с.

93. *Захаров А. В.* Теория игр в общественных науках / А. В. Захаров. — М. : НИУ ВШЭ, 2011. — 179 с.

94. *Золотарев В. В.* Гибридные равновесия в играх при неопределенности : дис. … канд. физ.-мат. наук : 05.13.17 / В. В. Золотарев. — М., 2002. — 105 с.

95. *Интрилигатор М.* Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор ; пер. с англ. Т. И. Жуковой, Ф. Я. Кельмана ; под ред. А. А. Конюса. — М. : Прогресс, 1975. — 606 с.
96. *Канторович Л. В.* Математико-экономические работы / Л. В. Канторович. — Новосибирск : Наука, 2011. — 760 с. — (Избранные труды).
97. *Карлин А. Б.* Социальное государство и правовые проблемы свободы экономической деятельности / А. Б. Карлин // Актуальные проблемы совершенствования российского законодательства на современном этапе : материалы Всерос. науч.-практ. конф. — М. : РПА МЮ РФ, 2004. — С. 8–11.
98. *Карлин С.* Математические методы в теории игр, программировании и экономике / С. Карлин ; пер. с англ. Н. А. Бодина, Н. И. Горькова, А. А. Корбута, А. Н. Ляпунова, Н. М. Митрофановой, А. Н. Смирнова, Е. Б. Яновской ; под ред. Н. Н. Воробьева. — М. : Мир, 1964. — 838 с.
99. *Качалов Р. М.* Управление экономическим риском : Теоретические основы и приложения : монография / Р. М. Качалов. — М. : СПб. : Нестор-История, 2012. — 248 с.
100. *Кини Р. Л.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Р. Л. Кини, Х. Райфа ; пер. с англ. В. В. Подиновского, М. Г. Гафта, В. С. Бабинцева. — М. : Радио и связь, 1981. — 560 с.
101. *Клейнер Г. Б.* Постановка задачи разработки концепции экономической политики России / Г. Б. Клейнер. — М. : Научный эксперт, 2006.
102. *Клейнер Г. Б.* Системная сбалансированность экономики : монография / Г. Б. Клейнер, М. А. Рыбачук ; Центральный экономико-математический институт Российской академии наук. — М. : Научная библиотека, 2017. — 320 с.
103. *Клейнер Г. Б.* Экономика. Моделирование. Математика. Избранные труды / Г. Б. Клейнер ; Российская академия наук, Центральный экономико-математический ин-т. — М. : ЦЭМИ РАН, 2016.

104. *Клейнер Г. Б.* Эволюция институциональных систем / Г. Б. Клейнер. — М. : Наука, 2004. — 240 с.

105. *Колдуэлл Дж.* К переформулировке теории демографического перехода / Дж. Колдуэлл // Обзор населения и развития. — 1976. — Т. 2. — № 3/4. — С. 321–366.

106. *Колемаев В. А.* Математическая экономика : учебник для вузов / В. А. Колемаев. — 3-е изд. — М. : Юнити Дана, 2005. — 399 с.

107. *Корнаи Я.* Системная парадигма / Я. Корнаи // Вопросы экономики. — 2002. — № 4. — С. 10–12.

108. *Костюк В. Н.* Нестационарная экономика : Влияние роста сложности на экономическое развитие / В. Н. Костюк. — М. : Ленанд, 2013. — 272 с.

109. *Костюк В. Н.* Теория систем как теория отношений / Н. В. Костюк // Системные исследования : ежегодник. — М. : Наука, 1979. — С. 344–357.

110. *Красовский Н. Н.* Позиционные дифференциальные игры / Н. Н. Красовский, А. И. Субботин. — М. : Наука, 1984.

111. *Лазарев В. В.* Теория государства и права / В. В. Лазарев, С. В. Липень. — М., 2000.

112. *Ланкастер К.* Математическая экономика / К. Ланкастер ; пер. с англ. Т. Березневой ; под ред. Д. Б. Юдина. — М. : Сов. радио, 1972. — 464 с.

113. *Лейст О. Э.* Санкции в Советском праве / О. Э. Лейст. — М. : Гос. изд-во юрид. лите-ры, 1962.

114. *Лефевр В. А.* Конфликтующие структуры / А. В. Лефевр // Лефевр В. А. Рефлексия. — М. : Когито-центр, 2003. — С. 95–107 (гл. VII «Объекты как системы»).

115. *Лефевр В. А.* О способах представления объектов как систем / В. А. Лефевр // Логика научного исследования : тезисы докладов симпозиума. — Киев, 1962.

116. *Лившиц В. Н.* Бедность и неравенство денежных доходов населения в России и за рубежом: системный анализ некоторых важных фрагментов

проблемы : монография / В. Н. Лившиц. — М. : Институт экономики РАН, 2018. — 292 с.

117. *Лившиц В. Н.* Загадки современной экономики России и политики ее государственного регулирования / В. Н. Лившиц // Экономика и математические методы. — 2007. — Т. 43. — № 1. — С. 113–128.

118. *Лившиц В. Н.* Какое государство нужно нашей экономике и какая экономика нужна нашему государству / В. Н. Лившиц // Труды семинара «Экономические проблемы энергетического комплекса». — М. : Изд-во ИНП, 2007. — 77 с.

119. *Лившиц В. Н.* Макроэкономические теории, реальные инвестиции и государственная российская экономическая политика / В. Н. Лившиц, С. В. Лившиц. — М. : ЛКИ, 2008. — 248 с.

120. *Лившиц В. Н.* Российская государственная экономическая политика как неэффективное крупномасштабное мероприятие / В. Н. Лившиц // Управление развитием крупномасштабных систем : монография. — М. : Физматгиз, 2015. — С. 116–137.

121. *Лившиц В. Н.* Системный анализ нестационарной экономики России (1992–2009): рыночные реформы, кризис, инвестиционная политика / В. Н. Лившиц, С. В. Лившиц. — М. : ПолиПринтСервис, 2010. — 459 с.

122. *Лившиц В. Н.* Системный анализ нестационарной экономики России (1992–2010): рыночные реформы, кризис, инвестиционная политика / В. Н. Лившиц, С. В. Лившиц. — М. : Маросейка, 2011. — 510 с.

123. *Лившиц В. Н.* Системный анализ рыночного реформирования нестационарной экономики России, 1992–2013 / В. Н. Лившиц. — М. : Ленанд, 2015. — 640 с.

124. *Лившиц В. Н.* Системный анализ рыночного реформирования нестационарной экономики России, 1992–2013 / В. Н. Лившиц. — М. : URSS: Ленанд, 2013. — 631 с.

125. *Локосов В. В.* Социальный кодекс России: pro et contra: монография / В. В. Локосов, А. В. Ярашева ; АНО «Совет по вопросам управления и

развития» ; ИСЭПН РАН. — М. : ООО «Деловые и юридические услуги «ЛексПраксис», 2014. — 127 с.

126. *Львов Д. С.* Будущее России : Гражданский манифест / Д. С. Львов. — Волгоград : Изд. ВГУ, 2003.

127. *Львов Д. С.* Вернуть народу ренту. Резерв для бедных / Д. С. Львов. — М. : Эксмо, 2004.

128. *Львов Д. С.* Миссия России : Гражданский манифест / Д. С. Львов. — М. : Институт экономических стратегий, 2006.

129. *Львов Д. С.* Нравственная экономика / Д. С. Львов. — М. : Институт экономических стратегий, 2004.

130. *Львов Д. С.* Проблемы долгосрочного социально-экономического развития России / Д. С. Львов. — Волгоград : ВГУ, 2003.

131. *Львов Д. С.* Управление социально-экономическим развитием России: концепции, цели, механизмы / под рук. Д. С. Львова, А. Г. Поршнева ; В. Г. Гребенников, В. Е. Дементьев, В. В. Зотов, Г. Б. Клейнер, Д. С. Львов, В. Л. Макаров [и др.] ; Гос. ун-т упр., отд. экономики РАН. — М. : Экономика, 2002. — 702 с.

132. *Львов Д. С.* Экономический рост и качество экономики / Д. С. Львов. — М. : Гудок, Русская книга, 2004.

133. *Льюис Р. Д.* Игры и решения. Введение и критический обзор / Р. Д. Льюис, Х. Райфа ; пер. с англ. И. В. Соловьева. — М. : ИЛ, 1961. — 642 с.

134. *Макаров В. Л.* Социальный кластеризм. Российский вызов / В. Л. Макаров. — М. : Бизнес Атлас, 2010. — 272 с.

135. *Макаров В. Л.* Справочник экономического инструментария / В. Л. Макаров, Н. Е. Христолюбова, Е. Г. Яковенко. — М. : Экономика, 2003. — 515 с.

136. *Мамедов М. Б.* О равновесии по Нэшу ситуации, оптимальной по Парето / М. Б. Мамедов // Известия АН Азербайджана. — Серия физ.-тех. наук. — 1983. — 4:2. — С. 11–17.

137. *Месарович М.* Общая теория систем: математические основы / М. Месарович, Я. Такахара. — М. : Мир, 1978. — 312 с.

138. *Моисеев Н. Н.* Элементы теории оптимальных систем / Н. Н. Моисеев. — М. : Наука, 1975. — 528 с.

139. *Морозов В. В.* Исследований операций в задачах и упражнениях / В. В. Морозов, А. Г. Сухарев, В. В. Федоров. — М. : Наука, 1989.

140. *Мулен Э.* Теория игр с примерами из математической экономики / Э. Мулен ; пер. с франц. О. Р. Меньшиковой, И. С. Меньшикова ; под ред. Н. С. Кукушкина. — М. : Мир, 1985. — 200 с.

141. *Найт Ф. Х.* Риск, неопределенность и прибыль / Ф. Х. Найт ; пер. с англ. М. Я. Каждана ; науч. ред. перевода В. Г. Гребенников. — М. : Дело, 2003. — 360 с.

142. *Нейман Дж. фон.* Теория игр и экономическое поведение / Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн ; пер. с англ. под ред. и с доб. Н. Н. Воробьева. — М. : Наука, 1970. — 708 с.

143. *Нельсон Р. Р.* Эволюционная теория экономических изменений / Р. Р. Нельсон, С. Дж. Уинтер ; пер. с англ. М. Я. Каждана. — М. : Дело, 2002. — 576 с.

144. *Нуреев Р. М.* Экономические санкции против России: ожидания и реальность : монография / коллектив авторов. — М. : Кнорус, 2017. — 194 с.

145. *Нуреев Р. М.* Экономические санкции против России и российские антисанкции: издержки и выгоды конфронтации : монография / коллектив авторов. — М. : Кнорус, 2018. — 254 с.

146. *Оуэн Г.* Теория игр / Г. Оуэн ; пер. с англ. И. Н. Врублевской, Г. Н. Дюбина, А. Н. Ляпунова ; под ред. А. А. Корбута — М. : Мир, 1971. — 216 с.

147. *Петраков Н. Я.* Фактор неопределенности и управление экономическими системами / Н. Я. Петраков, В. И. Ротарь. — М. : Наука, 1985. — 192 с.

148. *Петросян Л. А.* Теория игр : учеб. пособие для ун-тов / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. А. Семина. — М. : Высш. шк., Книжный дом «Университет», 1998. — 304 с.
149. *Подиновский В. В.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В. В. Подиновский, В. Д. Ногин. — М. : Наука, 1992. — 256 с.
150. *Позамантир Э. И.* Вычислимое общее равновесие экономики и транспорта. Транспорт в динамическом межотраслевом балансе / Э. И. Позамантир. — М. : ПолиПринтСервис, 2014. — 280 с.
151. *Полтерович В. М.* Экономическая политика, качество институтов и механизмы «ресурсного проклятия» / В. М. Полтерович, В. В. Попов, А. С. Тонис. — М. : ГУ ВШЭ, 2007. — 98 с.
152. *Полтерович В. М.* Элементы теории реформ / В. М. Полтерович. — М. : Экономика, 2007. — 446 с.
153. *Попков Ю. С.* Макросистемные модели пространственной экономики / Ю. С. Попков. — М. : КомКнига, 2008. — 240 с.
154. *Попков Ю. С.* Математическая демоэкономика: макросистемный подход / Ю. С. Попков. — М. : Ленанд, 2013. — 560 с.
155. *Прангишвили И. В.* Системные законы и закономерности в электродинамике, природе и обществе / И. В. Прангишвили, Ф. Ф. Пащенко, Б. П. Бусыгин. — М. : Наука, 2001. — 525 с.
156. *Райфа Г.* Анализ решений (введение в проблему выбора в условиях неопределенности) / Г. Райфа ; пер. с англ. З. Н. Кравец ; под ред. С. В. Емельянова. — М. : Наука, 1977. — 408 с.
157. *Рапопорт А.* Замечания по поводу общей теории систем / А. Рапопорт // Общая теория систем. — М. : Мир, 1966. — С. 179–182.
158. *Рассел С.* Искусственный интеллект: современный подход / С. Рассел, П. Норвинг ; пер. с англ. — 2-е изд. — М. : Вильямс, 2006. — 1408 с.
159. *Римашевская Н. М.* Настоящее и будущее семьи в меняющемся мире : коллективная монография. — М. : Экон-Информ, 2015. — 318 с.

160. *Римашевская Н. М.* Партисипаторный подход в повышении качества жизни населения / под ред. Н. М. Римашевской, Н. Н. Иванишенко. — М. : НижГУ, 2013. — 268 с.
161. *Сен-Ян О.* Отказ от полигинии: объяснение / О Сен-Ян, К. Т. Росс, М. Боргенхов Малдер, С. Боулес // СФИ. — 2017-12-037. — 33 с.
162. *Сигал А. В.* Игровые модели принятия решений с учетом риска / А. В. Сигал // Проблемы анализа риска. — 2012. — Т. 9. — № 4. — С. 54–64.
163. *Сигал А. В.* Теория игр и ее экономические приложения : учебное пособие / А. В. Сигал. — М. : Инфра-М, 2019. — 418 с.
164. *Синюков В. Н.* Российская правовая система. Введение в общую теорию : монография / В. Н. Синюков. — М. : Норма: Инфра-М, 2016. — 672 с.
165. *Смольяков Э. Р.* Теория конфликтных равновесий / Э. Р. Смольяков. — М. : УРСС, 2005.
166. *Соложенцев Е. Д.* И$^3$-технологии для экономики / У. Д. Соложенцев. — СПб. : Наука, 2011. — 387 с.
167. *Сорокин П. А.* Американская сексуальная революция / П. А. Сорокин ; пер. с англ. — М. : Проспект, 2006. — 152 с.
168. *Стиглиц Дж.* Крутое пике. Америка и новый экономический порядок / Дж. Стиглиц. — М. : Эксмо, 2011.
169. *Стиглиц Дж.* Неверно оценивая нашу жизнь : Почему ВВП не имеет смысла? Доклад комиссии по измерению эффективности экономики и социального прогресса / Дж. Стиглиц, А. Сен, Ж. Фитусси ; пер. с англ. И. Кушнаревой ; науч. ред. пер. Т. Дробышевская. — М. : Изд-во Ин-та Гайдара, 2016. — 261 с.
170. *Суслова З. М.* Россия многодетная: семья как одна из основ российской государственности. Законодательное обеспечение современной демографической политики государства : материалы к Всероссийскому форуму / З. М. Суслова, А. П. Покровская, И. А. Фокин ; под ред.

Е. Б. Мизулиной ; Комитет по вопросам семьи, женщин и детей Государственной Думы Российской Федерации. — М., 2013.

171. *Сэвидж Л.* Теория статистических решений [пер. с англ.] / Л. Сэвидж // Journal of the American Statistical Association. — 1951. — № 46. — P. 55–67.
172. *Фишберн П.* Теория полезности для принятия решений / П. Фишберн ; пер. с англ. В. Н. Воробьевой, А. Я. Кируты. — М. : Наука, 1978. — 352 с.
173. *Харшаньи Дж.* Общая теория выбора равновесия в играх / Дж. Харшаньи, Р. Зельтен ; пер. с англ. под ред. Н. А. Зенкевича. — СПб. : Экономическая школа, 2001. — 424 с.
174. *Черников С. Н.* Линейные неравенства / С. Н. Черников. — М. : Наука, 1968. — 488 с.
175. *Черногор Н. Н.* Мониторинг эффективности правового механизма оказания социальных услуг / Н. Н. Черногор, Е. В. Пуляева, М. Д. Чеснокова, М. Е. Глазкова // Журнал российского права. — 2010. — № 8. — С. 66–76.
176. *Чикрий А. А.* Конфликтно-управляемые процессы / А. А. Чикрий. — К. : Наукова думка, 1992. — 384 с.
177. *Шевяков А. Ю.* Мифы и реалии социальной политики / А. Ю. Шевяков ; ИСЭПН РАН. — М., 2011. — 76 с.
178. *Шеллинг Т.* Стратегия конфликта / Т. Шеллинг ; пер. с англ. Т. Даниловой. — М. : ИРИСЭН, 2007. — 366 с.
179. *Шоломицкий А. Г.* Теория риска. Выбор при неопределенности и моделирование риска / А. Г. Шоломицкий. — М. : ГУ ВШЭ, 2005. — 400 с.
180. *Энгельс Ф.* Анти-Дюринг : пер. с нем. / Ф. Энгельс.— М., 1977. — Отд. 3. — Гл. 5 : Государство, семья, воспитание. — С. 324–331.
181. *Энгельс Ф.* Происхождение семьи, частной собственности и государства / Ф. Энгельс // Издание сочинений К. Маркса и Ф. Энгельса : пер. с нем. — Изд. 2-е. — М., 1977. — Т . 21. — С. 28–178.

182. *Alexander C.* Risk Management and Analysis / C. Alexander. — N. Y. : John Wiley & Sons Ltd, 1998. — Vol. 1 : Measuring and Modelling Financial Risk. — 304 p.

183. *Alexander C.* Risk Management and Analysis / C. Alexander. — N. Y. : John Wiley & Sons Ltd, 1998. — Vol. 2 : New Markets and Products. — 360 p.

184. *Arsene C. T. C.* Decision support system for water distribution systems based on neural networks and graphs theory for leakage detection / C. T. C. Arsene, B. Gabrys, D. Al-Dabass // Expert Systems with Applications : An International Journal. — 2012. — 39 (18). — Pp. 13214–13224.

185. *Aumann R. J.* Game Theoretic Analysis of a Bankruptcy Problem from the Talmud / R. J. Aumann, M. Maschler // Journal of Economic Theory. — 1985. — 36. — P. 195–213.

186. *Aumann R. J.* Repeated Game with Incomplete Information / R. J. Aumann, M. Maschler. — Cambridge : MIT Press, 1995. — 360 p.

187. *Berge C.* Sur une Convexite Reguliere et ses Applications a la Theorie des Jeux / C. Berge // Bull. Soc. Math. France. — 1954. — Vol. 81. — Pp. 301–315.

188. *Berge C.* Théorie générale des jeux de plusieurs personnes / C. Berge. — Paris : Gauthier Villars, 1957.

189. *Bertrand J.* Theorie Mathematique de la Richesse Sociale / J. Bertrand // Journal des Savants. — 1883. — Vol. 67. — Pp. 499–508.

190. *Bilchev S. V.* $\varepsilon - Z$-Equilibrium in a Differential Game Described by a Parabolic System / S. V. Bilchev // Many Players Differential Game. — Bulgaria, Rousse : Technical Univ., 1984. — Pp. 47–52.

191. *Blackwell D.* Theory of Game and Statistical Decisions / D. Blackwell, M. A. Girshick. — N. Y. : John Wiley & Sons, 1954. — 368 p.

192. *Borel E.* La Theorie du Jeu et les Equations Integrales a Noyau Symetrique / E. Borel // Comptes Rendus de L’Academie des Sciences. — 1921. — 173. — Pp. 1304–1308.

193. *Borel E.* Sur le Systeme de Formes Lineaires et la Theorie des Jeux / E. Borel // Compte Rendue de L'Academie des Science. — 1927. — 184. — P. 52–54.

194. *Borel E.* Sur les Jeux ou le Hasard se Combine avec L'Habilite Joueurs / E. Borel // Compte Rendue de L'Academie des Science. — 1924. — 178. — P. 24–25.

195. *Borel E.* Traite du Calcul des Probabilites et ses Applications / E. Borel. — Paris : Edition Gauthier Villars, 1938. — T. 4, fasc. 2. Applications aux Jeux de Hasard. — 122 p.

196. *Born P.* Pareto-equilibrium in multi-objective games / P. Born, S. Tijs, J. van der Aarsen // Methods of Operation Research. — 1988. — 60. — P. 302–312.

197. *Bouton C. L.* Nim, a Game with a Complete Mathematical Theory / C. L. Bouton // Ann. Math. — 1901–1902. — 2nd Ser. — Vol. 3. — No. 1/4. — P. 35–39.

198. *Case J. H.* A class of games having Pareto optimal Nash equilibrium / J. H. Case // J. Optimiz. Theory Appl. —1974. — 13:3. — Pp. 378–385.

199. *Caudwell C.* Toward a restatement of demographic transition theory / C. Caudwell // Population and Development Review. — 1976. — Vol. 2. — No. 3/4. — Pp. 321–366.

200. *Colman A. M.* Mutual support in games: Some properties of Berge equilibria / A. M. Colman, T. W. Korner, O. Musy, T. Tazdait // Journal of Mathematical Psychology. — 2001. — Vol. 55. — No. 2. — P. 166–175.

201. Contributions to the Theory of Games. Vol. I / Ed. by H. W. Kuhn and A. W. Tucker // Ann. of Math. Studies. — 24. — Princeton : Princeton Univ. Press, 1950. — 404 p.

202. Contributions to the Theory of Games. Vol. II / Ed. by H. W. Kuhn and A. W. Tucker // Ann. of Math. Studies. — 28. — Princeton : Princeton Univ. Press, 1953. — 408 p.

203. Contributions to the Theory of Games. Vol. III / Ed. by M. Dresher, A. W. Tucker, and P. Wolfe // Ann. of Math. Studies. — 39. — Princeton : Princeton Univ. Press, 1957. — 448 p.

204. Contributions to the Theory of Games. Vol. IV / Ed. by A. W. Tucker, R. D. Luce // Ann. of Math. Studies. — 40. — Princeton : Princeton Univ. Press, 1959. — 468 p.

205. *Cournot A. A.* Recherches sur les Principes Mathematiques de la Theorie des Rechesses / A. A. Cournot. — Paris : L. Hachette, 1838. — 198 p.

206. *Daniels B.* Dual Coding Theory Explains Biphasic Collective Computation in Neural Decision-Making / B. Daniels, J. Flack, C. David, D. Krakauer. 2017 // Режим доступа: https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fnins.2017.00313/full

207. *Dochev D. T.* Existence of Z-Equilibrium in a Differential Game with Delay / D. T. Dochev, N. V. Stojanov // Many Players Differential Game. — Bulgaria, Rousse : Technical Univ., 1984.

208. *Dubins L.* Haw to Gamble if You Must. Inequalities for Stochastic Processes / L. Dubins, L. Savage. — N. Y. : McGraw-Hill, 1965. — 249 p.

209. *Engels F.* Anti-Dühring / F. Engels. — 1877. — Abteilung III. Ch. V. Der Staat, Familie, Bildung. — 7 p.

210. *Engels F.* Der Ursprung der Familie, des Privateigenthums und des Staats / F. Engels. — 1884. — 150 p.

211. *Fisher R. A.* Randomisation, and an Old Enigma of Card Play / R. A. Fisher // Math. Gazette. — 1934. — 18. — P. 294–297.

212. *Flood M. M.* Some Experimental Games. Research Memorandum RM-789-1 / M. M. Flood. — Santa Monica, Calif. : RAND Corporation, 1952. — 48 p.

213. *Fudenberg D.* Game Theory / D. Fudenberg, J. Tirole. — Cambridge, MA : MIT Press, 1991. — 608 p.

214. *Gaidov S. D.* Z-Equilibrium in Stochastic Differential Game / S. D. Gaidov // Many Players Differential Game. — Bulgaria, Rousse : Technical Univ., 1984.

215. *Gibbons R.* Game Theory for Applied Economists / R. Gibbons. — Princeton : Princeton Univ. Press, 1992. — 267 p.

216. *Glicksberg I. L.* A further generalization of Kakutani`s fixed point theorem with application to Nash equilibrium point / I. L. Glicksberg // Proceedings of the American Mathematical Society. — 1952. — Vol. 3. — No. 1. — Pp. 170–174.

217. Handbook of Game Theory with Economic Applications. Vol. 1 / Ed. by R. J. Aumann, S. Hart. — Amsterdam : Elsevier, 1992. — 760 p.

218. Handbook of Game Theory with Economic Applications. Vol. 2 / Ed. by R. J. Aumann, S. Hart. — Amsterdam : Elsevier, 1994. — 818 p.

219. Handbook of Game Theory with Economic Applications. Vol. 3 / Ed. by R. J. Aumann, S. Hart. — Amsterdam : Elsevier, 2002. — 890 p.

220. *Harsanyi J. C.* A Generalised Nash Solution for Two-Person Bargaining Games with Incomplete Information / J. C. Harsanyi, R. Selten // Management Science. — 1972. — Vol. 18. — No. 5. — Part 2. — Pp. 80–106.

221. *Harsanyi J. C.* A New Theory of Equilibrium Selection for Games with Incomplete Information / J. C. Harsanyi // Games and Economic Behavior. — 1995. — Vol. 10 (1.2). — Pp. 318–332.

222. *Harsanyi J. C.* Games with Incomplete Information Played by ‘Bayesian’ Players. Parts I-III / J. C. Harsanyi // Management Science. — 1967–1968. — No. 14. — Pp. 159–182, 320–334, 486–502.

223. *Harysson M.* How «Social intelligence» can guide decision. 2012 / M. Harysson, E. Métayer, H. Sarrazin // Режим доступа: https://www.mckinsey.com/industries/high-tech/our-insights/how-social-intelligence-can-guide-decisions.

224. *Heath C.* Making great decisions. 2013 / C. Heath, O. Sibony // Режим доступа: https://www.mckinsey.com/business-functions/strategy-and-corporate-finance/our-insights/making-great-decisions#0.

225. *Howard N.* Paradoxes of Rationality: Games, Metagames, and Political Behavior / N. Howard. — Cambridge, Mass. : MIT Press, 1971. — 270 p.

226. *Howard N.* The Theory of Metagames / N. Howard // General Systems, Yearbook of the Society for General Systems Research. — 1966. — 11. — Pp. 167–186.

227. *Hurwicz L.* The Theory of Economic Behavior / L. Hurwicz // American Economic Review. — 1945. — Vol. 35. — No. 5. — Pp. 909–925.

228. *Huygens C.* De Ratiosiniis in Ludo Aleae. Oeuvres Completes / C. Huygens. — La Haye. — 1925. — 5. Games with Incomplete Information Played by ‘Bayesian’ Players. — Pp. 35–47.

229. *Isaacs R.* Differential Games / R. Isaacs. — N. Y. : John Wiley & Sons, 1965. — 384 p.

230. *Jain S.* Incentives in Social Computing : dis. … PhD in Computer Science / Jain Shaili. — Cambridge, Mass., 2010. — 168 p.

231. *Jian Hua*. Optimal Investment in IS Security: A Game Theoretical Approach : diss. … PhD in Information Science and Systems / Jian Hua. — Baltimore, 2009. — 166 p.

232. *Kakutani S.* A Generalization of Brouwer’s Fixed Point Theorem / S. Kakutani // Duke Math. Journal — 1941. — Vol. 8. — Pp. 457–458.

233. *Kelly A.* Decision Making using Game Theory. An Introduction for Managers / A. Kelly. — Cambridge : Cambridge Univ. Press, 2003. — 214 p.

234. *Kilgour D. M.* Equilibrium Points of Infinite Sequential Truels / D. M. Kilgour // Intern. J. Game Theory. — 1977. — Vol. 6. — No. 3. — P. 167–180.

235. *Kuhn H. W.* Extensive Games / H. W. Kuhn // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. — 1950. — 36 — Pp. 570–576.

236. *Kullback S.* On Information and Sufficiency / S. Kullback, R. A. Leibler // The Annals of Mathematical Statistics. — 1951. — Vol. 22. — No. 1. — P. 79–86.

237. *Laplas P. S.* Essai Philosophique sur les Probabilites / P. S. Laplas. — Paris : V. Courcier, 1816. — 223 p.

238. *Lasker E.* Die Philosophie des Unvollendbaren / E. Lasker. — Leipzig : Veit & Co., 1918. — 638 s.

239. *Lasker E.* Kampf / E. Lasker. — N. Y. : Lasker’s Publishing Co., 1907. — 79 s.

240. *Lovallo D.* Early-stage research on decision-making stales. 2013 / D. Lovallo, O. Sibony// Режим доступа: https://www.mckinsey.com/business-functions/strategy-and-corporate-finance/our-insights/early-stage-research-on-decision-making-styles.

241. *Luce R. D.* Games and Decisions: Introduction and Critical Survey / R. D. Luce, H. Raiffa. — N. Y. : Dover Publications, 1957. — 509 p.

242. *Markowitz H. M.* Portfolio Selection / H. M. Markowitz // Journal of Finance. — March, 1952. — Vol. 7. — No. 1. — Pp. 77–91.

243. *Markowitz H. M.* Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments / H. M. Markowitz. — N. Y. : John Wiley & Sons, 1959. — 384 p.

244. *Marschak J.* Neumann’s and Morgenstern’s New Approach to Static Economics / J. Marschak // Journal of Political Economy. — 1946. — Vol. 54. — Pp. 97–115.

245. *Mas-Collel A.* Microeconomic Theory / A. Mas-Collel, M. D. Whinston, J. R. Green. — Oxford : Oxford Univ. Press, 1995. — 981 p.

246. *Merkert J.* A Survey of the Application of Machine Learning in Decision Support Systems / J. Merkert, M. Mueller, M. Hubl ; University of Hoffenhaim. ECIS. — Completed Research Papers, 2015. — 133 p.

247. *Meziriac B. de.* Problemes Plaisants et Delectables, qui se Font par les Nombres / B. de Meziriac. — Lyon, 1612. — 239 p.

248. *Montmort R. de.* Essai D'Analyse sur le Jeux de Hasard / R. de Montmort. — Paris, 1713.

249. *Moore E. H.* A Generalization of the Game Called Nim / E. H. Moore // Ann. Math. — 1909. — Vol. 11. — No. 3. — Pp. 93–94.

250. *Moore P. G.* The Business of Risk / P. G. Moore. — Cambridge : Cambridge University Press, 1983. — 375 p.

251. *Myerson R. B.* Cooperative Games with Incomplete Information / R. B. Myerson // International Journal of Game Theory. — 1984. — Vol. 13. — No. 2. — Pp. 69–96.

252. *Myerson R. B.* Game Theory: Analysis of Conflict / R. B. Myerson. — London : Harvard Univ. Press, 1991. — 584 p.

253. *Myerson R. B.* Refinements of the Nash Equilibrium Concept / R. B. Myerson // International Journal of Game Theory. — 1978. — Vol. 15. — Pp. 133–154.

254. *Nash J. F.* Equilibrium Points in *N*-Person Games / J. F. Nash // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. — 1950. — 36. — Pp. 48–49.

255. *Nash J. F.* Non-Cooperative Games / J. F. Nash // Ann. of Math. — 1951. — 54. — Pp. 286–295.

256. *Nash J. F.* The Bargaining Problem / J. F. Nash // Econometrica. — 1950. — 18. — Pp. 155–162.

257. *Nash J. F.* Two Person Cooperative Games / J. F. Nash // Econometrica. — 1953. — 21. — Pp. 128–140.

258. *Neumann J. von.* Theory of Games and Economic Behavior / J. von Neumann, O. Morgenstern. — Princeton : Princeton Univ. Press, 1944. — 625 p.

259. *Neumann J. von.* Theory of Games and Economic Behavior / J. von Neumann, O. Morgenstern. — 2nd ed. — Princeton : Princeton Univ. Press, 1947. — 641 p.

260. *Neumann J. von.* Zur Theorie der Gesellschaftsspiele / J. von Neumann // Mathematische Annalen. — 1928. — 100. — Pp. 295–320.

261. *Pareto V.* Manuel d`economie / V. Pareto. — Paris : Geard, 1909.
262. *Rapoport A.* General System Theory / A. Rapoport // Essential Concept and Applications. — Cambridge, Mass. : Abacus Press, 1986.
263. *Rashkov P. I.* Sufficient Conditions for Z-Equilibrium in a Differential Game in Banach Space / P. I. Rashkov // Many Players Differential Game. — Bulgaria, Rousse : Technical Univ., 1984. — Pp. 91–99.
264. *Saaty T. L.* Creative Thinking, Problem Solving and Decision Making / T. L. Saaty. — Pittsburgh : RWS Publ., 2005. — 267 p.
265. *Sanzhez i Marre M.* Evolution of Decision Support Systems / M. Sanzhez i Marre, K. Gibert. — University of Catalunya, 2012. — 32 p.
266. *Savage L. J.* The foundation of statistics / L .J. Savage. — New York : Wiley, 1954.
267. *Savage L. J.* The Theory of Statistical Decisions / L. J. Savage // Journal of the American Statistical Association. — 1951. — 46. — P. 55–67.
268. *Seung-Yun Oh.* The Decline of Polygyny: An Interpretation / Seung-Yun Oh, C. T. Ross, M. Borgerhoff Mulder, S. Bowles // Santa Fe Institute. — 2017-12-037. — 33 p.
269. *Shannon C. E.* A Mathematical Theory of Communication / C. E. Shannon // Bell System Technical Journal. — 1948. — Vol. 27. — No. 3. — Pp. 379–423 ; No. 4. — Pp. 623–656.
270. *Shapley L. S.* Pure Competition, Coalitional Power and Fair Division / L. S. Shapley, M. Shubik // International Economic Review. — 1969. — Vol. 10. — No. 3. — Pp. 337–362.
271. *Shubik M.* Game Theory in the Social Sciences: Concepts and Solutions / M. Shubik. — Cambridge, Mass. : MIT Press, 1982. — 514 p.
272. *Smet A.* Untangling your organization’s making. 2017 / A. Smet, G. Lackey, L. Weis // Режим доступа: https://www.mckinsey.com/business-functions/organization/our-insights/untangling-your-organizations-decision-making.

273. *Sorokin P. A.* The American sex revolution / P. A. Sorokin. — Boston MA : Sargent, 1956. — 186 p.

274. *Stackelberg H. von*. Marktform und Gleichgewicht / H. von Stackelberg. — Wien & Berlin : Springer, 1934. — 138 s.

275. *Sudhir Kumar Singh*. Information, Incentives, and the Internet : diss. … PhD in Electrical Engineering / Sudhir Kumar Singh. — Los Angeles, 2008. — 175 p.

276. *Tariq A.* Intelligent Decision Support Systems — A Framework / A. Tariq, K. Rafi // Information and Knowledge Management. — 2012. — 2 (6). — Pp. 12–20.

277. *Tersian St.* A. On the Z-Equilibrium Points in a Differential Game / St. Tersian // Many Players Differential Game. — Bulgaria, Rousse : Technical Univ., 1984. — Pp. 106–111.

278. *Todhunter I.* A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace / I. Todhunter. — Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1865. — 646 p.

279. *Tsadiras A. K.* An artificial neural network based decision support system for solving the buffer allocation problem in reliable production lines / A. K. Tsadiras, C. T. Papadopoulos, M. E. J. O'Kelly // Computers and Industrial Engineering. — 2013. — 66 (4). — Pp. 1150–1162.

280. *Tucker A. W.* On Jargon: The Prisoner's Dilemma / A. W. Tucker // UMAP Journal. — 1950. — Vol. 1. — P. 101.

281. *Vega-Redondo F.* Economics and the Theory of Games / F. Vega-Redondo. — Cambridge : Cambridge University Press, 2003. — 528 p.

282. *Vega-Redondo F.* Evolution, Games, and Economic Behaviour / F. Vega-Redondo. — Oxford : Oxford University Press, 1996. — 224 p.

283. *Wagman L.* Essays on Privacy, Information, and Anonymous Transactions : diss. … PhD in Economics / Wagman Liad. — Durham, 2009. — 116 p.

284. *Wald A.* Generalization of a Theorem by von Neumann Concerning Zero-Sum Two-Person Games / A. Wald // Ann. of Math. — 1945. — 46. — P. 281–286.

285. *Wald A.* Statistical Decision Functions which Minimize the Maximum Risk / A. Wald // Ann. of Math. — 1945. — 46. — Pp. 265–280.

286. *Wald A.* Statistical Decision Functions / A. Wald // Ann. Math. Statist. — 1949. — Vol. 20. — No. 2. — Pp. 165–205.

287. *Wald A.* Statistical Decision Functions / A. Wald. — N. Y. : John Wiley & Sons, 1950. — 190 p.

288. *Yeung D. W. K.* Subgame Consistent Economic Optimization / D. W. K. Yeung, L. A. Petrosyan. — N. Y. : Springer Science, 2012. — 412 p.

289. *Zadeh L. A.* Fuzzy Sets / L. A. Zadeh // Information and Control. — 1965. — Vol. 8. — Pp. 338–353.

290. *Zermelo E.* Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels / E. Zermelo // Proc. of the Fifth International Congress of Mathematicians. — Vol. II. — Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1913. — Pp. 501–504.

291. *Zhukovskaya L. V.* About several methods assessment of public efficiency social state programs / L. V. Zhukovskaya // САвЭ-2018 : сб. мат. конф. — M., 2018.

292. *Zhukovskaya L. V.* A new approach to risk estimation in many-criteria automatic control system. II / L. V. Zhukovskaya, E. A. Mirkin // Automation and Remote Control. — 2005. — T. 66. — No. 4. — Pp. 503–510.

293. *Zhukovskaya L. V.* An approach to formalization of a risk in making decision in ACS / L. V. Zhukovskaya, E. A. Mirkin // Automation and Remote Control. — 2003. — T. 64. — No. 8. — Pp. 1346–1353.

294. *Zhukovskii V. I.* Some Problems of Non-Antagonistic Differential Games // Mathematical Method in Operation Research. — Bulgaria, Sofia, Academy of Sciences, 1985. — Pp. 103–195.

295. *Zhukovskii V. I.* Coalition equilibrium in a three-person game / V. I. Zhukovskii, K. N. Kudryavtsev // Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics, dedicated to the memory of V. F. Demyanov. 2017. CNSA (St. Petersburg, 22–27 May 2017). — Pp. 1–4.

296. *Zhukovskii V. I.* The Vector-Valued Maximin / V. I. Zhukovskii, M. E. Salukvadze. — N.Y. : Academic Press, 1994.

297. *Zimmermann H.-J.* Fuzzy Set Theory and Its Applications / H.-J. Zimmermann. — Boston : Springer US, 2006. — 358 p.